中心関数を重視した ファジィ回帰モデル同定法†

田島 博之*

ファジィ回帰モデルに関する従来の研究は、区間回帰モデルの拡張として発展してきた。そのようなアプローチのために、従来の研究では、データの従属変数値は最小化目的関数に含まれない。したがって、このモデルから分かる推定ファジィ数はモデル同定に使用する従属変数データの影響が少ないといえる。

本研究において、新たなファジィ回帰モデル同定法を提案する。その方法は、従来型の区間回帰法と最小二乗推定法をその基本概念とした、2種の問題である。第1種の問題は、シングル・ステージ問題とされ、第2種のもは2ステージ問題とされる。これらの問題はデータセットが明らかに両問題における目的関数に取り入れられており、この方法によって同定されたファジィ回帰モデルは従来の方法と比較して、よりデータセットを反映することができる。

また、モデルを評価する関数を定義することによって、モデルの比較を可能にした。この関数を用いて従来型のモデルと本稿のモデルの違いを数量化することができる。

キーワード：ファジィ回帰モデル，区間回帰モデル，最小二乗法，最小化基準

1. はじめに

「ファジィ回帰モデル」は、1986年に大阪府立大学の田中英夫教授を中心とするグループによって提案された¹⁾。現在までに幾つかのタイプのファジィ回帰モデル同定問題が定義されており、さまざまな研究がされている。ファジィ回帰モデルによる分析は、従属変数に視覚、味覚、聴覚等の感覚また、意思決定のような人間の感性や思考を含むデータが実数値あるいはファジィ数値として与えられた場合に有効である。これらの曖昧さを多分に含んだデータを分析するうえで、ファジィ回帰モデルはそのデータをよく表現することができる。最小二乗推定法において、実データとモデルの予測値の幅は測定誤差として考え、その値は正規分布に従うと仮定されていた。ファジィ回帰モデルにおいては、モデルの表現するこの幅自体に重要な意味を持たせている。曖昧さとは本来その要因が未知という意味と、その要因があまりにも複雑な関係からなるために特定することが難しいという意味がある。どちらの場合においても、ファジィ回帰モデルはデータに内在的に含まれる、未知の要因を明らかにすることなくモデルに表現することができる。区間回帰モデルの応用であるファジィ回帰モデルは全てのデータを包括したモデルを同定する所に特徴があり、その点で最小二乗推定法の問題とは異なる。そこで本稿では、従来

の区間回帰モデルと最小二乗推定法の両方の概念を導入した新たなタイプのファジィ回帰モデル同定法を提案する。新たな同定法は推定するファジィ数の中心値を表す関数に重点をおいている。ここで論文の構成を述べる。2章では従来型のファジィ回帰モデル同定法の紹介を行い、その問題となる点をあげる。次に3章でその問題を解決するべく、新たなファジィ回帰モデル同定法を提案する。4章では2つのタイプのモデル評価関数を定義し、従来型と新型モデルの数値実験結果の比較を行なう。最後の5章でまとめる。

2. 従来型の同定法

本章では、始めに本研究で使われるファジィ数およびファジィ回帰モデルについての諸定義を与える。続いて従来から提案されている独立変数、従属変数が実数値データとして与えた場合の同定問題を紹介し、次に従属変数がファジィ数である場合の同定問題を述べる。最後に従来型のモデル同定法の問題点を考える。

2.1 基礎となる諸定義

本稿で取り扱うファジィ数は、対称三角型ファジィ数とし以下の型関数として定義する。

$$A = (a, e)_{\perp} \quad a \in \mathbf{R}, 0 < e \in \mathbf{R} \quad (2.1)$$

ここで、 a はファジィ数の中心値、 e は中心からの広がり幅を表す。

メンバシップ関数 を式(2.2)に定義する。

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \max \left\{ 0, 1 - \frac{|x - a|}{e} \right\} \quad (2.2)$$

ファジィ数 $\tilde{A}$ における h レベルの α カット集合を

† A Method to Identify the Fuzzy Regression Model by Emphasizing the Central Function
Hiroyuki TAJIMA

* 創価大学大学院工学研究科情報システム学専攻
Graduate School of Engineering, Soka University

定義する。

$$[\tilde{A}]_h = \{x | \mu_{\tilde{A}}(x) \geq h\} \text{ for } 0 < h \leq 1 \quad (2.3)$$

従って h レベルの α カット集合は以下の閉区間となる。

$$\begin{aligned} [\tilde{A}]_h &= [(a, e)_L]_h \\ &= [a - (1-h)e, a + (1-h)e] \end{aligned} \quad (2.4)$$

ファジィ数に対する和と実数倍の演算を拡張原理の定義より以下のように表す。

$$\begin{aligned} \tilde{A} + \tilde{B} &= (a_c, a_w)_L + (b_c, b_w)_L \\ &= (a_c + b_c, a_w + b_w)_L \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$k \cdot \tilde{A} = (k \cdot a_c, |k| a_w)_L \quad (2.6)$$

以上の条件のもとファジィ回帰モデルを式(2.7)に定義する。

$$\tilde{Y}(\mathbf{x}) = \tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 x_1 + \cdots + \tilde{A}_n x_n \quad (2.7)$$

これを成分で表示したのが次の記述である。

$$\begin{aligned} \tilde{Y}(\mathbf{x}) &= (a_0, e_0)_L + (a_1, e_1)_L \cdot x_1 + \cdots + (a_n, e_n)_L \cdot x_n \\ &= (a_0 + a_1 x_1 + \cdots + a_n x_n, e_0 + e_1 |x_1| + \cdots \\ &\quad + e_n |x_n|)_L \\ &= (a(\mathbf{x}), e(\mathbf{x}))_L \end{aligned} \quad (2.8)$$

2.2 実数データに対する従来型同定法

実数データに対する従来型のファジィ回帰モデル同定法は、与えられた全てのデータ点をそのモデルに包括する制約条件のもと、モデルの表現する曖昧さの幅を最小にする。

以下にその同定問題を記述する。

与えられるデータセット：

$$(\mathbf{x}_i; y_i) = ((x_{i1}, x_{i2}, \cdots, x_{in}); y_i) \quad (2.9)$$

このようなデータが与えられたとき、同定するモデルの h レベルの α カット集合が全てのデータを含むような制約条件を考える。

$$y_i \in [\tilde{Y}(\mathbf{x}_i)]_h, i=1, 2, \cdots, m \quad (2.10)$$

h の値はモデル同定者が同定問題を設定する際に任意に決定するパラメータである。Probl.1はこの制約条件のもとファジィ回帰モデルの曖昧さの幅を最小化基準として目的関数に用いた数理計画問題として定義される。

従来型同定問題 <Probl.1>

目的関数：

$$\min \sum_{i=1}^m e(\mathbf{x}_i) \quad (2.11)$$

図1 メンバシップ関数

制約条件：

$$a(\mathbf{x}_i) - (1-h)e(\mathbf{x}_i) \leq y_i \quad (2.12)$$

$$a(\mathbf{x}_i) + (1-h)e(\mathbf{x}_i) \geq y_i \quad (2.13)$$

$$i=1, 2, \cdots, m$$

$$e_j > 0, j=0, 1, \cdots, n \quad (2.14)$$

決定係数：

$$a_j, e_j, j=0, 1, \cdots, n \quad (2.15)$$

Probl.1は1986年に提案された^[1]。このモデルよりも最小二乗推定法に近いという理由で、単純に曖昧さを表す幅の関数を二乗にした、最小化基準を用いる目的関数の同定法も提案されている^[5]。以下に定義するProbl.2はその類似問題である。

従来型同定問題 <Probl.2>

目的関数：

$$\min \sum_{i=1}^m e(\mathbf{x}_i)^2 \quad (2.16)$$

制約条件：

$$a(\mathbf{x}_i) - (1-h)e(\mathbf{x}_i) \leq y_i \quad (2.17)$$

$$a(\mathbf{x}_i) + (1-h)e(\mathbf{x}_i) \geq y_i \quad (2.18)$$

$$i=1, 2, \cdots, m$$

$$e_j > 0, j=0, 1, \cdots, n \quad (2.19)$$

決定係数：

$$a_j, e_j, j=0, 1, \cdots, n \quad (2.20)$$

以上が実数データに対する従来型の代表的なファジィ回帰モデル同定法である。

2.3 ファジィ数データに対する従来型同定法

ファジィ数データに対する従来型のファジィ回帰モデル同定法には、Min 問題、Max 問題、Conjunction 問題等が提案されているが、本稿においては新たな提案と比較するため Min 問題を紹介する。以下にその同定問題を記述する。与えられるデータセット：

$$(\mathbf{x}_i; \tilde{Y}_i) = ((x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}); (c_i, w_i)_L) \\ i=1, 2, \dots, m \quad (2.21)$$

このようなデータが与えられたとき同定するモデルの h レベルの α カット集合が全てのデータを含むような制約条件を考える。

$$\tilde{Y}_i \subseteq [\tilde{Y}(\mathbf{x}_i)]_h, \quad i=1, 2, \dots, m \quad (2.22)$$

この制約条件のもとファジィ回帰モデルの曖昧さの幅を最小化基準として目的関数に用いた数理計画問題が定義される。

従来型同定問題 <Prob2.1>

目的関数：

$$\min \sum_{i=1}^m e(\mathbf{x}_i) \quad (2.23)$$

制約条件：

$$a(\mathbf{x}_i) - (1-h)e(\mathbf{x}_i) \leq c_i - (1-h)w_i \quad (2.24)$$

$$a(\mathbf{x}_i) + (1-h)e(\mathbf{x}_i) \geq c_i + (1-h)w_i \quad (2.25)$$

$$i=1, 2, \dots, m$$

$$e_j > 0, j=0, 1, \dots, n \quad (2.26)$$

決定係数：

$$a_j, e_j, j=0, 1, \dots, n \quad (2.27)$$

Prob1.2と同様に最小化基準を曖昧さの二乗とした目的関数を持つ同定問題も定義されている。以下にその問題を記述する。

従来型同定問題 <Prob2.2>

目的関数：

$$\min \sum_{i=1}^m e(\mathbf{x}_i)^2 \quad (2.28)$$

制約条件：

$$a(\mathbf{x}_i) - (1-h)e(\mathbf{x}_i) \leq c_i - (1-h)w_i \quad (2.29)$$

$$a(\mathbf{x}_i) + (1-h)e(\mathbf{x}_i) \geq c_i + (1-h)w_i \quad (2.30)$$

$$i=1, 2, \dots, m$$

$$e_j > 0, j=0, 1, \dots, n \quad (2.31)$$

決定係数：

$$a_j, e_j, j=0, 1, \dots, n \quad (2.32)$$

以上がデータの従属変数をファジィ数として与えた場合の同定問題である。

2.4 従来型モデル同定法の問題点

従来型の同定問題は、与えられる全てのデータをそのモデルに包括するという点にその特徴がある。これは全てのデータを包括する超幾何凸多面体が、同定されるモデル内部の超幾何空間に包括されるということ

である。

ここで問題となるのは、データ特性を活かしたモデルへの帰着性の問題である。いま、データセットを包含するような超幾何凸多角形の内部にあるデータ点が存在するとする。このデータ点の独立変数 $\mathbf{x}_i$ に対して、従属変数である y_i あるいは $\tilde{Y}_i$ を超幾何凸多角形の内部において変化させる。このとき、データ点を変化させる前のデータセットから同定されたモデルと変化させた後に同定したモデルは同じとなる。この例を、独立変数、従属変数が一つずつの単回帰モデルについて、以下の概念図(図2)を参考に説明する。

図2は、データセット $\{d_i | i=1, 2, \dots, 6\}$ の各データ点を $\times$ で表しており、直線はこのデータセットから同定されたファジィ回帰モデルの上下の辺とする。ここで、 $\{d_1, d_2, d_5, d_6\}$ はそのモデルを決定する上で重要な凸多角形を作るデータである。

この凸多角形内部にある2つのデータ点 $\{d_3, d_4\}$ が、その凸多角形内部において y の値を下に $\bullet$ で表すデータ $\{\hat{d}_3, \hat{d}_4\}$ の位置まで変化させても、データセット $\{d_1, d_2, \hat{d}_3, \hat{d}_4, d_5, d_6\}$ から同定されるファジィ回帰モデルは同じものになってしまう。

この問題は、従来のモデルが区間回帰モデルの概念を発展させて考案させていることに原因があり、 y_i あるいは $\tilde{Y}_i$ が同定問題の目的関数に関与していないことから明らかである。最小二乗推定法においては独立変数と従属変数の関係性を分析するうえで、その最小化基準に y_i を用いている。この点で従来の同定問題は、従属変数とその目的関数に影響していないのである。従来型のモデルがファジィ数を予測するのであるならば、やはりそのモデルの中心を表す関数は重要な意味を持たなければならない。そこで、与えられたデータセットの従属変数値をモデル同定の際にもっと活用することを考えたい。

図2 凸多角形内のデータの変化

3. 新たなモデル同定法

本章では、前章で述べた従来型同定法に存在する問題点を考慮した上で、新たなモデルの提案をおこなう。初めに独立変数、従属変数が共に実数データとして与えられた場合の同定問題を2題提案し、次に従属変数がファジィ数データで与えられた場合の同定問題を2題提案する。

3.1 実数データに対する新たな同定法

本節では、実数データに対するファジィ回帰モデルの同定問題を、新たな最小化基準の導入により定義する。ファジィ数、ファジィ回帰モデルに対する諸定義は従来型と同じとする。また、モデル同定者が決定する変数 h は用いないことにする。これによって、同定されるモデルが一意的に決定される点で、最小二乗推定法と同じ扱いができる。

ここで、分析すべきデータを以下に与える。

$$(\mathbf{x}_i; y_i) = ((x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}); y_i) \quad (3.1)$$

$$i=1, 2, \dots, m$$

次に新たな最小化基準を定義する。単回帰モデルを例に、その基本概念を説明する。同定するモデルの上辺、下辺をそれぞれ次のように定義する。

$$y^*(x) = a(x) + e(x) \quad (3.2)$$

$$y_*(x) = a(x) - e(x) \quad (3.3)$$

図3のように同定するファジィ回帰モデルは、与えられた全てのデータがそのモデルに包括されるような制約条件の下に、各データ点からモデルの上辺までの距離の二乗と、下辺までの距離の二乗を加えた値の総和を、最小にするような最小化基準を定義する。

すなわち、

図3 最小化基準の概念1

$$\sum_{i=1}^m \{y^*(x_i) - y_i\}^2 + \sum_{i=1}^m \{y_i - y_*(x_i)\}^2 \quad (3.4)$$

$$= \sum_{i=1}^m \{a(x_i) + e(x_i) - y_i\}^2 + \sum_{i=1}^m \{a(x_i) - e(x_i) - y_i\}^2$$

$$= 2 \sum_{i=1}^m [\{y_i - a(x_i)\}^2 + e(x_i)^2] \quad (3.5)$$

と計算される。以上の考察から、異なる独立変数が複数存在するような重回帰モデルにおいても、式(3.5)を基本概念とした最小化基準を定義し、これを目的関数とした新たな同定問題を以下に提案する。

新提案型同定問題 <Prob3.1>

目的関数：

$$\min \sum_{i=1}^m [\{y_i - a(\mathbf{x}_i)\}^2 + e(\mathbf{x}_i)^2] \quad (3.6)$$

制約条件：

$$a(\mathbf{x}_i) - e(\mathbf{x}_i) \leq y_i \quad (3.7)$$

$$a(\mathbf{x}_i) + e(\mathbf{x}_i) \geq y_i \quad (3.8)$$

$$i=1, 2, \dots, m$$

$$e_j > 0, j=0, 1, \dots, n \quad (3.9)$$

決定係数：

$$a_j, e_j, j=0, 1, \dots, n \quad (3.10)$$

目的関数(3.6)は、最小二乗推定法の最小化目的関数と、Prob1.2の最小化目的関数を加えた形になっている。目的関数に従属変数である y_i の値が考慮されている点で、データの情報を多く利用している。次のProb3.2では、まず初めに同定するファジィ回帰モデルの中心関数 $a(\mathbf{x})$ を、最小二乗推定法によって定める。次に全てのデータを包括するような制約条件の下に、曖昧さの幅の二乗和を最小にする $e(\mathbf{x})$ を決定する。この2段階からなる同定法を、以下に Prob3.2として定義する。

新提案型同定問題 <Prob3.2>

First Level

目的関数：

$$\min \sum_{i=1}^m \{y_i - a(x_i)\}^2 \quad (3.11)$$

決定係数：

$$a_j, j=0, 1, \dots, n \quad (3.12)$$

ここで決定された関数 $a(\mathbf{x})$ を $\hat{a}(\mathbf{x})$ とする。

Second Level

目的関数：

$$\min \sum_{i=1}^m e(\mathbf{x}_i)^2 \quad (3.13)$$

制約条件：

$$\hat{a}(\mathbf{x}_i) - e(\mathbf{x}_i) \leq y_i \quad (3.14)$$

$$\hat{a}(\mathbf{x}_i) + e(\mathbf{x}_i) \geq y_i \quad (3.15)$$

$$i=1, 2, \dots, m$$

$$e_j > 0, j=0, 1, \dots, n \quad (3.16)$$

決定係数：

$$e_j, j=0, 1, \dots, n \quad (3.17)$$

3.2 ファジィ数データに対する新たな同定法

本項では分析すべきデータの従属変数値が、ファジィ数として与えられる場合を考える。

与えられるデータ・セット：

$$(\mathbf{x}_i; \tilde{Y}_i) = ((x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}); (c_i, w_i)_L) \\ i=1, 2, \dots, m \quad (3.18)$$

以上のデータが与えられた時の同定問題の最小化基準を次に定義するが、単回帰モデルを例にその基本概念を説明する。同定するモデルの上辺、下辺をそれぞれ、次のように定義する。

$$y^*(x) = a(x) + e(x) \quad (3.19)$$

$$y_*(x) = a(x) - e(x) \quad (3.20)$$

また、与えられるファジィ数データの上端点と下端点を以下のように記述する。

$$y_i^* = c_i + w_i \quad (3.21)$$

$$y_{i*} = c_i - w_i \quad (3.22)$$

$$i=1, 2, \dots, m$$

図4のように、同定するファジィ回帰モデルは、与えられた全てのファジィ数データが、そのモデルに包括されるような制約条件のもとに同定される。各データ点の上端点からモデルの上辺までの距離の二乗と、各データ点の下端点からモデルの下辺までの距離の二乗を加えた値の総和を最小化目的関数として定義する。すなわち、

図4 最小化基準の概念2

$$\sum_{i=1}^m \{y_i^*(x_i) - y_i^*\}^2 + \sum_{i=1}^m \{y_{i*} - y_{i*}(x_i)\}^2 \quad (3.23)$$

$$= \sum_{i=1}^m \{a(x_i) + e(x_i) - (c_i + w_i)\}^2 \\ + \sum_{i=1}^m \{a(x_i) - e(x_i) - (c_i - w_i)\}^2 \\ = 2 \sum_{i=1}^m [\{c_i - a(x_i)\}^2 + \{w_i - e(x_i)\}^2] \quad (3.24)$$

と計算される。以上の考察から、独立変数 x が複数存在するような重回帰モデルにおいても、式(3.24)を基本概念として最小化基準を定義した同定問題を以下に提案する。

新提案型同定問題 <Prob4.1>

目的関数：

$$\min \sum_{i=1}^m [\{c_i - a(\mathbf{x}_i)\}^2 + \{w_i - e(\mathbf{x}_i)\}^2] \quad (3.25)$$

制約条件：

$$a(\mathbf{x}_i) - e(\mathbf{x}_i) \leq c_i - w_i \quad (3.26)$$

$$a(\mathbf{x}_i) + e(\mathbf{x}_i) \geq c_i + w_i \quad (3.27)$$

$$i=1, 2, \dots, m$$

$$e_j > 0, j=0, 1, \dots, n \quad (3.28)$$

決定係数：

$$a_j, e_j, j=0, 1, \dots, n \quad (3.29)$$

次に Prob3.2と同様に最小化基準を2段階に分けた同定問題を考える。

新提案型同定問題 <Prob4.2>

First Level

目的関数：

$$\min \sum_{i=1}^m \{y_i - a(x_i)\}^2 \quad (3.30)$$

決定係数：

$$a_j, j=0, 1, \dots, n \quad (3.31)$$

ここで決定された関数 $a(\mathbf{x})$ を $\hat{a}(\mathbf{x})$ とする。

Second Level

目的関数

$$\min \sum_{i=1}^m \{e(\mathbf{x}_i) - w_i\}^2 \quad (3.32)$$

制約条件：

$$\hat{a}(\mathbf{x}_i) - e(\mathbf{x}_i) \leq c_i - w_i \quad (3.33)$$

$$\hat{a}(\mathbf{x}_i) + e(\mathbf{x}_i) \geq c_i + w_i \quad (3.34)$$

$$i=1, 2, \dots, m$$

$$e_j > 0, j=0, 1, \dots, n \quad (3.35)$$

決定係数：

$$e_j, j=0, 1, \dots, n \quad (3.36)$$

以上、Prob4.1, 4.2を定義した。いずれのモデルも従来型の Prob2.1, 2.2と比較したとき、その目的関数の最小化基準に従属変数の値が含まれていることから、データの特徴を良く活かしたモデル同定法と言える。

4. 数値実験による比較

本章では、独立変数、従属変数がともに実数データとして与えられた場合について、従来型の Prob1.1および Prob1.2により同定されたファジィ回帰モデルと、新たに提案した Prob3.1および Prob3.2によって同定したファジィ回帰モデルの数値実験を行う。その上で新たに定義する評価関数を用いてモデル間の比較を行う。

図5 $\alpha(x_i)$ の示す値

4.1 モデル評価関数 $\bar{\alpha}$

モデルがデータセットに対してどの程度の適合性を持っているかを表すモデル評価関数を以下の式(4.1)に定義する。

$$\bar{\alpha}(x, y) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{e(x_i) - |y_i - a(x_i)|}{e(x_i)} \quad (4.1)$$

図5は、 x_i に対してモデルが予測する $\tilde{Y}(x_i)$ と、実際の実数データ y_i を表している。この図にある $\alpha(x_i)$ の平均値が式(4.1)で表現される。したがって、平均値の値が1に近いほど、同定モデルの表現する中心関数がデータの性質を良く反映しているといえる。

4.2 モデル評価関数 ν

$$\nu(x, y) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left\{ \bar{\alpha}(x, y) - \frac{e(x_i) - |y_i - a(x_i)|}{e(x_i)} \right\}^2 \quad (4.2)$$

上式は $\alpha(x_i)$ の値が、どの程度の分散を持っているかを表現するモデル評価関数である。関数 $\bar{\alpha}$ の値が同じような場合は関数 ν の値が低い方のモデルを適合度があると判断する。

4.3 数値実験結果

本項では、2つのタイプのデータセットに対して4つの同定法により、それぞれのタイプのモデルを求める。初めに、データセット A とそれに対して得られた計算結果を以下の表にまとめる。

ここで、Prob1.1の計算結果を図6へ Prob1.2, 3.1, 3.2の計算結果の比較図を図7で表わす。

Prob1.1を解くことによって同定されるモデルは、図6に表されるように、実際に与えられたデータの多くを、そのモデルの端に追いやった形になってしまうことがある。このことは、評価関数 $\bar{\alpha}$ の値が0.317と4つ

表1 データセット A

x	0.00	10.0	20.0	30.0	40.0	50.0	60.0	70.0	90.0	110	130
y	1.00	2.00	3.00	4.00	5.00	6.00	7.00	2.00	7.43	7.71	8.00

表2 計算結果(データセット A)

	a0	a1	e0	e1	$\bar{\alpha}$	ν
prob.1.1	1.00	5.71E-02	0.00	4.28E-02	0.317	0.184
prob.1.2	3.13	2.16E-02	2.13	7.40E-03	0.333	0.086
prob.3.1	2.08	3.86E-02	1.57	1.73E-02	0.449	0.087
prob.3.2	2.04	5.04E-02	1.53	2.90E-02	0.640	0.084

表3 データセット B

x	0.00	10.0	20.0	30.0	40.0	50.0	60.0	70.0	90.0	110	130
y	1.00	1.14	1.29	1.43	1.57	1.71	7.00	2.00	4.00	6.00	8.00

表4 計算結果(データセット B)

	a0	a1	e0	e1	$\bar{\alpha}$	ν
Prob.1.1	1.00	5.71E-02	0.00	4.28E-02	0.281	0.156
Prob.1.2	3.13	2.16E-02	2.13	7.40E-03	0.163	0.081
Prob.3.1	1.36	4.92E-02	1.90	1.30E-02	0.447	0.093
Prob.3.2	0.31	5.21E-02	2.96	1.02E-02	0.719	0.071

のモデル中、最小になっていることから理解できる。同定されたモデルが表現する推定ファジィ数とモデル同定に使用したデータの関係性が弱いのである。

Prob1.1に比べ Prob1.2では評価関数 $\bar{\alpha}$ の値が0.333と少し増加しているが Prob3.1, 3.2では、0.449, 0.640と評価関数 $\bar{\alpha}$ の値が高い値になっている。このことから新提案型は従来型と比較して、データをよく反映したモデル化が行えているといえる。図7をみると新モデルの中心を表す直線がデータのある方向へ近づいていることがわかる。このことから同定されたファジィ回帰モデルの中心値の持つ意味が、従来型よりも強いといえよう。次にデータセット A と同

図6 Prob1.1 (Data A)

図8 Prob1.1 (Data A & B)

図7 Prob1.2, 3.1, 3.2 (Data A)

図9 Prob3.1 (Data A & B)

に凸多角形に包括されるデータセット B を与え、その計算結果を考察する。

図8からわかるように、Prob1.1, 1.2の解は2つのデータセットのいずれに対しても、同一値となり、同じモデルが同定されている。これは Prob1.2にも言えることであるが、データの変化にモデルが対応しきれていないことを表している。次は Prob3.1をデータ A, B によって比較した図9を表す。

新提案型モデルはデータの変化に伴い、柔軟に変化して同定されている。

本章では実数データセットが与えられた場合の従来型モデルと新提案型モデルの数値実験を行った。新同定法によるファジィ回帰モデルの中心の関数は、いずれもデータを反映した強い意味を表していることが示されている。これと同様に、従属変数がファジィ数で与えられたデータセットの場合においても、新提案型の同定法が有効であることが理解できよう。

5. まとめ

本稿において新たに提案したファジィ回帰モデル同定問題は、最小化目的関数に最小二乗推定法の概念を導入した。これによって、モデルの中心関数に強い意味を持たせ、現実的で説得力のあるファジィ数を予測することを可能にした。また、データセットとモデルの適合度を明確にするために、2つのタイプのモデル評価関数を定義した。これにより複数のモデルの比較を容易にした。

今後の課題としては以下の事項が考えられており、現在更なる研究が行なわれている。

- (1) 事例研究による本同定法の汎用性の確認
 - (2) ファジィ数を非対称三角型、台形型また LR 型ファジィ数とした場合の定式化
 - (3) データセットが含む、外れ値に対する対策
- (終)

謝 辞

本論文の執筆にあたり、最後まで真摯に御指導くださいました、創価大学 教授 古川長太先生にこの場をお借りして、厚く御礼申し上げます。

参 考 文 献

- [1] 田中, 和多田, 林: ファジィ線形回帰分析の三つの定式化, 計測自動制御学会論文集, Vol.22, No.10, pp. 1051-1057 (1986)
- [2] 石淵, 田中, 黄: 作業時間解析におけるファジィ回帰手法の比較, システム制御情報学会論文誌, Vol.3, No. 3, pp.90-92 (1990)
- [3] 田中, 石淵, 黄: 類似度を導入したファジィ回帰分析による職員数モデル, 日本経営工学会誌 Vol.41, No.2, pp.99-104 (1990)
- [4] 石淵: ファジィ回帰分析, 日本ファジィ学会誌 Vol. 4, No.1, pp.52-60(1992)
- [5] 田中, 小山, 李: 二次計画法による可能性回帰分析, 第12回ファジィシステムシンポジウム講演論文集 pp.845-846 (1996)
- [6] 藪内, 和多田: 超楕円関数に基づくファジィロバスト回帰分析, Journal of the Operations Research Society of Japan, Vol.39, No4, pp.512-524(1996)
- [7] Aivars Celmins: LEAST SQUARES MODEL FITTING TO FUZZY VECTOR DATA, Fuzzy Sets and Systems, Vol.22, pp.245-269 (1987)
- [8] A.Celmins: MULTIDIMENSIONAL LEAST-SQUARES FITTING OF FUZZY MODELS, Math Modelling, Vol.9, No9, pp.669-690 (1987)
- [9] Phil Diamond: Fuzzy Least Squares Information Sciences Vol.46 pp.141-157 (1988)
- [10] 坂和, 矢野: ファジィ入出力データに対する多目的ファジィ回帰分析, 日本ファジィ学会誌, Vol.1, No.1, pp.107-116 (1989)
- [11] D.A.Savic and W.Pedrycz: Evaluation of fuzzy linear regression model, Fuzzy Sets and Systems 39, pp.51-63 (1991)
- [12] Haekwan Lee, Hideo Tanaka: Dealing with Outliers by Fuzzy Regression Reflecting Central Tendency, 第13回ファジィシステムシンポジウム講演論文集 pp.365-366 (1997)
- [13] 田島: 「データの持つ特性を活かしたファジィ回帰モデルの同定法」, 第13回ファジィシステムシンポジウム講演論文集, pp.377-380 (1997)
- [14] 田島: ある最小化基準に基づくファジィ回帰モデル, 研究集会「数理計画モデルの最適化と応用に関する研究」論文集, 平成8年度文部省科学研究費総合研究(A)「数理統計学における情報抽出の理論と応用に関する研究」 pp.33-34(1996)
- [15] 田島: ファジィ回帰分析における新たな最小化基準の研究, 数理解析研究所講究録891「連続と離散の最適化数理」京都大学数理解析研究所, pp.89-94(1997)

(1997年10月22日 受 付)

(1998年 4月16日 再 受 付)

(1998年 7月16日 再々受付)

[問い合わせ先]

〒192-8577

東京都八王子市丹木町1-236

創価大学大学院工学研究科古川研究室

田島 博之

TEL: 0426-91-9326

E-mail: htajima@t.soka.ac.jp

著 者 紹 介

田島 博之 (たじま ひろゆき)

創価大学大学院工学研究科 情報システム学専攻

1997年 創価大学大学院工学研究科 博士前期課程修了。現在、同大学院工学研究科博士後期課程在籍。ファジィ回帰モデル等、社会システムに存在する数学問題の最適化の研究に従事。日本ファジィ学会、情報処理学会、OR学会 創価若手研究者の会 各会員

A Method to Identify the Fuzzy Regression Model by Emphasizing the Central Function

by

Hiroyuki TAJIMA

Abstract :

Previous works on fuzzy regression models have been developed as an extension of the interval regression model. On account of this line of approach, in previous works, observed data of dependent variables are not contained in minimizing objectives but in constraint conditions only. As a result, the estimated fuzzy numbers that are derived from those models can be said that they have little reflection of the dependent fuzzy numbers used for identifying models.

In this paper, the author proposes a method for identifying fuzzy regression models. My method is based on the concept of least square estimate as well as interval linear regression of the previous type, and include two types of problems to solve. The first type problem is given as a single-stage problem, and the second is given as a two-stage one. Since observed data are explicitly taken into objective functions in both problems, fuzzy regression models identified by our method are more sensitive, with respect to observed data, than those of previous method.

And the author can compare models by defining the function that judges models. With this function, the author can quantify the difference between previous model and new one.

Keywords : Fuzzy Regression Model, Interval Regression Model, Least Square Method, Minimizing Objective

Contact Address : **Hiroyuki TAJIMA**

Graduate School of Engineering , Soka University

1-236 Tangichou Hachioji-city, Tokyo 192 Japan

TEL : 0426-91-9326

E-mail : htajima@t.soka.ac.jp