論文

多属性評価における相互作用の分割表現

—情報量規準によるモデルと分散分析によるモデルとの比較—[†]

松下 裕* 宮腰 淳一*

本論文では、まず、分割の設定範囲を広げることにより、“改良分割型ファジィ積分”が定義される(定義4)。これは分割を相互作用項の選出にのみ用いるので、表現できる中間型多重線型ファジィ積分の種類は増加する。さらに、分割による相互作用表現を一般的統計モデル(直交多項式)にも適用することを念頭において、相互作用項の選出が基準統計量(情報量規準(AIC)、検定)に依存しないようなアルゴリズムの研究が行われる。具体的な評価問題に対して、AIC および分散分析で選出される相互作用項が比較され、差異を生じさせる原因が分析される。その結果、AIC に基づくモデル化アルゴリズム(図2)に付加すべき手続きが示される。

キーワード：ファジィ積分、相互作用、分割、情報量規準、分散分析、多属性評価

1. はじめに

近年、工業製品においてもデザイン評価やユーザビリティ評価などが実施されるようになり感性評価に対する社会の認知度は高まりを見せている。こうした評価では製品の基本要素(属性)の総合評価への関与の仕方を分析することが本質的であり、その際特に属性間の相互作用の取り扱いが重要になると予想される。伝統的統計論では、これに対するモデル化関数として実験計画法の枠組みの中で直交多項式を準備している。これは相互作用項の抽出からその効果の計測に至るまで完成された手法であるが、反面、相互作用効果や属性(因子)の主効果の計測は分散分析に頼っており、効果の大きさは直交多項式に陽な形で反映されてはいない。ここに、評価過程の構造指標としてより単純なものを望む所以がある。

一方、ファジィ積分は、ファジィ測度が属性間の相互作用を表現できるので、多属性評価過程の有効なモデル化手法になると言われてきた。しかし、まず、属性数の増加がファジィ測度による評価構造の読み取りを困難にするという問題がある；また、一般の入出力系のモデル化に Choquet 積分を用いると、統計論で言うところの多重共線性の問題を引き起す恐れがあり、ファジィ測度を構造指標とすることの危険性も指摘された^[1]。すなわち、Choquet 積分を重回帰モデルとして用いる限り、現実的にはファジィ測度の表現能力を利

用できないことになる。これに対して、Choquet 積分では階層モデルの研究が進められファジィ測度に代わる相互作用の表現方法が考案された：藤本ら^[2]はマクロ属性の構成法とそれに関する Choquet 積分の理論を整備し、権^[3]はマクロ属性が評価者の意識構造を特徴づける指標になり得ることを示した。

筆者らの研究もこの流れに従っており、これまでにマクロ属性上のファジィ積分として分割型ファジィ積分の提案を行った^[4]。これは、言わば、属性全体の集合の分割によって分類された中間型多重線型ファジィ積分の集合である。しかし、理論的整合性を保つために線型式から多重線型ファジィ積分までを一挙に扱ったので、この分類では表現されうる中間型多重線型ファジィ積分のタイプに制限が加わってしまった。これに対して、本論文では、応用上の便宜性を優先させ、分類の仕方を改良することにより中間型多重線型ファジィ積分の表現枠を拡充することを第一の目的とする。こうして得られる表現枠を改良分割型ファジィ積分と呼ぶことにする。

次に、提案手法の有効性を検証するために具体的な評価問題への適用を試みる。このとき、応用例として分散分析で言うところの多元配置のデータを、すなわち入力データ間に相関が無いものを設定する。その理由は、現実の工業製品ではレンジをあるレベルに限定すれば各属性の変量を独立に設定できる場合が多く、分散分析も容易に行えるからである。また、入出力系へのファジィ積分適用に関する先の批判もある程度避けられる。しかし、このような問題設定は(改良)分割型ファジィ積分と直交多項式の差異を無くし、このファジィ積分のアイデンティティを失わせてしまうことにもなる。実際、ある特別な場合には両者は完全に一致する(注1参照)。これに対して、筆者らはあくまで「分

[†] Partition Representation of Interactions in Multiattribute Evaluation —Comparison between Model by Information Criterion and Model by Analysis of Variance—
Yutaka MATSUSHITA and Jun'ichi MIYAKOSHI

* 清水建設(株) 和泉研究室
Izumi Research Institute, Shimizu Corporation

割による相互作用の表現」に拘り、「直交多項式に対しても分割による表現を積極的に用いる」という研究アプローチを取る。然るに、直交多項式と(改良)分割型ファジィ積分の間にはなお相互作用項の選出方法に差異が残っている。実際、それらの選出は直交多項式では分散分析に基づいた検定に、(改良)分割型ファジィ積分では情報量規準に頼る。従って、上の研究アプローチを推進させるためには、両手法で選出される相互作用項を比較し、それらに生じる差異および類似性の原因を分析することが重要である。本論文の第二の目的は、相互作用項選出に関する一般的なアルゴリズムを考案することにより、分割の評価過程の相互作用指標としての地位を確立することにある。

2. 改良分割型ファジィ積分

属性全体の集合を $N = \{1, \dots, n\}$ とし、 h_i を属性 i のスコア(達成度)とする。達成度の系 $(h_i)_{i \in N}$ を N 上の単純関数として表すとき、 $f = h_1 \chi_{\{1\}} + \dots + h_n \chi_{\{n\}}$ と記述する。ここに $\chi_{\{i\}}$ は集合 $\{i\}$ の定義関数である。このもとに、本論文で用いる基礎的な用語を定義する。

定義1. 2^N (N の全ての部分集合の集合) 上の正の実数値関数 μ が条件:

$$\mu(\emptyset) = 0, I, J \in 2^N \text{ and } I \subseteq J \Rightarrow \mu(I) \leq \mu(J)$$

を満たすとき、 μ を 2^N 上の **ファジィ測度** という。 μ の **Möbius 反転** は、任意の $I \subseteq N$ に対して

$$\mu^M(I) := \sum_{K \subseteq I} (-1)^{|I-K|} \mu(K)$$

で定義される。ここに $|A|$ は集合 A の元の個数を表す。

定義2. $I = \{i_1, \dots, i_p\}$ とする。 N 上の単純関数 f の **多重線型ファジィ積分** は次式で定義される。

$$({}_{ML}) \int f d\mu := \sum_{I \subseteq N} h_{i_1} \cdots h_{i_p} \mu^M(I).$$

マクロ属性 とは幾つかの属性を束ねた属性(従って N の部分集合)のことであり、本論文では N の分割の元により表される。すなわち、 Λ を添数集合として

$$P_\lambda \cap P_{\lambda'} = \emptyset \text{ for } \lambda \neq \lambda', \bigcup_{\lambda \in \Lambda} P_\lambda = N.$$

を満たす集合族 $\mathbf{P} = \{P_\lambda | \lambda \in \Lambda\}$ の元のことである。さて、分割型ファジィ積分を定式化するとき、(言うまでもないが)分割が中心的役割をなす。本章では(ア・プリオリに)その役割を規約という形にまとめて分割型ファジィ積分を定式化する。実は、規約は理論的帰結であるがこれに関しては[4]を参照されたい。

我々は、1章で述べた応用上の問題を解決するために、線型式と多重線型ファジィ積分の間の中間型多重線型ファジィ積分を分割によって定められるものとした。そこで、線型式をベースにおき、これに付加されるべき相互作用項を分割により次の規約に従って選出することにする。

規約 同一のマクロ属性内では相互作用は起こらないものとする。しかし、異なるマクロ属性では、それに属するそれぞれの属性間での相互作用が生じるものとする(図1参照)。

例1. $N = \{1, 2, 3\}$ とする。分割 $\mathbf{P} = \{\{1\}, \{2, 3\}\}$ を選定すれば、上の規約から属性1と2および属性1と3の間の相互作用項が選ばれ

$$({}_{ML}) \int_P f d\mu = \sum_{i=1}^3 h_i \mu^M(\{i\}) + h_1 h_2 \mu^M(\{1, 2\}) + h_1 h_3 \mu^M(\{1, 3\})$$

が得られる。これは明らかに線型式と多重線型ファジィ積分の中間型である。同様に、分割 $\{\{1\}, \{2\}, \{3\}\}$ を選べば、全ての属性間の相互作用項が選出され、多重線型ファジィ積分(定義2)が得られる; さらに、分割 $\{\{1, 2, 3\}\}$ を選べば相互作用項は一つも選出されず線型式が得られる。

上の関係を一般の N に対して書き表すことにより次の定義が得られる。

定義3. $\mathbf{P} = \{P_1, \dots, P_m\}$ ($1 \leq m \leq n$) を N の任意の分割とする。このとき、**分割型ファジィ積分** は

$$({}_{ML}) \int_P f d\mu = \sum_{i \in N} h_i \mu^M(\{i\}) + \sum_{p=2}^m \sum_{k_1 < \dots < k_p} \sum_{\tau_p \in \mathfrak{S}_p} \sum_{\substack{i_1 \in P_{k_{\tau_p(1)}}, \dots, i_p \in P_{k_{\tau_p(p)}} \\ i_1 < \dots < i_p}} h_{i_1} \cdots h_{i_p} \mu^M(I) \quad (1)$$

で定義される。ここに、 $I = \{i_1, \dots, i_p\}$ であり、 τ_p は $\{1, \dots, p\}$ 上の置換、 $\mathfrak{S}_p$ はそれら全体の集合である。また $\{k_1, \dots, k_p\}$ は $\{1, \dots, m\}$ の異なる p 文字からなる集合である。

図1. マクロ属性と属性間の相互作用

この結果, N の分割によって線型式から多重線型ファジィ積分までの間の中間型多重線型ファジィ積分を設定できる。しかし, 次のような問題に遭遇する。

例2. $N = \{1, 2, 3, 4\}$ とする。このとき, N のどのような分割を選んで, 分割型ファジィ積分によって

$${}^{(ML)} \int_P f d\mu = \sum_{i=1}^4 h_i \mu^M(\{i\}) + h_3 h_4 \mu^M(\{3, 4\})$$

とすることはできない。

この問題を解決できるように, 分割による中間型多重線型ファジィ積分の表現枠の拡充を試みる。このとき, 分割型ファジィ積分の応用上の利点を活かした形で表現枠の拡充を行いたい。そこで, 改善の方針を決める前に, 分割型ファジィ積分の多属性評価への適用結果を復習しておく。

例3 ^[4]. “室内空間の高さ感”を総合評価とし, 天井高, 幅, 奥行きを基本属性とする。以下, 天井高, 幅, 奥行きを番号1, 2, 3で表す。この評価過程を3章のアルゴリズムに従って分割型ファジィ積分でモデル化したときの結果を示す。まず, 被験者の意識構造は分割“ $\{\{1\}, \{2, 3\}\}$ ”で表現された。すなわち, 相互作用は $\{1\}$ と $\{2\}$, $\{1\}$ と $\{3\}$ の間で生じた(例1); また, ファジィ測度は $\mu(\{1\}) > 0$ かつ $\mu(\{2\}) = 0, \mu(\{3\}) = 0$ となったから, $\{1\}$ は主効果として, $\{2\}, \{3\}$ は相互作用としてのみ高さ感に関与したことになる。以上より, この分割は次のような特徴を持つ。

- (i) 属性を主効果の属性と相互作用の属性に分ける。
- (ii) 規約を念頭におけば, 相互作用をマクロ属性 $\{1\}$ と $\{2, 3\}$ の“組合せ効果”と解釈でき, 相互作用に関してマクロ属性をシングルトンと見なせる。

(i) は属性を, 目的変数への働き方により, 役割別に分類しており, 分割表現のメリットを示す一例と言えよう。(ii) はもう少し根元的である: 相互作用はある対象とある対象の組合せ効果と考えられるが, (ii) はこれをなるべく単純な対象(マクロ属性)の組合せで表し, 表現の融通性を増やすという意味を持つ。このことを多重線型ファジィ積分との比較で言うとき次のようになる: 多重線型ファジィ積分では, 2次の相互作用は $\{i\}$ と $\{j\}$ ($j \neq i$) の組合せ効果であり $\sum_{i < j} h_i h_j \mu^M(\{i, j\})$ と表される; 分割型ファジィ積分では, これは例えばマクロ属性 P_1 と P_2 の組合せ効果として $h_1 h_2 \mu^M(\{1, 2\}) + h_1 h_3 \mu^M(\{1, 3\})$ と表される。なお, 後者ではマクロ属性の達成度はベクトルで表示され^[4], それらの相互作用項は単なる実数の積によって求められない。そのために規約が用意されているのである。

しかし, いつも例3のような理想的な分割が得られるとは限らないし, 例2のように属性間の相互作用を分割で表現できないこともある。ただし, 例2の問題に関しては, 相互作用項選出のために設定した分割が N の分割に限定されていたことに注意されたい; その理由は h_i ($i \in N$) の線型式から多重線型ファジィ積分までを統一的に分類するために過ぎなかった。そこで, このような理論上の制約を取り除き, むしろ例3に示した応用上のメリットを積極的に利用することを考える。そのために次のような改善を行う。

改善点

- (a) 最初から, 主効果に関与する属性と相互作用に関与する属性に分ける。
- (b) 相互作用項を, N の部分集合のうち, 2個以上の元を持つ全ての集合 (i.e. $S \subseteq N, |S| \geq 2$) の全ての分割によって選出する。ただし, 選出方法は先の規約に従うものとする。

(a) は例3の分割の利点(i)を活かすための措置であり, (b) は, 例3(ii)の状況をなるべく多く作り出し, 相互作用項の表現枠を拡充するための措置である。その効果に関しては後述, 例2(続き)を参照されたい。(a), (b)を式に展開すると, 線型式を任意に固定し, 分割を相互作用項の選出のためのみに用いるということになる。線型式の固定とは Möbius 反転の値が零でない属性たちの集合 $K = \{i \in N \mid \mu^M(\{i\}) \neq 0\}$ を見つけることである。その定義式は定義3において線型式の和の取り方と分割の動かし方を変えるのみで与えられる。

定義4. $K = \{i \in N \mid \mu^M(\{i\}) \neq 0\}$ とし, $\mathbf{P}(S)$ を任意の $S \subseteq N, |S| \geq 2$ の任意の分割 (i.e. $\bigcup_{P \in \mathbf{P}(S)} P = S$ とする。 $|\mathbf{P}(S)| = m$ ($1 \leq m \leq n$) のとき, **改良分割型ファジィ積分**は(1)式の線型式の和の取り方を $i \in N$ から $i \in K$ に置き換えた式で定義される。これに伴い, 左辺の積分記号を ${}^{(ML)} \int_{(K, \mathbf{P}(S))} f d\mu$ と記述する。

定義4より, 線型式に N の部分集合 K が, 相互作用項に分割 $\mathbf{P}(S)$ が対応し, 任意の単純関数 f に対する中間型多重線型ファジィ積分は3組 $(K, \mathbf{P}(S), \mu^M)$ によって決定される。このような中間型多重線型ファジィ積分の集合が改良分割型ファジィ積分である。このファジィ積分は, 定義3の分割型ファジィ積分に比べて, 明らかに中間型多重線型ファジィ積分を多く含む。

例2(続き). 例2の式は, $N (= \{1, 2, 3, 4\})$ の部分集合 $\{3, 4\}$ に対する分割 $\{\{3\}, \{4\}\}$ を選択すれば表現される。しかし, このように改善しても, 例えば次のタイ

プの中間型多重線型ファジィ積分は N のいかなる部分集合のいかなる分割とも対応しない。

$$\sum_{i=1}^4 h_i \mu^M(\{i\}) + h_3 h_4 \mu^M(\{3,4\}) \\ + h_1 h_3 h_4 \mu^M(\{1,3,4\}).$$

実際、右辺最後の相互作用項を選出しようとするとき、 $S = \{1,3,4\}$ の分割 $\{\{1\}, \{3\}, \{4\}\}$ が必要になるが、このとき、2次の相互作用項は、 $h_3 h_4 \mu^M(\{3,4\})$ の他に、 $h_1 h_3 \mu^M(\{1,3\})$ 、 $h_1 h_4 \mu^M(\{1,4\})$ も生じてしまう。

3. 改良分割型ファジィ積分型重回帰モデル

以下、属性 $i (i=1, \dots, n)$ の達成度を h_i で、総合評価値を E で表すものとする。改良分割型ファジィ積分を重回帰式として用いるとき、その説明能力を向上させるために定数項 c を付加する。これは言わば原点調整の意味を持つ：現実の統計問題では全ての属性の達成度が0 ($h_i=0 (i=1, \dots, n)$) でも $E \neq 0$ となるときがある。しかし、定数項を付加すればこの不一致を訂正できる。また、この操作により改良分割型ファジィ積分は(特別な)直交多項式と同一になる。

注1. 2因子の主効果とそれらの相互(交互)作用のみが有意のとき、直交多項式は

$$y_{\mu\lambda} = g_0 + g_1 (h_{1\mu} - \bar{h}_1) + g_2 (h_{2\lambda} - \bar{h}_2) \\ + g_{12} (h_{1\mu} - \bar{h}_1) (h_{2\lambda} - \bar{h}_2)$$

と表される^[5]。ここに、 g_0, g_1, g_2, g_{12} は定数、 $h_{1\mu}, h_{2\lambda}$ は属性1,2の水準値、 $\bar{h}_i$ は水準値の平均である。これを展開すれば明らかに次式のようになる。

$$y_{\mu\lambda} = (g_1 - g_{12} \bar{h}_2) h_{1\mu} + (g_2 - g_{12} \bar{h}_1) h_{2\lambda} \\ + g_{12} h_{1\mu} h_{2\lambda} + c, \\ c = g_0 - g_1 \bar{h}_1 - g_2 \bar{h}_2 + g_{12} \bar{h}_1 \bar{h}_2.$$

従って、直交多項式と定数項をつけた改良分割型ファジィ積分とはモデル化関数として本質的な差は無い。しかし、相互作用項の選出に関しては、直交多項式では分散分析に基づく検定に頼るのに対して、改良分割型ファジィ積分型重回帰モデルでは以下に述べるように情報量規準に頼るためこの点に差異が残る。

以下、観測誤差 e は互いに独立で平均0、分散 σ^2 の正規分布に従うものと仮定する。このとき、**改良分割型ファジィ積分型重回帰モデル**は

$$E = \left({}_{(ML)} \int_{(K, P(S))} f d\mu + c \right) + e$$

で表される。勿論、これは通常の多重線型ファジィ積分型重回帰モデル、および線型重回帰モデルを含む。

さて、改良分割型ファジィ積分型重回帰モデルを評価過程に適用するとき、我々は本質的なパラメータのみを持つ中間型多重線型ファジィ積分モデルを選びたい。このためには、重回帰モデルの優劣を判定する規準の選定が重要になるが、その役割を赤池の情報量規準(AIC)^[6,7]に任せることにする。AICとは、パラメータ数と誤差を勘案して、重回帰モデルの当てはまり具合を表す規準であり、「その値が小さいほどモデル化が良い」ことを示す。従って、AICの値を最小にする中間型多重線型ファジィ積分モデルを探せば良い。改良分割型ファジィ積分の特徴を生かせば、線型式に対して N の部分集合 K を、相互作用項に対して分割 $P(S)$ を動かすことにより様々な中間型多重線型ファジィ積分を設定できるから、この作業を図2のようなフローチャートで行う。なお、重回帰式の設定において、 $P(S)$ は (N ではなく) K の任意の部分集合に対する任意の分割とすることに注意されたい(注2参照)。

注2. ファジィ測度における**零集合**^[8]は

$$\mu(N_0 \cup K) = \mu(K) \quad \forall K \in 2^N$$

を満たす集合 $N_0 \in 2^N$ として定義されるので、ファジィ積分を用いる限り

$$\mu^M(\{i\}) = 0, \mu^M(\{i\} \cup K) \neq 0, \\ \text{for some } i \in N, K \in 2^N$$

ということが起こり得る。従って、本来は、図2において線型式に用いられる属性の集合が $K (\subseteq N)$ であっても、分割を N の全ての部分集合上で取るべきである。しかし、[5 p.128]の記述にあるように「交互作用の大きさをこえるような主効果のみが安心して、大規模な生産にも使え」、また「制御因子同士の交互作用が大きいということは、実験結果の信頼性を著しく落とす」

図2. 評価過程のモデル化のフローチャート

ことから¹⁾、ここでは、上式のような場合にはもう一度因子の設定を考え直すことを前提にして、図2のようにして分割を取ることにする。

4. 情報量規準と分散分析の検定との比較

4.1 多属性評価実験

具体的な多属性評価問題として、“室内空間の開放感”に対する評価問題を扱う。室内空間の開放感に關与する属性(因子)として、天井高、奥行き、照度、色温度を設定する。各因子は、表1に示す3水準をそれぞれ独立に変化するもの(4元配置)とする；表1において、照度の値は机上面相当(床上70cm)において5点法により求めた平均照度^[9]とし、色温度の値は光源に向けたときの測定値とする。評価すべき代替案(刺激)は81種類であるが、これに対して表1の水準値をそれぞれ任意に設定できる可動式実験室を用いて評価実験を行う。なお、被験者は3人である。

開放感(総合評価値)の測定は、4因子の水準を表1の値にそれぞれ任意に固定する毎に、被験者をその実験室に入室させ、「開放感がありますか」という問いに回答させるという形で行う。回答シートは図3に示すように7段階のもので、そのうちの4点には評価の参考として代表的な言葉を示す；これらの言葉は心的尺度で数量化するときなるべく等間隔になるものを採用する^[10]。総合評価値の算出は、“ない”を0.0、“非常に”を1.0となるように正規化して行うものとする。

4.2 相互作用項の選出結果

以下、簡単のため、天井高、奥行き、照度、色温度に番号1,2,3,4を対応させる。すなわち $N = \{1, 2, 3, 4\}$ とする。また、3人の被験者を被験者 A,B,C と表す。このもとに、AIC と分散分析に基づいた検定によって選出された相互作用項の比較を行う。

表2(a)～(c)に被験者 A,B,C の分散分析表と要因効果(主効果、相互作用効果)に関する有意水準1%と5%の検定結果を示す。表中、5%で有意なら記号*を、さらに1%でも有意なら記号**を印す。なお、本実験は繰り返し数が1のため、誤差分散として4因子間の相互作用の分散を代用させる(付録 B 参照)。

表1. 各属性の水準

属性		水準		
		I	II	III
天井高	(cm)	260	280	300
奥行き	(cm)	400	440	480
照度	(lx)	75	250	750
色温度	(K)	6500	4500	3000

1) [1]にも同様の記述がみられる。

表2(a). 分散分析表(被験者 A)

要因	平方和	自由度	平均平方	分散比	検定
{1}	0.529	2	0.265	12.50	**
{2}	0.165	2	0.083	3.90	*
{3}	1.449	2	0.725	34.22	**
{4}	0.890	2	0.445	21.00	**
{1}×{2}	0.187	4	0.047	2.20	
{1}×{3}	0.156	4	0.039	1.84	
{1}×{4}	0.055	4	0.014	0.65	
{2}×{3}	0.063	4	0.016	0.74	
{2}×{4}	0.117	4	0.029	1.38	
{3}×{4}	0.783	4	0.196	9.25	**
{1}×{2}×{3}	0.196	8	0.025	1.16	
{1}×{2}×{4}	0.155	8	0.019	0.92	
{1}×{3}×{4}	0.494	8	0.062	2.92	*
{2}×{3}×{4}	0.279	8	0.035	1.64	
誤差	0.339	16	0.021		
合計	5.856				

表2(b). 分散分析表(被験者 B)

要因	平方和	自由度	平均平方	分散比	検定
{1}	0.173	2	0.086	3.73	*
{2}	0.058	2	0.029	1.24	
{3}	0.768	2	0.384	16.58	**
{4}	0.101	2	0.050	2.18	
{1}×{2}	0.041	4	0.010	0.44	
{1}×{3}	0.041	4	0.010	0.44	
{1}×{4}	0.047	4	0.012	0.51	
{2}×{3}	0.033	4	0.008	0.36	
{2}×{4}	0.021	4	0.005	0.22	
{3}×{4}	0.268	4	0.067	2.89	
{1}×{2}×{3}	0.109	8	0.014	0.59	
{1}×{2}×{4}	0.245	8	0.031	1.32	
{1}×{3}×{4}	0.140	8	0.017	0.76	
{2}×{3}×{4}	0.198	8	0.025	1.07	
誤差	0.370	16	0.023		
合計	2.611				

表2(c). 分散分析表(被験者 C)

要因	平方和	自由度	平均平方	分散比	検定
{1}	1.056	2	0.528	10.01	**
{2}	0.796	2	0.398	7.55	**
{3}	0.200	2	0.100	1.89	
{4}	0.130	2	0.065	1.23	
{1}×{2}	0.161	4	0.040	0.76	
{1}×{3}	0.072	4	0.018	0.34	
{1}×{4}	0.136	4	0.034	0.64	
{2}×{3}	0.072	4	0.018	0.34	
{2}×{4}	0.080	4	0.020	0.38	
{3}×{4}	0.016	4	0.004	0.08	
{1}×{2}×{3}	0.558	8	0.070	1.32	
{1}×{2}×{4}	0.519	8	0.065	1.23	
{1}×{3}×{4}	0.231	8	0.029	0.55	
{2}×{3}×{4}	0.286	8	0.036	0.68	
誤差	0.844	16	0.053		
合計	5.154				

*は5%有意, **は1%有意を表す。

図3. 回答シート

改良分割型ファジィ積分型重回帰モデルによる解析結果を示す。簡単のため、分散分析後に有意(5% or 1%)と判定された要因効果を持つ改良分割型ファジィ積分型重回帰モデルを**分散分析(5% or 1%)モデル**と呼び、図2のフローチャートに従って要因効果を選出する重回帰モデルを**AICモデル**と呼ぶことにする。表3(a)～(c)に被験者A,B,Cの各モデルにおけるAICの値を示す。表の第1列の記号は次を意味する。

- M4**： 4属性多重線型ファジィ積分モデル
L4： 4属性線型モデル
Min： AICモデル(i.e., AICが最小になるモデル)
V5： 分散分析(5%)モデル
V1： 分散分析(1%)モデル

また、第2列、第3列は中間型多重線型ファジィ積分のタイプを定める指標であり、それぞれ線型式に用いられる属性の集合と相互作用項選出に係わる分割である；例えば、第2列が{1,3}ならば線型式に属性1と3を用いることを表し、第3列が{{3},{4}}なら属性3と4の相互作用項を選出することを表す。

まず、被験者Aの結果を見る。被験者AのみV5の代わりにV1の結果を示す。なぜなら、有意水準5%の検定で選出される相互作用項が例2(続き)のものと同一になり、分割で表現されなかったからである。表3(a)より、MinとV1で選出される相互作用項は同一であり、両者のAICの値もほぼ同じである。次に、被験者B,Cの結果を見る。表3(b),(c)より相互作用項の選出のされ方はMinとV5では大きく異なるが、両者のAICの値はほぼ同一である。厳密に言えば、AICで

は値が“2”異なればパラメータを1個増減させた程度の意味を持つから(付録B AICの式参照)、被験者A,CのAICモデルと分散分析モデルの差には意味がある。しかし、各被験者でMinのAICから“2”以上は大きくない範囲に様々なモデルが存在し(i.e. 被験者A:5個, 被験者B:6個, 被験者C:14個)、この範囲内でモデルの優劣を議論することにそれ程の意味はないであろう。一方、分散分析モデルは、要因効果が検定で決められ、このような(無意味な)比較を避けられる；しかも、ここでの分散分析モデルのAICの値はMinに対して問題としている範囲レベルにある。従って、AICの僅差の中に複数のモデルが存在するとき、これらの比較に対して分散分析モデルを一応の基準にすることは妥当と思える。以上をまとめると次のようになる。

1. 分散分析モデルのAICの値以下を持つモデルは一般には複数存在する。
2. 分散分析に基づいた検定で有意と判定された要因効果を基準とすることには意味がある。

さらに、この状況で、分割を相互作用指標とすることを考える。1より、AICモデルと分散分析モデルを一意的に対応させることは一般にはできない。しかし、分割を相互作用指標とするには両モデルで同一の分割が選出されることが望ましく、特にAICが僅差のモデルが多く存在するときは何らかの措置が必要になる。ここで、2と「相互作用項に対応する分割が存在すれば分散分析モデルにも分割による相互作用表現を行える」ことを考えれば、AICの値が良好なモデルから分散分析モデルに最も近いものを一つ選ぶという“すり合わせ”作業に意味があると考えられる。

4.3 アルゴリズムの提案

AICモデルと分散分析モデルではどうして選出される相互作用項が異なるのだろうか？もしこの違いが本質的なものならば、上のすり合わせ作業をアルゴリズムに付加する必要があるだろう。しかし、そうでないならば、すり合わせを回避できるアルゴリズムの構築ができるかもしれない。以下では「AICモデルと分散分析モデルの間の違い」を詳しく分析する。

まず、AICモデル(A)と分散分析モデル(B)の差異をまとめて表4に示す。

注3. 標本 $x_1, \dots, x_n$ が互いに独立で平均 μ 、分散 σ^2 の任意の同一母集団分布(正規分布とは限らない)に従うとき、それによる母平均と母分散の**不偏推定量**は

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad v^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

で与えられる。また、 $x_1, \dots, x_n$ が平均 μ 、分散 σ^2 の正規分

表3(a). 重回帰モデルとAIC(被験者A)

モデル	線型式(K)	相互作用項(PS)	AIC	R	p
M4	{1,2,3,4}	{{1},{2},{3},{4}}	-34.4	0.802	16
Min	{1,2,3,4}	{{3},{4}}	-45.9	0.777	6
V1	{1,3,4}	{{3},{4}}	-43.4	0.762	5
L4	{1,2,3,4}	—	-27.9	0.702	5

表3(b). 重回帰モデルとAIC(被験者B)

モデル	線型式(K)	相互作用項(PS)	AIC	R	p
M4	{1,2,3,4}	{{1},{2},{3},{4}}	-65.7	0.676	16
Min	{1,3,4}	{{3},{4}}	-77.7	0.620	5
V5	{1,3}	—	-77.0	0.590	3
L4	{1,2,3,4}	—	-74.7	0.601	5

表3(c). 重回帰モデルとAIC(被験者C)

モデル	線型式(K)	相互作用項(PS)	AIC	R	p
M4	{1,2,3,4}	{{1},{2},{3},{4}}	-15.6	0.699	16
Min	{1,2,3,4}	{{1},{2}}	-25.0	0.646	6
V5	{1,2}	—	-22.6	0.595	3
L4	{1,2,3,4}	—	-24.1	0.629	5

R：重相関係数，p：パラメータ数。

表4. AIC モデルと分散分析モデルの比較

	AICモデル (A)	分散分析モデル (B)
関数	重回帰モデル	構造模型
推定量	最尤推定量	不偏推定量
選出基準	AIC	検定
備考	(K, P(S)) で表される要因効果を持つモデルを設定でき, AIC の値によりそれらの相対比較は可能。	検定で有意でないとは判定された要因効果を持つモデルの設定はできず, それらの相対比較は不可能。

布から抽出された標本とすると, それに基づく母平均と母分散の**最尤推定量**は

$$\hat{\mu} = \bar{x}, \quad \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

で与えられる。従って, データ数 n がある程度大きければ, モデル(A), (B)の差異の原因に推定量の違いは殆ど影響しないと考えられる。

モデル(A), (B)を, モデル化関数と要因効果の選出規準に注目して表示すると

モデル(A) = (重回帰モデル, AIC),

モデル(B) = (構造模型, 検定)

となる。モデル(B)の検定は誤差分散に対する要因効果の分散の比(分散比)によって行われていることに注意されたい。このため, 精度の悪いモデルに対して, モデル(A)では相対比較可能であっても, モデル(B)では要因効果が有意とはならずそのような要因効果を持つモデルの設定自体が(従って相対比較も)不可能になる。ここに両モデルに差異を生じさせる最大の原因がある(i.e., AIC と検定の違いによる影響が大きい)と考えられるが, もう少し厳密に原因を分析する。そのために, モデル化関数と要因効果の選出規準の組合せを変えて, さらに2つのモデル

モデル(C) = (重回帰モデル, 検定)^[11],

モデル(D) = (構造模型, AIC)^[6]

を設定し, モデル(C), (D)とモデル(A), (B)との間で相互作用項選出に關しての比較を行う。なぜなら, これらの比較には次のような意味があるからである。

意味 モデル(C)≡モデル(B), モデル(D)≡モデル(A)ならば構造模型と重回帰モデルの違いによる影響は小さい。モデル(C)≡モデル(A), モデル(D)≡モデル(B)ならば AIC と検定の違いによる影響は小さい。

結果を示す前にモデル(C), (D)を簡単に紹介する。重回帰モデルの説明変数選出には検定が用いられるこ

とがある; 多くの場合, 検定のための統計量は誤差分散に対する各変数の誤差平方和への寄与の比(分散比)であり, 変数の増減は変数増加法, 変数減少法, ハイブリッド型(変数増減法, 変数減増法)などにより行われる^[11]。変数増加法には批判もあるが^[11p.138], モデル(C)では付録 A に示す理由から上の統計量に基づく変数増加法を用いる。変数選出の打ち切りは分散比が2.0を越える変数が無くなったときとする。また, 通常の分散分析(モデル(B))では観測データに対する構造模型を仮定して, モデル(B)で述べた分散比による検定で要因効果の選出を行う。これに対して, モデル(D)では様々な構造模型を仮定してその都度構造模型のパラメータを推定し, AIC により最良の構造模型の選出(i.e. 要因効果の選出)を行う^[6]。構造模型のパラメータの推定方法および AIC 算出の詳細に関しては付録 B を参照されたい。

モデル(C), (D)による解析結果を表5(a)~(c), 表6(a)~(c)に示す。表5には, 変数増加法により各要因効果が有意と判定されていくプロセスを示す。また, 表6の M4'は M4から4因子の相互作用項を除いたものであることを示す。除かれる理由は, モデル(B)と同様, 実験の繰返し数が1のため4因子間の相互作用項を誤差項に代用させなければならないためである。なお, 「AIC の適用に際しては未知パラメータの数は観測値の数の半分以上を超えてはならないことが経験的に知られている」^[7 p.45]から, M4'は参考程度の意味しか持たないことに注意されたい。この結果をモデル(A), (B)の結果と比較する。

表5(a). 重回帰モデルと検定(被験者 A)

Step	線型式 (K)	相互作用項 (P(S))	分散比
1	{3}	—	25.88
2	{3,4}	—	16.87
3	{3,4}	{{3},{4}}	16.78
4	{1,3,4}	{{3},{4}}	16.41
5	{1,2,3,4}	{{3},{4}}	4.28
6	{1,2,3,4}	{{3},{4}},{1},{2},{3}}	4.84

表5(b). 重回帰モデルと検定(被験者 B)

Step	線型式 (K)	相互作用項 (P(S))	分散比
1	{3}	—	31.56
2	{1,3}	—	7.63

表5(c). 重回帰モデルと検定(被験者 C)

Step	線型式 (K)	相互作用項 (P(S))	分散比
1	{1}	—	20.06
2	{1,2}	—	18.38
3	{1,2,4}	—	2.80

分散比が2.0より大きいときに変数を取り込むこととした。

表6(a). 構造模型と AIC(被験者 A)

モデル	線型式(K)	相互作用項(PS))	AIC	R	p
M4*	{1,2,3,4}	{{1},{2},{3},{4}}	-81.8	0.971	66
Min	{1,2,3,4}	{{3},{4}}	-40.3	0.807	14
V1	{1,3,4}	{{3},{4}}	-38.0	0.790	12
L4	{1,2,3,4}	—	-22.0	0.720	10

表6(b). 構造模型と AIC(被験者 B)

モデル	線型式(K)	相互作用項(PS))	AIC	R	p
M4*	{1,2,3,4}	{{1},{2},{3},{4}}	-74.5	0.926	66
Min	{1,3,4}	{{3},{4}}	-80.7	0.708	12
V5	{1,3}	—	-72.5	0.600	6
L4	{1,2,3,4}	—	-72.6	0.649	10

表6(c). 構造模型と AIC(被験者 C)

モデル	線型式(K)	相互作用項(PS))	AIC	R	p
M4*	{1,2,3,4}	{{1},{2},{3},{4}}	-7.9	0.915	66
Min	{1,2,3,4}	{{1},{2}}	-14.3	0.674	14
V5	{1,2}	—	-17.3	0.599	6
L4	{1,2,3,4}	—	-17.8	0.650	10

R : 重相関係数, p : パラメータ数,
* : M4' はパラメータ数により参考とする。

まず、表2と表5を比較すると、各被験者で有意と判定される変数はほぼ同一であることが分かる。すなわち、モデル(B)≡モデル(C)である。次に、表3と表6を比較する。全被験者で L4, Min, V5(被験者 A は V1)の AIC の値の近さの関係はモデル(A)の結果に近いと考えられるので、モデル(D)≡モデル(A)である。(ただし、被験者 A で M4'(参考モデル)の AIC の値は他のモデルに比べて小さい点は異なる。)以上より、構造模型と重回帰モデルの違いによる影響は小さいと考えられる。言い換えれば、相互作用項選出におけるモデル(A), (B)の違いは、当初の予想通り、AIC と検定の違いに大きく依存すると考えられる。

従って、モデル(A)でほぼ同一の AIC の値を持つものが多く出現するとき、それらが精度の悪いもの同士の比較である場合を想定し、「分散分析の結果選出される要因効果を一応の基準とし、それに最も当てはまる分割と属性の集合を設定する」というすり合わせ作業を図2のフローチャートの最後に付加する必要があると考えられる。

なお、本論文では、AIC と検定の差異を見るためにモデル(A)～(D)の比較を行ったが、変数選出に関して他の規準に注目しての比較例もある。これについては、例えば[12 7.1節]を参照されたい。

5. おわりに

本論文では、分割によって属性間の相互作用を表現

できる関数として改良分割型ファジィ積分(定義4)を構築し、情報量規準(AIC)に基づいて分割により本質的な相互作用項を選出できるような解析アルゴリズム(図2)を提案した。特に4.3節で、本アルゴリズムと分散分析に基づいた検定で選出される相互作用項の差異を詳しく考察した結果、その原因は AIC と検定の違いにありそうながことが分かった。従って、この差異はある程度本質的なものであり、特にモデルの精度が悪いとき両者で選出される相互作用項を一致させることは殆ど無理である。そこで本論文では、重相関係数などでモデルの精度が悪いと確認されたときには、次のような処理を実施すべきであると主張する。

- (i) 本アルゴリズムでの分析の他に分散分析も行い、検定で選出される相互作用項に最も当てはまる分割を設定する。

このこととモデルの精度が良いときは両者の結果が類似する^[13]ことを考え合わせれば、ある程度、分割に多属性評価の相互作用指標としての役割を任せられると考えられる。これは、相互作用に対する定性的な構造指標であり、定量的評価を無視したものである。しかし、「属性が正しく設定されれば相互作用は主効果に比べて小さくなる(注2参照)」という主張を認めるならば、このような定性的指標にも意味があると考えられる。また、本アルゴリズムには、AIC を用いる利点として、次のことが挙げられる。

- (ii) 誤差の母集団分布として正規分布以外のものを容易に仮定できる。

なお、本アルゴリズムをより一般的なものにするためには次のような研究を行う必要がある。まず、(i)をより確実な主張にするために、さらに豊富なデータで本アルゴリズムの結果と分散分析の結果とを比較しなければならない。(ii)については、本論文では考慮しなかったが、AIC の持つ利点であり実践する価値は大きいであろう。また、属性数が多くなれば、本アルゴリズムのような逐次型探索では最良分割の選出は困難になると予想され、例えば、遺伝的アルゴリズムによる選出^[3]などを考慮しなければならないであろう。これらは応用上重要であり今後の研究課題としたい。最後に次のことを付言する。改良分割型ファジィ積分重回帰式は特殊な直交多項式に一致し(注1参照)、改良分割型ファジィ積分のモデル化関数としてのアイデンティティは消えてしまった。しかし、このようにファジィ積分から生まれたアイデアを伝統的統計手法の中で生かすという研究スタイルにも、ファジィ理論における研究としての意味はあると考えられる。

謝 辞

本論文の作成にあたり、分割型ファジィ積分の表記法および統計モデルの与え方と考察方法に関して、匿名の2名の査読者から貴重なご助言を賜った。記して、謝意を表する。なお、この研究は通商産業省・工業技術院の産業科学技術研究開発プロジェクト「人間感覚計測応用技術」の一環として、新エネルギー・産業技術総合開発機構(NEDO)からの委託により、社団法人人間生活工学研究センター(HQL)を通して行われたものである。

参 考 文 献

- [1] 中森義輝, ファジィ測度同定におけるジレンマとストレス, 第5回ファジィワークショップ講演論文集, 日本ファジィ学会ノンエンジニアリングファジィ研究会, pp.90-91 (1995).
- [2] M. Sugeno, K. Fujimoto and T. Murofushi, A Hierarchical Decomposition of Choquet Integral Model, *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems*, Vol.3, pp.1-15 (1995).
- [3] S. H. Kwon, A Fuzzy Measure-based Approach to Modeling of Interactive Systems, 博士論文, 東京工業大学 (1995).
- [4] Y. Matsushita and H. Kambara, Partition Type Fuzzy Integral Model for Evaluation Process, *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems*, Vol.5, pp.531-545 (1997).
- [5] 田口玄一, 第3版実験計画法 上・下, 丸善 (1976-1977).
- [6] 鈴木義一郎, 情報量規準による統計解析入門, 講談社 (1995).
- [7] 林知己夫, 鈴木達三, 赤池弘次, 統計学特論, 放送大学教育振興会 (1986).
- [8] 日本ファジィ学会編, 講座ファジィ3: ファジィ測度, 日刊工業新聞社 (1993).
- [9] 日本規格協会, JIS C 7612 (照度測定方法), JIS ハンドブック 光学, pp.743-745 (1997).
- [10] 日科技連官能検査委員会, 新版官能検査ハンドブック, 日科技連出版社 (1973).
- [11] 奥野忠一, 芳賀敏郎, 久米均, 吉澤正, 多変量解析法 (改訂版), 日科技連出版社, (1971).
- [12] 佐和隆光, 回帰分析, 朝倉書店 (1979).
- [13] 宮腰淳一, 神原浩, 松下裕, 羽根義, 室内空間の高さ感に対する評価プロセスのモデル化 その3, 4, 日本建築学会大会学術講演梗概集 建築計画 I, pp.807-810 (1995).
- [14] 竹内啓, 数理統計学, 東洋経済新報社 (1963).

付録 A. 重回帰モデルの説明変数の選出

以下で、本研究において、重回帰モデルの説明変数の選出に変数増加法を用いた理由を説明する。

本研究では、注2に示した主張を採用して図2のように相互作用項選出に関する分割を設定した。この主張を重回帰モデルの説明変数選出にも採用するならば、選出に際して、主効果に対応する変数と相互作用に対応する変数を同様のタイプのものとして扱ってはならない。すなわち、これらの選出を変数増減法^[11]に従って行うとすれば、次のような方針を定めなければならないことになる。

- (i) 主効果に対応する変数を優先的に選出する。
- (ii) 相互作用に関しては、たとえその寄与率が大きいと判定されても、相互作用に関与する全ての変数が既に主効果の変数として選出されていないならば選出しない。
- (iii) 不要変数の検定で、相互作用に関与している主効果の変数が不要と判定されても、相互作用自体が有意ならばその変数を取り除かない。

(ii), (iii)を具体例で示すと次のようになる: 相互作用の変数 h_3h_4 の寄与が大きいと判定されても、変数 h_3 および h_4 が選出されていないならば h_3h_4 の選出は却下される; また h_4 が不要と判定されても、 h_3h_4 が有効と判定されている限り、 h_4 は取り除かれない。

この方針に基づいて、変数増減法により説明変数の選出を行うと表 A.1 のようになる。ただし、変数取捨の打ち切り基準は分散比 2.0 に設定する^[11p.139]。表より、ステップ5の不要変数の検定で“ h_4 は不要”と判定されるが、上の方針によってこの変数を取り除けない。その結果、結局、変数増加法を行ったことに等しくなる。

表 A.1. 重回帰モデルと検定(被験者 A)

Step	変数増減	線型式 (K)	相互作用項 (PS)	分散比
1	IN({3})	{3}	—	25.88
2	IN({4})	{3,4}	—	16.87
3	OUT(—)	{3,4}	—	31.06
4	IN({{3},{4}})	{3,4}	{{3},{4}}	16.78
5	OUT({4})	{3}	{{3},{4}}	0.11

変数増減の判定値は分散比に対して2.0とした。

付録 B^[6] 構造模型のパラメータ推定と AIC

まず、観測データ $\{x_{ijkl}\}$ の構造模型を

$$\begin{aligned} x_{ijkl} = & \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + \delta_l \\ & + (\alpha\beta)_{ij} + (\alpha\gamma)_{ik} + (\alpha\delta)_{il} + (\beta\gamma)_{jk} \\ & + (\beta\delta)_{jl} + (\gamma\delta)_{kl} \\ & + (\alpha\beta\gamma)_{ijk} + (\alpha\beta\delta)_{ijl} + (\alpha\gamma\delta)_{ikl} + (\beta\gamma\delta)_{jkl} \\ & + e_{ijkl} \end{aligned}$$

とする。ここに、 μ は一般平均、 α_i は因子1の主効果、 $(\alpha\beta)_{ij}$ は因子1と因子2の相互作用効果でありその他の記号もこれに準ずるものとする。また、 e_{ijkl} は観測誤差である。上式に4因子間の相互作用効果が無いのはそれが e_{ijkl} と無差別になるからである。

$\{e_{ijkl}\}$ がそれぞれ平均0、分散 σ^2 の正規分布に従うものとする、 $\{x_{ijkl}\}$ についてはそれぞれ平均

$$\begin{aligned} E(x_{ijkl}) &:= \mu_{ijkl} \\ &= \mu + \alpha_i + \dots + (\alpha\beta)_{ij} + \dots \\ &\quad + (\alpha\beta\gamma)_{ijk} + \dots + (\beta\gamma\delta)_{jkl}, \end{aligned}$$

分散 σ^2 の正規分布に従う。従って対数尤度 LL は

$$LL = -\frac{81}{2} \ln(2\pi\sigma^2) - \frac{Q}{2\sigma^2}$$

となる。ここに、81はデータ数であり Q は誤差平方和

$$Q = \sum_{i=1}^3 \dots \sum_{l=1}^3 (x_{ijkl} - \mu_{ijkl})^2$$

である。 LL の式より、最大対数尤度 MLL を求めることは Q を最小にすることに相当する。従って、構造模型のパラメータは Q を最小にするようにして求めれば良い(最尤推定量)。そこで、 Q を各パラメータで偏微分して正規方程式を導き、これに要因効果に与えられる制約条件：

$$\sum_i \alpha_i = 0, \dots, \sum_i (\alpha\beta)_{ij} = 0, \sum_j (\alpha\beta)_{ij} = 0, \dots,$$

$$\sum_i (\alpha\beta\gamma)_{ijk} = 0, \sum_j (\alpha\beta\gamma)_{ijk} = 0, \sum_k (\alpha\beta\gamma)_{ijk} = 0, \dots$$

を連立させて解くと推定値は次式で与えられる^[14]。

$$\mu = \bar{x} \dots, \alpha_i = \bar{x}_i \dots - \bar{x} \dots, \dots,$$

$$(\alpha\beta)_{ij} = \bar{x}_{ij} \dots - \bar{x}_i \dots - \bar{x}_j \dots + \bar{x} \dots, \dots,$$

$$\begin{aligned} (\alpha\beta\gamma)_{ijk} = & \bar{x}_{ijk} \dots - \bar{x}_{ij} \dots - \bar{x}_{i \dots k} - \bar{x}_{j \dots k} \\ & + \bar{x}_i \dots + \bar{x}_j \dots + \bar{x}_{\dots k} - \bar{x} \dots, \dots, \end{aligned}$$

ここに、記号の意味は次の通りである。

$$\bar{x} \dots = \frac{1}{81} \sum_{ijkl} x_{ijkl}, \bar{x}_i \dots = \frac{1}{27} \sum_{jkl} x_{ijkl}, \dots,$$

$$\bar{x}_{ij} \dots = \frac{1}{9} \sum_{kl} x_{ijkl}, \dots, \bar{x}_{ijk} \dots = \frac{1}{3} \sum_l x_{ijkl}, \dots$$

さらに分散 σ^2 に対する最尤推定量は $\hat{\sigma}^2 = Q/81$ だから(注3参照)、これを LL の式に代入すれば MLL は

$$MLL = -\frac{81}{2} (1 + \ln(2\pi\hat{\sigma}^2))$$

となる。

以上より、AIC の値は次のようにして求められる。まず、構造模型のパラメータ推定値より $\hat{\sigma}^2$ を求めその値を MLL の式に代入して MLL を求める；次に用いたパラメータの総数 p を計算する。例えば、M4'では、パラメータは $\mu, \hat{\sigma}^2, \alpha_i, \dots, (\alpha\beta)_{ij}, \dots, (\beta\gamma\delta)_{jkl}$ であり p は

$$\begin{aligned} & 2 + (3-1) \times 4 + (3-1) \times (3-1) \times 6 \\ & + (3-1) \times (3-1) \times (3-1) \times 4 = 66 \end{aligned}$$

となる。ここに、第2項以降の括弧に-1があるのは要因効果に与えた制約条件のためである；最後に MLL と p の値を AIC の定義式

$$AIC = -2 \times MLL + 2 \times p$$

に代入して AIC の値を求める。

(1999年 4月6日 受 付)

(1999年10月7日 再受付)

[問い合わせ先]

〒100-0011 東京都千代田区内幸町2-2-2

フコク生命ビル27F

清水建設(株)和泉研究室

松下 裕

TEL: 03-3508-8101

FAX: 03-3508-2196

E-mail: yutaka@ori.shimz.co.jp

— 著 者 紹 介 —

松下 裕 (まつした ゆたか)

清水建設(株)和泉研究室

1985年 東北大学大学院工学研究科博士課程前期修了。同年 清水建設(株)入社。1993年 東北大学より博士(工学)取得。多属性意思決定の研究に従事し、評価過程のモデル化関数としてのファジィ積分の研究を行っている。最近は、不確定下の意思決定の分野に関心を持ち、効用関数の研究に着手している。日本ファジィ学会、日本建築学会、日本数学会会員。

宮腰 淳一 (みやこし じゅんいち)

清水建設(株)和泉研究室

1992年 東北大学大学院工学研究科博士課程前期修了。同年 清水建設(株)入社。1992年より評価過程におけるファジィ積分の適用および応用に関する研究に従事。日本ファジィ学会、日本建築学会などの会員。

Partition Representation of Interactions in Multiattribute Evaluation —Comparison between Model by Information Criterion and Model by Analysis of Variance—

by

Yutaka MATSUSHITA and Jun'ichi MIYAKOSHI**Abstract :**

In this paper, we first define “advanced partitions type fuzzy integral (Definition 4)” by extending the range of partitions. Since this functional utilizes partitions only for the choice of interaction terms, it expresses more intermediate multilinear fuzzy integrals. Moreover, we develop a new modeling algorithm such that the choice of interaction terms is not dependent on statistical criteria, such as Akaike's Information criterion (AIC) and tests, aiming at making the expression of interactions by partitions applicable to the general statistical model (e.g. orthogonal polynomials). Through a concrete evaluation problem, we compare interaction terms by AIC with those by the tests based on the analysis of variance and analyze the cause of difference between them. As a result, we add the necessary procedure to the modeling algorithm (Fig. 2) based on AIC.

Keywords : Fuzzy Integral, Interaction, Partition, Information Criterion, Analysis of Variance, Multiattribute Evaluation

Contact Address : **Yutaka MATSUSHITA**

Izumi Research Institute, Shimizu Corporation

Fukoku-Seimei Bldg. 27F, 2-2-2, Uchisaiwai-cho, Chiyoda-ku, TOKYO, 100-0011 JAPAN

TEL : 03-3508-8101

FAX : 03-3508-2196

E-mail : yutaka@ori.shimz.co.jp