ショートノート

分散と相関による ファジィ推論モデルの構築†

福元 伸也* 宮島 廣美* 長澤 庸二*

ファジィモデリングにおいて推論ルールを自動的に生成する手法がいくつか提案されている。本研究では、ルール間の相関を考慮したファジィ推論モデルの構築法を提案し、この手法を相関型ファジィ推論モデルと呼ぶことにする。数値実験では関数近似の実験を行い、その結果、推論精度が良く少ないルール数の推論モデルを得ることができた。また、相関型ファジィ推論モデルを削除型ファジィ推論モデルに組み合わせた複合型モデルにより、学習後の推論ルールに重なりが生じる問題を解決することができた。

キーワード：相関係数、分散度、ファジィ推論モデル

1. はじめに

ファジィ推論ルールの自動生成に関するさまざまな研究が行なわれている。多くのファジィシステムにおいて、ファジィルールの構築は、試行錯誤的に行なわれることが多く、推論誤差の小さい最適なルールを得るには、たくさんの労力を必要とする。近年、推論ルールを自動的に取得するために、推論誤差の大きい領域に対してメンバシップ関数を生成していく方法[1]やあらかじめ推論ルールを与えておき、学習の過程で不要なルールを削除していく方法[2]などが提案されている。

本研究では、押野ら[3]の提案した分散と相関を考慮したニューラルネットワークの逐次削減法をファジィシステムに適用した推論モデル(以下、相関型ファジィモデルと呼ぶ。)とこれを削除型ファジィモデル[2]に組み合わせた推論モデル(以下、複合型ファジィモデルと呼ぶ。)を提案する。分散と相関を考慮した相関型ファジィモデルでは、ルール間の相関係数を取り、推論モデルに不要なルールを取り除いてモデルの構築を行う。この相関型ファジィモデルを削除型ファジィモデルに組み合わせることにより、削除型ファジィモデルで問題となっていた学習後の推論ルールにおいてルールの重なりが生じる問題を解決することができた。

以下、2章では、逐次型ファジィモデルの説明を行ない、3章で相関型ファジィモデルとそのアルゴリズム、4章で関数近似の数値実験を行ない、提案モデルの有効性について検証する。

2. 逐次型ファジィ推論モデル

ここでは、これまでに知られている逐次型ファジィモデルについて説明する[4,5]。これは、あらかじめ定めたルールを、与えられた入出力データの関係がうまく表現できるように、最も適したルールへと学習していく方法である。はじめに、システムの入力成分を $(x_1, x_2, \dots, x_m)$ 、出力を y とする。この手法の推論ルールは、次式のように表される。ただし、ルール番号を $i=1, \dots, n$ とする。

$$R^i: \text{if } x_1 \text{ is } M_{i1} \text{ and } \dots \text{ and } x_m \text{ is } M_{im} \\ \text{then } y \text{ is } w_i \quad (1)$$

ここで M_{ij} は前件部メンバシップ関数、 w_i は後件部の実数値を表す。各ルールのもつ出力への適合度 μ_i は次式のように各変数のグレードの積をとる。ただし、 $i=1, 2, \dots, n$ である。

$$\mu_i = \prod_{j=1}^m M_{ij}(x_j) \quad (2)$$

μ_i により、最終的な推論結果 y^* は、次式のような重み付き平均として算出される。

$$y^* = \frac{\sum_{i=1}^n \mu_i \cdot w_i}{\sum_{i=1}^n \mu_i} \quad (3)$$

このファジィ推論の過程を、図1のようなネットワークに当てはめることができる。このネットワークは3層のネットワークで、中間層、出力層のユニットにおいて各々適合度 μ_i の計算、および推論出力 y^* の計算を行う。中間層のユニットでは、各ユニット毎に各ルールの全変数によるグレードの積をとる計算、すなわち μ_i を算出し、出力層のユニットでは重み付き平均の計算を行う。また、入力-中間層間の結合荷重は、前件部メンバシップ関数の適合度 $M_{ij}(x_j)$ 、中間-出力層間

† A Method for Constructing Fuzzy Reasoning Models by Variance and Correlation
Shinya FUKUMOTO, Hiromi MIYAJIMA and Yoji NAGASAWA

* 鹿児島大学 工学部
Faculty of Engineering, Kagoshima University

図1 ファジィのネットワーク化

の結合荷重は、後件部実数値 w_i とする。したがって、入力層より与えられた入力 $(x_1, x_2, \dots, x_m)$ により、中間層で各推論ルールに対する適合度 μ_i が計算され、出力層で重み付き平均の計算を行い、推論出力 y^* が算出される。ここで $M_{ij}(x_j)$ は三角型メンバシップ関数を用い、次のように定義する。

$$M_{ij}(x_j) = \begin{cases} 1 - \frac{|2(x_j - c_{ij})|}{b_{ij}} & (c_{ij} - \frac{b_{ij}}{2} < x_j < c_{ij} + \frac{b_{ij}}{2}) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (4)$$

ただし、 c_{ij} はメンバシップ関数の頂点の座標、 b_{ij} ($b_{ij} > 0$) は、三角形の底辺で、それぞれ中心、幅と呼ぶことにする。

このように、ファジィ推論ルールをネットワーク構造に埋め込むことにより、出力層から入力層方向へと結合の重みをチューニングしていくことができる。チューニングのパラメータは、 c_{ij} , b_{ij} , w_i となる。

いま、このネットワークにおいて入力 $(x_1, \dots, x_m)$ に対し出力 y^* を得たとする。この場合の理想出力を y^r とする。この場合の学習法は、 y^* と y^r の2乗誤差を最小にすることを目的とするので、次式を評価関数とすることができる。

$$E_c = \frac{1}{2} (y^r - y^*)^2 \quad (5)$$

y^* はその時の素子間の結合の重み(この場合は、 c_{ij} , b_{ij} , w_i)で決まるため、誤差関数も結合の重みに依存する。誤差関数 E_c が極小値に達するためには、パラメータ c_{ij} , b_{ij} , w_i を少しずつ変化させていけばよく、このことは、それぞれのパラメータを、最急降下法にもとづいて変更すればよいことを意味する。したがって、式(2), (3), (4), (5)より、次の式が得られる。

$$c_{ij}(t+1) = c_{ij}(t) - \frac{K_c \cdot \mu_i}{\sum_{i=1}^n \mu_i} \cdot (y^* - y^r) \cdot (w_i - y^*) \cdot \text{sgn}(x_j - c_{ij}) \cdot \frac{2}{b_{ij} \cdot M_{ij}(x_j)} \quad (6)$$

$$b_{ij}(t+1) = b_{ij}(t) - \frac{K_b \cdot \mu_i}{\sum_{i=1}^n \mu_i} \cdot (y^* - y^r) \cdot (w_i - y^*) \cdot \frac{1 - M_{ij}(x_j)}{M_{ij}(x_j)} \cdot \frac{1}{b_{ij}} \quad (7)$$

$$w_i(t+1) = w_i(t) - \frac{K_w \cdot \mu_i}{\sum_{i=1}^n \mu_i} \cdot (y^* - y^r) \quad (8)$$

ここで、 K_c , K_b , K_w は学習係数で、 t は学習回数を表し、 $\text{sgn}(z)$ は、次式のような関数である。

$$\text{sgn}(z) = \begin{cases} -1; & z < 0 \\ 0; & z = 0 \\ 1; & z > 0 \end{cases} \quad (9)$$

これらの結果は、初期値として任意に与えられたネットワークの重み(c_{ij} , b_{ij} , w_i)を、各入出力データに対し、式(6)から(8)にもとづいて調整すれば、式(5)で示される2乗誤差が極小になることを意味している。

3. 相関型ファジィモデル

削除型ファジィモデル[2]では、学習の過程でメンバシップ関数の中心 c_{ij} を更新するので、学習後に重なった状態のメンバシップ関数が生成されてしまう問題が生じた。そこで本研究では、削除するルールを選定する手段として、相関係数を用いる方法を導入する[6]。押野らは、この相関基準を用いてニューラルネットワークの中間層ユニットの削減を行なっている[3]。

本稿では1次元の場合についてのみ説明する。ファジィ推論において、ルール間の相関をとった場合、相関係数が高いということはルールとルールがほとんど重なっている状態を意味する。ルール間の相関を1入力変数の場合について考えてみると、ルール i とルール j の相関係数 ρ_{ij} は、次式により定義される。

$$\rho_{ij} = \frac{\sum_{p=1}^P \{\mu_i(x_p) - \bar{\mu}_i(x)\} \cdot \{\mu_j(x_p) - \bar{\mu}_j(x)\}}{\sqrt{\sum_{p=1}^P \{\mu_i(x_p) - \bar{\mu}_i(x)\}^2 \sum_{p=1}^P \{\mu_j(x_p) - \bar{\mu}_j(x)\}^2}} \quad (10)$$

$\mu_i(x_p)$: ルール i による p 番目の入力データ x_p の適合度

$\bar{\mu}_i(x)$: ルール i における全入力データ (x_p ($p = 1, \dots, P$)) による適合度の平均

相関係数 ρ_{ij} が大きい、すなわち1に近いということは、ファジィ推論では、それぞれのルールの重さなり部分が大きいということになる。

従って、ルールが図2のような状態にあるとき、2つのルールは1つのルールにまとめることができると考えられる。よって、2つのルールのうちどちらか一方を残し、もう片方を取り除くことにする。

そこで、相関の大きい2つのルールのうちどちらのルールを削除の対象とするかであるが、ここでは式(11)を用いて、隣接するルール間の中心の距離の平均を取ることにする。具体的には、まず、ルール j を除いたルール i を含むルール集合において、ルール間の中心の距離の平均を求める。これを分散度 s_i とする。同様にルール i を除いたルール j を含むルール集合において距離の平均を求め、これを s_j とする。次に s_i と s_j を比較し、分散度の小さい方のルールを削除の対象とする。分散度 s は、次式で定義される。

$$s = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} l(R^{(i)}, R^{n(i)}) \quad (11)$$

ただし、 $l(R^{(i)}, R^{n(i)})$ は、ルール $R^{(i)}$ とこれに最も近いルール $R^{n(i)}$ の中心間の距離を表し、 N はルールの個数である。この分散度をとる意味は、構築されたルールが狭い範囲に偏っているよりも入力空間全体に散らばっている方が、入力データが多くのルールに依存することになり、その結果、同定に用いないテストデータに対する推論誤差が小さくなると考えられるからである。従って、分散度 s の値が大きい方が、より広い空間にルールが分布しているといえるので、相関の大きい2つのルールのうちこの分散度 s の小さい方を削除する。また、削除されたルールの後件部実数値 w は、残ったルールの実数値に加えることにする。

この相関係数を用いてルールの削除を行なう手法は、前章で説明した逐次型ファジィ推論モデルに基づいて学習を行う。以下に相関型ファジィモデルのルール獲得手順について説明する。学習アルゴリズムは、次に示す[Step 1]から[Step 11]までのステップからなる。

■学習アルゴリズム

[Step 1][初期設定]

初期値として前件部のメンバシップ関数 M_{ij} の中心 c_{ij} は、入力変数 x_j の定義域を等分割するように設定する。また、幅 b_{ij} は各入力変数の隣合うメンバシップ関数の中心の間隔よりも大きく設定する。後件部実数値 w_i の初期値は乱数で与える。次に推論誤差のしきい値 T_1 および推論誤差の変化率のしきい値 T_2 を設定する。また、相関係数のしきい値 T_ρ を設定する。学習回数 t を1にセットする。

[Step 2][ファジィ推論]

[2-1]

学習用データ番号 p を1にする。

図2 重なった状態のルール

[2-2]

入出力データ $(x_1^p, \dots, x_m^p, y^p)$ を読み込む。

[2-3]

(2)～(4)式を用いて、入出力データ $x_1^p, \dots, x_m^p, y^p$ に対してファジィ推論を行い、推論出力 y^{*p} を求める。

[2-4]

(8)式により後件部の実数値 w_i を調整する。

[2-5]

[2-3]と同様にファジィ推論を行う。

[2-6]

前件部のメンバシップ関数の中心 c_{ij} と幅 b_{ij} の調整を(6), (7)式を用いて行う。

[2-7]

$p=P$ ならば[Step 3]へ。

$p \neq P$ ならば $p=p+1$ として[2-2]へ。

(P は学習用データの総数)

[Step 3]

推論誤差 $E(t)$ 、推論誤差の変化率 $\Delta E(t)$ を次式より算出する。

$$E(t) = \frac{1}{P} \sum_{p=1}^P |y^{*p} - y^p| \quad (12)$$

$$\Delta E(t) = E(t) - E(t-1) \text{ for } t > 1 \quad (13)$$

[Step 4]

推論誤差 $E(t)$ と推論誤差のしきい値 T_1 を比較する。

$E(t) < T_1$ ならば[Step 6]へ。

$E(t) \geq T_1$ ならば[Step 5]へ。

[Step 5]

推論誤差の変化量 $\Delta E(t)$ と推論誤差の変化率のしきい値 T_2 を比較する

$\Delta E(t) \leq T_2$ ならば学習終了。

$\Delta E(t) > T_2$ ならば $t \leftarrow t+1$ として[Step 2]へ。

[Step 6]

$\Delta E(t) > T_2$ ならば $t \leftarrow t+1$ として[Step 2]へ。

$\Delta E(t) \leq T_2$ ならば[Step 7]へ。

[Step 7]

(10)式より, 相関係数 ρ_{ij} を計算する.

$\rho_{ij} \leq T_\rho$ ならば $t \leftarrow t+1$ として [Step 2] へ.

$\rho_{ij} > T_\rho$ ならば [Step 8] へ.

[Step 8]

最終的にルールを削除する直前のパラメータの値が必要になるので, ここでパラメータの値を保存する.

[Step 9]

(11)式を用いてルール間の相関係数が大きいルールの分散度 s を求める. s の値が小さい方のルールを削除する.

[Step 10]

削除されたルールの後件部実数値 w を, 残ったルールの実数値に加える.

[Step 11]

$t \leftarrow t+1$ とし, [Step 2] へ.

以上の手順を通じて相関型ファジィモデルを構築する.

4. 数値実験

前章で述べた相関型ファジィモデルの有効性を調べるため, 以下に示す関数を同定し, 推論ルールを構築した. ここでは, 次の4つの関数を用いた.

$$(1) y = \frac{3x^3 - 4x^2 + 7}{7}$$

$$(2) y = \frac{1}{1 + \exp(6x)}$$

$$(3) y = \frac{\sin(\pi x + 1) + 1}{2}$$

$$(4) y = \begin{cases} -x & ; -1 \leq x < 0 \\ x^2 & ; 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

それぞれの関数の定義域は, $[-1, 1]$ であり, 出力は, $[0, 1]$ である. 学習用入出力データ (x^p, y^p) を $P (= 100)$ 個与える. 学習用入力データは, 入力空間を等分割したデータである. 推論誤差 E のしきい値 T_1 は, 1.0×10^{-2} で, 推論誤差の変化率 ΔE のしきい値 T_2 は, 1.0×10^{-3} , 相関係数のしきい値 T_ρ は, 0.9 を与えた. 学習係数は, $K_c = 0.4$, $K_b = 0.8$, $K_w = 0.9$ で, 初期ルール数は, 100個とした.

この関数近似の結果を, 表1に示す. 表1では, 提案手法である相関型ファジィモデル, さらに比較の対象として, 削除型ファジィモデル[2]と推論ルール逐次生成手法の1つである荒木らの提案した手法[1](生成型ファジィモデル)を用いた結果を同時に示した. また, 表中の推論誤差は未学習のデータを用いた場合の誤差を示している.

得られたルールの数は, 3つのモデルとも同程度で, 推論誤差は, 生成型よりも, 削除型, 相関型の方で,

若干良い結果が得られた. また, 学習回数は, 3つのモデルの中では, 明らかに生成型の方が少ないが, 削除型モデルと相関型モデルを比較すると, 相関型モデルの方が, 少なくなっている.

次に, 削除型ファジィモデルで得られたルールに対し, 相関型ファジィモデルを適用し, ルールをさらに削除した複合型ファジィモデルの結果を表2と図3(関数(3)の場合)に示す.

表1 推論結果

		相関型	削除型	生成型
関数 (1)	ルール数	8	9	9
	推論誤差	0.0099	0.0098	0.0103
	学習回数	527	644	20
関数 (2)	ルール数	6	6	6
	推論誤差	0.0094	0.0093	0.0098
	学習回数	352	380	25
関数 (3)	ルール数	7	6	6
	推論誤差	0.0093	0.0096	0.0101
	学習回数	561	657	39
関数 (4)	ルール数	9	8	9
	推論誤差	0.0098	0.0098	0.0099
	学習回数	478	551	32

(a) 削除型ファジィモデルによる推論ルール

(b) 複合型ファジィモデルによる推論ルール

図3 重なったルールの削除

表2 推論結果 (複合型)

関数	(1)	(2)	(3)	(4)
ルール数	8	5	5	7
推論誤差	0.0099	0.0097	0.0098	0.0099

図3(a)の削除型ファジィモデルでルールが重なっている場所が、ルール間の相関を取ることににより、ルールが重なっている部分を1つのルールでまとめることが出来ている(図3(b)).

5. むすび

今回、削除ルールの基準として相関係数と分散を用いた新たなルール獲得手法を提案した。ファジィ推論ルールを自動的に構築する手法に生成型ファジィモデルや削除型ファジィモデルがあるが、相関型ファジィモデルでも、これらの手法と同程度のルール数や推論精度を持つモデルを得ることができた。また、削除型ファジィモデルで構築されたルールに相関型モデルを適用した複合型モデルにより、推論ルールが重なってしまう問題を解決することができた。今後、多次元のデータにおける有効性の検証や他のモデルへの応用を考えたい。

参 考 文 献

- [1] 荒木昭一, 野村博義, 林 勲, 若見昇: “ルールを逐次的に生成するファジィモデリングの一提案”, 日本ファジィ学会誌, Vol.4, No.4, pp.722-732(1992).
- [2] 宮島廣美, 福元伸也, 石塚洋一: “ルールの削除に基づくファジィモデリング”, 信学論(A), Vol.J77-A, No.11, pp.1555-1562(1994).

- [3] 押野隆弘, 尾島潤, 山本真司: “誤差逆伝搬学習における中間層ユニット逐次削減法”, 信学論(D-II), Vol.J-76-D-II, No.7, pp.1414-1424(1993).
- [4] 野村博義, 林 勲, 若見昇: “デルタルールによるファジィ推論の自動チューニング手法と障害物回避への応用”, 日本ファジィ学会誌, Vol.4, No.2, pp.379-388(1992).
- [5] 市橋秀友, 渡辺俊彦: “簡略ファジィ推論を用いたファジィモデルによる学習型制御”, 日本ファジィ学会誌, Vol.2, No.3, pp.429-437(1990).
- [6] 福元伸也, 宮島廣美, 長澤庸二: “分散と相関を考慮した削除型ファジィシステム”, 第10回ファジィシステムシンポジウム講演論文集, pp.341-344(1994).
- [7] Shinya Fukumoto, Hiromi Miyajima, Kazuya Kishida, Yoji Nagasawa: “A Destructive Learning Method of Fuzzy Inference Rules”, Proc. of the International Joint Conference of the Fourth IEEE International Conference on Fuzzy Systems and the Second International Fuzzy Engineering Symposium, II, pp.687-694(1995).

(2000年8月22日 受 付)

(2001年1月23日 再受付)

[問い合わせ先]

〒890-0065 鹿児島市郡元1-21-40

鹿児島大学工学部情報工学科

福元 伸也

TEL: 099-285-8453

FAX: 099-285-8464

E-mail: fukumoto@ics.kagoshima-u.ac.jp

著 者 紹 介

ふくもと しんや
福元 伸也 [正会員]

鹿児島大学工学部情報工学科

1989年 鹿児島大学工学部電子工学科卒業。同年 フジクラ(株)勤務。1992年 鹿児島大学工学部情報工学科勤務。現在 助手。ファジィ理論, ニューラルネットワーク, 遺伝的アルゴリズムに関する研究に従事。日本ファジィ学会, 電子情報通信学会の会員。

みやじま ひろみ
宮島 廣美 [正会員]

鹿児島大学工学部電気電子工学科

1974年 山梨大学工学部電気工学科卒業。1979年 東北大学大学院博士課程修了。工博。同年熊本電波高専, 1988年 鹿児島大学工学部勤務。現在同電気電子工学科教授。主としてセルオートマトン理論, 神経回路網理論, ファジィ理論の研究に従事。

ながさわ ようじ
長澤 庸二

鹿児島大学工学部情報工学科

1963年 東北大学工学部通信工学科卒業。1968年 同大学院工学研究科電気及通信工学専攻博士課程修了。同大助手, 助教授, 教授を経て, 現在鹿児島大学工学部情報工学科教授。高周波伝送工学, 環境電磁工学の研究に従事。1986年度電子情報通信学会論文賞受賞。2000年 科学技術庁注目発明に選定される。電子情報通信学会, 映像情報メディア学会, IEEE 各会員。

A Method for Constructing Fuzzy Reasoning Models by Variance and Correlation

by

Shinya FUKUMOTO, Hiromi MIYAJIMA and Yoji NAGASAWA

Abstract :

In fuzzy modeling, several techniques for constructing fuzzy reasoning rules have been proposed. In this study, we propose a constructing technique for fuzzy reasoning models considered correlation of rules. This technique will be referred to as correlation type fuzzy reasoning models. In order to show the effectiveness, some numerical simulations were performed. As a result, fuzzy reasoning models were obtained, with a higher precision and a few rules. Further, the problem of overlapping rules was solved by combining correlation type fuzzy models with the deleting type fuzzy models.

Keywords : Correlation Coefficient, Degree of Variance, Fuzzy Reasoning Model

Contact Address : **Shinya FUKUMOTO**

Department of Information and Computer Science,

Faculty of Engineering, Kagoshima University

1-21-40, Koorimoto, Kagoshima 890-0065, Japan

TEL : 099-285-8453

FAX : 099-285-8464

E-mail : fukumoto@ics.kagoshima-u.ac.jp