ファジィシステムモデリング通覧†

中島 信之*

まえがき

私は1999年9月から1年間、カナダ・トロント大学の Türksen 教授のもとで遊学する機会を得た。教授の専門であるファジィシステムモデリングは私にとって全くの未知の分野だったが、せっかくの機会を生かさないテはないと思い、勉強してみることにした。研究室の大学院生に紹介してもらって、初めて手にした論文が Sugeno and Yasukawa [83] である。

こういういい方をしてなんだが、一読魅了された。これはひとつ腰を落として読んでみなければなるまいと決心し、同論文の参考文献を手始めに読むべき論文を芋づる式につぎつぎと追い求めてみた。

最初は単に読むだけのつもりだったが、読んでいううちに、整理がつかなくなり、自分のためにもまとめるといふ作業の必要性を感じた。幸い自由な時間はたっぷりあった。読みながらまとめ、まとめながらさらに文献を漁るという生活であった。読みまとめるうちに、主題の全容が明らかになっていく過程には快感があった。この通覧はその結果である。まだまだ不十分ではあろうが、このあたりでおおかたの批判を仰ごうと思う。

なお、最近 Nguyen and Sugeno の編書が刊行された。まだ十分目を通す機会をもっていない。本通覧の意図はこれとは違い、ファジィシステムモデリング全般を広く浅く眺めることにある。この分野の全貌を知り、1つ1つの研究の、全体の中における位置づけを明らかにできれば幸いである。

1 序

ファジィシステムモデリングとは

そもそもファジィシステムモデリングとは何かという問いはそう答えやすい問いではない。ひとつには、ファジィシステムモデリングのもつ多義性による。たとえばファジィによるシステムモデリングなのか、フ

ァジィシステムのモデリングなのか、判然としないというのもそうである。本稿では、前者、すなわちファジィ理論（論理）による（複雑システムの）モデリングを指すことにする。

システムモデリング（モデル化）とは、システムの挙動 behavior, すなわち、システムの状態ないしその変化を記述することである。ただ、システムの状態は直接観察しがたい。そこで、観測可能でしかもシステムの状態を反映するそこからの出力に注目し、それを過去のいくつかの時点での入力と状態（出力）とから再現できれば、システムの挙動を記述できたと、ほばいえる。

以上をまとめると、システムモデリングとは、出力がどういう仕組みで得られるかを記述する（あるいは再現する）ことであり、ファジィシステムモデリングとはファジィ理論（論理）によるシステムのモデリングということである。

ファジィシステムモデリングを読み知る

まず Sugeno and Yasukawa [83] がある。これは IEEE Trans. Fuzzy Systems 創刊号の（実質上の）巻頭論文である。ファジィ論理に基づく質的モデリングが詳しく、かつきわめて明快に解説されている。

これに先んじて Tong [90] がある。Kim et al. [42] (第II章)、ファジィシステムモデリングの歴史を概観した Joo et al. [36]、あるいはファジィ制御について概説した Tong [88] などもファジィシステムモデリングとは何かを知るのに適している。

日本語によるものでは、中森の著書 [60]、古橋その他による解説 ([66], 第11章) などがある。

最近 ('98年) Nguyen and Sugeno 編によるファジィシステムモデリングに関する書 [63] が刊行された。

ファジィシステムモデリング略史

システムに関する研究は1950-60年代に始まる。

だが、ファジィシステムモデリングの始まりをどこにおくかは少しばかりむずかしい。ファジィ理論に基づくシステム解析やモデル構築の試みは Zadeh [115] (68年) にまで遡りうる。だが、ファジィ理論（論理）によるシステムのモデリングということになると、Tong [90] (78年) に始まるとみなせるだろう。この直後に

† An Overview on Fuzzy System Modeling

Nobuyuki NAKAJIMA

* 富山大学 経済学部 経営学科
Toyama University

Gaines [27] (79年)がある. Takagi and Sugeno [85] とその後継論文, さらには Sugeno and Yasukawa [83] が続き, 1つの分野として確立した.

92年には, Horikawa et al. [32] によるファジィニューラルネットワークによる解法も加わった. こうした流れを表1に示す.

表1 年譜

年	事 柄
68	Zadeh [115]
76	Jain [34] (ファジィシステム) Wenstøp [101] (言語モデル)
78	Tong [89] (ファジィシステム)
79	Kickert [40] (言語モデル)
78-80	Tong [90, 91] (ファジィモデル)
81-84	Pedrycz and Czogała [15, 70, 71, 72] (ファジィ関係システム)
85	Takagi and Sugeno [85] (TSK モデル)
86-88	Sugeno and Kang [80, 81] (TSK モデル)
87-89	Xu et al. [105, 104] (ファジィ関係システム)
91	Sugeno and Tanaka [82] (TSK モデル)
92	Horikawa et al. [32] (FNN)
93	Yager et al. [109] (TSK モデル) Sugeno and Yasukawa [83] (SY モデル)
95	Lin et al. [54] (FNN)
95-96	Wang et al. [96, 97, 98] (TSK モデル)
97	Kim et al. [42] (TSK モデル) Joo et al. [36] (その他のモデル)
98	Emami et al. [19] (ETG モデル) Delgado et al. [16] (その他のモデル)

本稿の構成

本稿は4部からなる. 第I部はシステムからファジィシステムモデリングまでの一般的な解説にあてる. 第II部で, ファジィシステムモデリングの問題を詳しく述べ, 問題の定式化, 解法の概略, システムの検証などについて解説する. 第III部で主要な解法を紹介する. Tong のファジィモデリング, Pedrycz らのファジィ関係システム, Sugeno を中心とする TSK モデル, SY モデル, さらに ETG モデルや FNN (ファジィニューラルネット) による手法などを紹介する. 第IV部を, ファジィクラスタリングや非ファジィ化法などファジィシステムモデリングに関連する数々の技法の紹介にあてる.

I 概 説

ファジィシステムモデリングという表現はどちらかといえば新しい. ファジィシステムモデリングに至る諸概念: システム, システム解析, ファジィシステム, ファジィモデリングなどを文献によって略述する. 異なった語が同じ意味で, また同じ語が異なった意味で用いられたりする.

2 システム

1950-60年代に始まったシステムに関する研究を支え, 促したのは, オペレーションズ・リサーチ (OR) とコンピュータの発達である. この当時, システム解析に関する書籍が少なからず刊行された. そうした1冊である McMillan et al. [59] のシステム解析についての解説は分かりやすい. 特に第1章(システムとモデル), 第2章(シミュレーション)は70年代初頭の研究者のシステム解析に対する理解のさまを見ることができる. 日本語では西川ら [64] がある.

以下の定義は両書による.

要素の集合と要素間の関係を合わせた全体を**システム system**といい, システム自体を記述すること, あるいはシステムの挙動を説明し, 未来のシステムの挙動を予測することを**システム解析 analysis**という (McMillan ら).

モデル model とは, システムの解析者による記述 (McMillan ら), あるいは, 対象とする実体システムの変数間の関係を適切なフィルタを通して適当な構造へ写した写体である (西川ら). そして, システムの構成や挙動を説明する適切な数学的・物理的な形式などによって実体システムを要約し, その本質的部分を表現する方法を**モデル化 modeling**という (西川ら). そのうえで西川らは「この写体から得られる情報は, 対象である実体システムのもつ情報として解釈可能でなければならない.」と述べている.

シミュレーション simulation の応用には, 1) システムのデザイン, 2) システムの挙動の記述があり, McMillan らは「解析者は, 自分のよく知らないシステム自体や, システムの挙動を説明するシステムの構造についての仮説の検証に, シミュレーションを用いる. 現実のシステムはしばしば「ブラック・ボックス」とみなされる. その中身はシステム入力と出力を観察することで記述できるものと考えられる. …その理論は現実のシステムの出力 $y_1, \dots, y_n$ とモデルからの出力 $z_1, \dots, z_n$ を比較することで検証される.」と述べている.

Pedrycz [75] は「シミュレーションは科学の第3の

パラダイムになりつつある」という K. Wilson の言を引用している。

どのように出力が得られるかについて具体的な説明ないし記述なしでシステムが構築される。これを**ブラック・ボックス** black box 仮説という。ブラック・ボックスは理論でもモデルでもない (McMillan ら)。

3 ファジィシステム

ファジィシステムとは、「情報の少なくとも一部がファジィであるシステム」(Jain [34], 76年)である。(入出力)変量がファジィ (Jain [34]), 入力(コマンド)と入出力関係,したがって状態や出力もファジィ (Tong [89]) などがある。さらには,入力空間から出力空間への‘if-then’ (ファジィ) ルールの集まりもファジィシステムとよばれる (Kosoko [46])。

ところで,ファジィシステムに関して特徴的なことは,現実の「実体システム」は如何に複雑,あるいは如何にあいまいでも,それ自体にファジィ性はない,ということである。ファジィ性が加わるのは実体システムを記述ないし解釈する段階である。つまり,ファジィシステムは常にファジィモデルなのである(例えば,田中 [86] の書名は「あいまいさを含む実体システムのモデリング」の謂いである)。

ファジィシステムがファジィ制御に対して果たした役割を論じた Verbruggen et al. [95] がある。

数学的ファジィシステム

一般にシステムは,現実の中に存在する「実体システム」,それを写しとった「(モデルとしての)システム」,さらにそれを抽象化(数学化)した「数学的システム」とに分けられる。こうした事情はファジィシステムでも同じである。ここで最後の数学的ファジィシステムについて簡単に考察する。

数学的ファジィシステムの多くは関係方程式で記述され,その構造は(少なくとも数学的には)完全に定まる。ファジィ線形システム (Friedman et al. [25], 変数がファジィ,係数行列はクリस्प)や動的ファジィシステム (Kurano and Yoshida et al. [50, 113], 関係行列がファジィ),その他がある。

数学的ファジィシステムには,数学の中だけで閉じたもの(上記の例)もあり,実体システムの解析にも積極的に関与する開いたものもある。Pedrycz (and Czogała) [15, 70, 71, 72, 73] は後者の例である。

ファジィ動的システム

(ファジィ)システムには,時間に依存しない静的システムと時間に依存する動的 dynamic システムとが

存在する。

ファジィ動的システムを定義するやり方には,クリस्पな動的システムのファジィ化とファジィ関係行列による定義という2つがある。Kloeden [43] は前者で,そのシステムは連続な関数(ファジィ集合) $\mathcal{F}(x, t)$ で定められる(ここで x は状態, t は時刻を表す)。Pedrycz [71] は後者で,(不連続な時刻 t で表される)1次のファジィ動的システムを

$$x_{t+1} = u_t \circ x_t \circ R$$

で定義した。ここで, x_t, x_{t+1} は状態, u_t は制御で,ファジィ性は R に含まれる。

4 ファジィシステムモデリング

ファジィシステムモデリングという表現はどちらかといえば新しく,必ずしも定着してはいない。初めて文献に現れたのは,確認できたかぎりでは, Yager [106] (94年)である。Gaines [27] (79年)は,「非決定的なシステムの構造を,その挙動から導く」という作業を‘同定’と名づけているが,間違いなくファジィシステムの‘モデリング’の嚆矢である。

ファジィモデル

Zadeh [116] は(実体)システムを機械的システムと人間的システムに分け,後者をより複雑としている。「こうした現実の複雑システム(過程)を解析するにはモデル化が必要である。」と分析した。

Tong [90] は「モデルが真の過程 process のシミュレーションや制御システムの構築に使えるからである。」と説くが,同時に「複雑過程はしばしば高度に非線形であり,非常に多くの変数を含んでいるために,同定するのはきわめて困難である。その基礎となる数学的構造は見出しがたく,過程の知識は言語的にしか表現できない場合がしばしばある。」と述べている。彼はファジィモデルを‘構造の不正確さ imprecision をあつかう道具’と規定したうえで,ファジィモデル M を, A を有限個のファジィ含意(ルール)によって(過去の)入力と出力から(未来の)出力を決定するアルゴリズム, U, S, F をそれぞれ入力空間,出力空間,およびこれらの空間の初期状態の集合として, $M = M(A, U, S, F)$ と定義した。

言語によって表現されたモデルは,言語 verbal モデル (Wenstøp [101]), linguistic モデル (Kickert [40]) などとよばれる。詳しくいうと,「言語 linguistic 記述に基づくシステムモデル」(Sugeno and Yasukawa [83])である。また,「データ構造のファジィ解釈」(Bezdek [10]) という意味でファジィモデルともよばれる。

ファジィモデリング

Sugeno and Yasukawa [83] によれば、ファジィモデリングは Zadeh [115] にまで遡るという。

ファジィモデリングの定義をあげると：「一種のモデリング手法」(Sugeno and Tanaka [82])；「過程のデータのファジィモデルへの転換」(Tong [90])；「未知の対象から得られた入出力データから、その対象のモデルをファジィルールを用いて記述すること」(古橋, [60], p.267)；「ファジィ集合の方法論を用いたモデリング」(Pedrycz [75])；あるいは「ファジィ制御のための数学的モデル」(Lygeros [55])という理解や「ファジィ論理に基づく記述言語を用いたシステムモデル構築の手法」という定義もある(Sugeno and Yasukawa [83])。

ファジィシステムモデリング

ファジィシステムモデリングは、ふつうには、ファジィモデリングとほぼ同義に理解されている。この意味でのファジィシステムモデリングの始まりは Tong [90] である。

しかし、現在、「ファジィシステムモデリング」はもう少し限定した意味で理解されている。すなわち、

- 1) 複雑なシステムをファジィ含意を用いて表す
- 2) (本質的に) 非線形システムである

の2点を特徴とする (Sugeno and Kang [80], ただしこの論文ではまだ「ファジィモデリング」である)。

Horikawa et al. [32] はファジィ推論規則を用いてシステムの特徴を記述する手法と定義し, Emami et al. [19] は、言語変数を用いること, IF-THEN ファジィルールによる変数間の関係の記述, ファジィ推論 reasoning アルゴリズムによる定式化の3つを特徴としてあげた。

こういう理解でのファジィシステムモデリングは Takagi and Sugeno [85] に始まる。Sugeno and Kang [80, 81] がこれに次ぎ(著者たちの頭文字をとって TSK モデルと呼ばれる), さらに Sugeno and Yasukawa [83] (SY モデル) がある。

質的モデリング

質的モデリングは Sugeno and Yasukawa [83] によって導入された。システムの挙動を、数値によってでなく、自然言語によって記述する、より一般的なファジィモデルである、と説明される。彼らはファジィモデリングの究極の目的は質的モデリングにあると説く。モデリング手法は、(数値的)ファジィモデリングと言語的近似の2段階に分かれる。

しかしながら、その後質的モデリングに関する研究はほとんどみられない。質的モデリングについては Sugeno

and Yasukawa [83] に直接あたっていただきたい。

II 問 題

5 何を? どのように?

ファジィシステムモデリングの究極の目標は、当然システムの構造を明らかにすることであるが、現実にはきわめて困難である。そこで、実際の出力 y に可能なかぎり近い $\hat{y}$ を出力するシステムを構築することによってよしとする考え方と、「対象の構造を発見することを重視する」という考え方とがでてくる (中森ら [62])。

以下、本稿であつかうのは多入力 1 出力 multi-input-single-output (MISO) システムである。Emami et al. [19] が指摘するように、もし出力がたがいに独立ならば、多入力多出力 multi-input-multi-output (MIMO) システムは MISO に帰着されること、また、実際の多くのシステムでは出力はたがいにほぼ独立と見なせることなどから、多入力 1 出力と仮定できる。

5.1 システムの環境

実際のシステムは、それぞれの構造をもち、その構造は、システムの決定に何らかの影響を与える。

システムモデリングの目的

1. 制御：入-出力関係によって、出力を制御する。
2. 予測：未来の出力を予測する。

静的システムと動的システム

1. 静的なシステム：時間に関係のないシステム。
2. 動的なシステム：時間に関係したシステム。

(Box and Jenkins のガス炉がその例)。

動的なシステムでは、過去・現在のシステムの状態も未来の入力になる。システムの状態はその時点の出力によって(間接的に)推測される。

事前知識の存在

1. システムの構造について何らかの知識をもっている。
 2. システムの構造について何の知識ももたない。
- 事前知識のない場合、システムの同定は入出力のみによってなされる。

5.2 基本モデル

基本モデルは Sugeno and Yasukawa [83] に準拠すれば、次のように表される。

$$R^i: \text{If } x_1 \text{ is } A_1^i \text{ and } \cdots \text{ and } x_n \text{ is } A_n^i \\ \text{then } y \text{ is } C_i(x), i=1, \dots, m,$$

ここで $x = (x_1, \dots, x_n)$ は入力変数, $A_1^i, \dots, A_n^i$ はファジィ集合, $C_i(x)$ は結論部 (x の関数または言語変数) である.

$C_i(x)$ によって, 言語モデル (YS モデル, ETG モデル), あるいは数値モデル (TSK モデル) が得られる.

(1) 言語モデル: $C_i(x) = B_i$.

(2) 数値モデル:

(2a) 数値 (線形) モデル:

$$C_i(x) = a_0^i + a_1^i x_1 + \dots + a_n^i x_n.$$

(2b) 数値 (非線形) モデル:

$$C_i(x) = f_i(x_1, \dots, x_n).$$

入出力モデルの歴史

(1) 言語モデルの起源は Zadeh [115] (68年) にまで遡り, これに Mamdani が続く. システムモデルにおいては, Tong [90] (78年) に始まり, Czogala and Petrycz [15] (81年), Pedrycz [72] (84年), Sugeno and Yasukawa [83] (93年) などが続く.

(2) 数値 (線形) モデルは Takagi and Sugeno [85] (85年) に始まり, Sugeno and Tanaka [82] (91年) が続く.

(3) 数値 (非線形) モデルは Yager et al. [109] (93年) に始まる.

5.3 標準的な決定手順

与えられた入力に対して, 1) 各ルールの発火の度合いを計算し, 2) ルールごとの出力を求め, 3) 最後にそれらを統合して推論出力とする. 具体的なアルゴリズムは以下のとおりである. (Emami et al. [19] の推論アルゴリズムはこれと異なる. 第III部で解説する.)

出力推論アルゴリズム

ステップ1) 与えられた入力 $x^0 = (x_1^0, \dots, x_n^0)$ に対し, 第 i ルールの前件部との一致度 w_i を

$$w_i = w(A_1^i(x_1^0), \dots, A_n^i(x_n^0))$$

で計算する. ここで w は t -ノルムで, $\wedge = \min$ としたのが Takagi and Sugeno [85] 以下, Wang et al. [96, 97, 98], Kim et al. [42] などで, Reichenbach (代数) 積 $\times$ としたのが Sugeno and Kang [80], Schweizer and Sklar のパラメトリック t -ノルムを用いたのは Emami et al. [19] である.

ステップ2) 結論部を計算する.

数値モデルでは: $y^i = f_i(x^0)$

言語モデルでは: $y^i = b^i = \text{Defuzz}(B^i)$

で計算する. ここで, Defuzz は非ファジィ化である.

ステップ3) 結果を重み w^i で統合して $\hat{y}$ を求める.

$$\hat{y} = \frac{\sum_{i=1}^m w^i y^i}{\sum_{i=1}^m w^i}.$$

注) ステップ2の結果, 言語モデルは実際には, 数値モデルの特別な形

$$\text{If } x_1 \text{ is } A_1 \text{ and } \dots \text{ and } x_n \text{ is } A_n \text{ then } y = b$$

に帰着する. ファジィ集合 B_i はシステム同定においてのみ用いられる.

6 システム同定

システム同定の目標

ファジィシステムモデリングの目標は, どのような機構で出力が得られるかを説明することである. この目標の達成は以下の手順による.

- (1) 入力変数を特定する,
- (2) 入力から出力が得られる機構を明らかにする.

システム決定の手法

Kim et al. [42] によれば, システムの決定には幾多の手法があるという. 彼らはそれを次のように分類した. パタン認識 (Sugeno and Yasukawa [83]), システムプログラミング理論 (Sugeno and Kang [80, 81] や Sugeno and Tanaka [82], ファジィ参照集合を用いる (Pedrycz [72]), およびニューラル・ネット手法 (Tong [90], Horikawa et al. [32], Lin et al. [54], および Xu et al. [105]) などである.

6.1 システム同定の手順

Sugeno and Yasukawa [83] はファジィシステム同定の手順を整理して表2とした.

表2 システム同定

構造同定 I	a: 入力候補 b: 入力変数
構造同定 II	a: ルール数 b: 入力空間の分割
パラメータ同定	

彼らによれば, 構造同定 I 対 II 対パラメータ同定の重要性の比率は 100:10:1 ぐらいであろうとのことである.

[1] 構造同定 I: 入力変数の決定

システムモデリングでは, 出力を (真に) 決定しているのはどの入力変数であるかは必ずしも自明でない.

その結果, 入力変数の決定は次の2つの段階からなる。

段階 I a) 入力変数の候補の決定: Sugeno and Yasukawa は, 「無限に多くの入力変数の候補があり, それをある数に限定しなければならない」わけだが, 「無限から有限の選択であるが故に…システムティックな解法はない。」よって「我々は経験や常識に基づきヒューリスティックな方法をとらざるをえない。」と説く。そのうえで「入力候補が決定されれば, 問題は解けたも同然である。」という。

しかし, 入力変数が所与であることも多く, この段階は省略できる。

段階 I b) 入力変数の選定: Sugeno and Yasukawa はいう: 「この段階は, 有限の候補の中から有限の変数を選びだすのだから, システムティックに解くことができる。」 Sugeno and Kang [80] は次のような方法を示す。

- 1) システムの物理的性質および経験的知識を用いる。
- 2) 最も大きな偏相関係数をもつ変数を選ぶ。
- 3) 最小の PSS (予測 2 乗和 prediction sum of square) をもつ変数を選ぶ。

具体的な解法は Emami et al. [19] でによって整理されている (第IV部12節参照)。

[2] 構造同定 II : 入出力関係の決定

“構造同定 II” はシステム同定の幹の部分である。入出力関係の決定とは, 可能なかぎり簡単な形で入力と出力の関係を記述することである。標準的なファジィシステムモデリングの手法は, 入力空間を分割し, 各小領域ごとに入出力関係を簡単な‘関係ルール’, すなわち ‘If-then’ においてルールで記述する。入出力関係はモデルの構造で決まる。

「幹の部分である」ためいくつかの同定手順がある。その大略を示す。

Sugeno and Kang [81] (TSK model):

- IIa) 前提部の構造同定
 - ・ 前提部に必要な変数の発見
 - ・ 適切なファジィ分割
- IIb) 結論部の構造同定
 - ・ 結論部に必要な変数の発見

Sugeno and Yasukawa [83] (YS model):

- IIa) 入出力関係ルール数の決定
- IIb) 入力空間の分割

FCM 法 (後述・第IV部) によればこれらは同時に決定されるので, 実際には, IIa) と IIb) は分けられない。

い。

Emami et al. [19] (ETG model):

- IIa) ルール生成
- IIb) 入力とメンバーシップの選択

[3] パラメータ同定

パラメータの同定は

a) 前提部のパラメータ同定: 含意 (ルール) の前提部のファジィ集合 $A_1^i, \dots, A_n^i$ のメンバーシップ関数の決定。

b) 結論部のパラメータの同定:

- ・ TSK モデルでは係数 $a_0^i, a_1^i, \dots, a_n^i$ 。
- ・ SY モデルでは B^i のメンバーシップ関数。

また, Emami et al. [19] はこれらと違った同定法を用いている。

6.2 システムの検証

6.2.1 システムの評価指標

検証のための指標にはいくつかあるが, 最もよく用いられているのが平均 2 乗誤差 (MSE) である。

平均 2 乗誤差 (MSE)

$$PI = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2.$$

この指標は J とも書かれる (Sugeno and Tanaka [82, p.327]). なお, いささか奇妙なことだが, Sugeno and Tanaka [82] では, 同じ J が別の箇所 (p.330) では別の指標を表す記号として用いられている。

Delgado and Gómez-Skalmeta et al. [16] は $E = \sqrt{PI}$ を用いた。

評価指標 (近藤 [45]).

$$J = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|y_i - \hat{y}_i|}{y_i} \times 100 (\%).$$

近藤 [45] は彼の指標をモデルの精度と呼んでいる。また, この指標は AC (または AC_{model}) とも書かれる (Takagi and Sugeno [85]).

その他の指標

- ・ $E = \sum |y_i - \hat{y}_i| / \sum y_i$ (Sugeno and Kang [80])
- ・ $\Delta = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2 / \sum y_i^2$ (Sugeno and Kang [81])
- ・ $\rho(y, \hat{y})$ (Pedrycs [71])
- ・ $PI = \sqrt{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2 / \sum |\hat{y}_i|}$ (Lin et al. [54])

6.2.2 システムの検証例

Box and Jenkins のガス炉

この例はシステム同定の標準的な検証データとして知られている。296コの入出力データからなる。入力はガス流速で、出力は排気ガス中の CO₂濃度である。

検証結果は本稿では以下の形式で表記する。

Model	PI	PV	FI
-------	----	----	----

ここで、PI は評価指標；PV は前件部変数の数、FI はルール数を、それぞれ表す。

Sugeno and Yasukawa [83] の非線形関数

$$y = (1 + x_1^{-2} + x_2^{-1.5})^2, \quad 1 \leq x_1, x_2 \leq 5$$

からの50個の入出力データ。これにダミー入力変数 x_3 , x_4 を加えたものをデータとする。

その他の検証例

・近藤 [45] の非線形関数。

$$y = (1 + x_1^{0.5} + x_2^{-1} + x_3^{-1.5})^2, \quad 1 \leq x_1, x_2, x_3 \leq 5$$

III 解 法

ファジィシステムモデリングの解法については第 I 部表 1 の年譜をご覧ください。ファジィ関係モデルとしての解法は Tong (78年-80年) と Pedrycz (81年-84年)、ファジィ推論によるものとして TSK モデル (85年-88年) および SY モデル (93年)、ETG モデルなどがある。さらに FNN による解法もある。

7 ファジィ関係モデル

ファジィモデリングは Tong [90, 91] (78年, 80年) に始まる。このときは制御のためのモデリングである。これに、Pedrycz [71, 72] が続く。

7.1 Tong

Tong は [89] (78年) でファジィモデリングの設計法を提案し、[91] (80年) でその評価を行った。ただし、彼にはそのまえにファジィ (制御) システムを導入し、その解析と制御について論じた [89] がある。Joo et al. [36] は「…この手法は高次元に拡張することが困難である。」と注釈する。

Tong [90] はファジィモデルの構築は以下の 3 つの段階からなるという：1) モデルのクラスの定義、2) ルールの同定、3) モデルの質の評価。

モデルのクラスの定義とは、事前の知識の定式化の

ことで、主観的なものである。それには、ファジィ変動空間の量子化、初期ファジィ集合の定義、入力・出力として表されるモデル構造の選択などがある。

入力変数の特定は、1 つ 1 つの入力変数と出力との相関を図示し、その図の視認による。

ルールの同定について、a) 質的な知識の利用、b) プロセスで成り立つ数学的関係の (ファジィ的) 解釈、c) 入出力データの利用などがある、とし、a) と b) は工学的な感覚によるもの、c) は論理的検査 examination (LE) であると説明している。

彼は、2 つの非ファジィ化法、重心法 COA (center of area) と最大平均法 MOM (mean of maximum) による結果を比較し、全ての場合に重心法が勝るという結論を得た。1 例を下の結果に示す。

最後に**モデルの評価**について 4 つの指標を提案した：

- 1) 複雑性 complexity (関係の数)、
- 2) 平均 2 乗誤差、
- 3) discretization、
- 4) 鋭敏性 sharpness。

[91] ではファジィモデルの評価についてさらに詳しく論じた。

検証例

検証例として、[90] では 2 つの数値例と Box and Jenkins のガス炉問題を、[91] では Box and Jenkins のガス炉問題 ([90] と重複) と河川の水質問題を取り扱った。

例 1 Box and Jenkins のガス炉

この例では、上の関係において、 $x_1 = u(t-4)$, $x_2 = y(t-1)$ および $y = y(t)$ とおき、 $(u(t-4), y(t-1))$ と $y(t)$ との関係を選移表 (行列) R によって与えた。例えば、

If $u(t-4)$ is NQ1 & $y(t-1)$ is C3
then $y(t)$ is C4

とする。

入力 $(\tilde{u}(t-4), \tilde{y}(t-1))$ に対して、

$$\tilde{y}^*(t) = (\tilde{u}(t-4), \tilde{y}(t-1)) \circ R,$$

によって $\tilde{y}^*(t)$ を計算し、これを $y^*(t) = \text{Defuzz}[\tilde{y}^*(t)]$ によって非ファジィ化して $y^*(t)$ を得る。ここで、 $\tilde{u}$ および $\tilde{y}$ は、それぞれ u および x のファジィシングルトンを表す。

・結果

Model	PI	PV	FI
Tong	2.653	2	11
Tong	0.797	2	13
Tong (COA)	0.469	2	19
Tong (MOM)	0.971	2	19

例2 河川の水質問題

この例は5入力・2出力問題である。

入力：上流 BOD, 上流 DO, 流量, 水温, 日照時間

出力：下流 BOD, 下流 DO.

BOD および DO はそれぞれ生物的酸素需要量および融解酸素量を表す。結果は原論文にあたられたい。この問題は私には面白く思われたが、継承者は今のところないようである。

7.2 Pedrycz and Czogała

Pedrycz は (Czogała とともに) 離散時間のファジィ関係モデルを開発した。彼は有限空間 $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ と有限制御 (入力) 空間 $U = \{u_1, \dots, u_m\}$ をあつかった。

一連の論文は以下のように整理できる。関係を R で表す。 X_k, X_{k+1} は時刻 $t=k, k+1$ におけるファジィ集合, U_k および $U_{k-\tau}$ はそれぞれ時刻 $t=k$ および $t=k-\tau$ における制御 (入力) とする。

[1] Czogała and Pedrycz [15] (81年):

$$X_{k+1} = X_k \circ R,$$

[2] Pedrycz [70] (81年), [71] (83年):

$$X_{k+1} = X_k \circ U_k \circ R,$$

[3] Pedrycz [72] (84年):

$$X_{k+1} = U_{k-\tau} \circ X_k \circ R.$$

簡単に解説を加える。上記[1]で $X_{k+1} = X_k \circ R$ とし、て出発した Pedrycz は [70] でシステムに制御項 U_k を新たに加え、[2]とし、同時に、彼はプロセスの未来の状態 X_{k+m} 予測の問題に踏みだした。ただし、制御量は $U_k = U$ (一定) とする。

Pedrycz は参照ファジィ集合 (Willaeys et al. [102] 参照) を導入し、ファジィ弁別 incertization (chopping) 法によってシステム同定を行った。これはデータ空間を有限集合 (参照ファジィ集合) に落として解析する方法である (第IV部, 第12節参照。)

引き続いて [72] で、Pedrycz はファジィ関係システムを概括し、特に

1) ファジィ関係システム (ファジィ関係方程式で記述される)

2) ファジィ関数システム (ファジィ化された線形システム)

という2つのクラスについて広く論じた。また、[72] では制御入力を時刻 $t=k-\tau$ のものとした。

同定アルゴリズム

1. ファジィあるいは非ファジィの入出力データを

集め、必要な空間を設定する。

2. クラスタリング; 参照ファジィ集合または基本的ファジィ集合を定義する。

3. データを基本的ファジィ集合によって表現する。

4. モデルの構造を決定する。

5. ファジィ関係 R を計算する。

6. モデルを検証する。

検証例 Box-Jenkins のガス炉

参照ファジィ集合数	PI
5	0.776
7	0.478
9	0.320

7.3 Xu et al. ([105], 87年; [104], 89年)

Pedrycz の後を継いで、その手法を自己学習法によって改善した Xu et al. の2編の論文 [105, 104] がある。

検証例 Box-Jenkins ガス炉。

Type	PI
非修正	0.456
修正	0.328

参照ファジィ集合数=5

このほか、液体化接触分解装置の検証例がある。

8 TSK モデル

新しいモデルが Takagi and Sugeno [85] および Sugeno and Kang [80, 81] によって提案された。このモデルは彼らの頭文字をとって TSK モデルとして知られている (中森ら [61] は高木・菅野モデルという)。

一連の論文で Sugeno ([85] で Takagi と, [80, 81] で Kang とともに) ファジィモデリングとそのモデルによるファジィ制御の設計について調べた。

このモデルの特徴は、入出力関係にある。すなわち、結論部を入力変数の線形関数:

$$R^i: \text{If } x_1 \text{ is } A_1^i \text{ and } \dots \text{ and } x_n \text{ is } A_n^i$$

$$\text{then } y^i = a_0^i + a_1^i x_1 + \dots + a_n^i x_n, \quad i=1, \dots, m$$

によって表している点にある。ここで、 m はルール数、 n はデータの次元、 $x = (x_1, \dots, x_n)$ は入力変数である。

このモデル (あるいはアイデア) は Takagi-Sugeno-Kang [85, 80, 81] によって与えられた。その後多くの継承的研究: Sugeno and Tanaka [82], Yager et al. [109] (構造とパラメータ同定の統一的手法), Wang et al. [96, 97, 98] (ファジィ弁別法) などがある。

8.1 Takagi-Sugeno-Kang

Sugeno and Kang は [80] の中で、ファジィ制御の設計に関して3つの手法があると説く：

- 1) 人間のオペレータの経験あるいは技術者の知識に基づく方法。
- 2) 人間のオペレータの制御行動のファジィモデル化による方法。
- 3) プロセスのファジィモデルに基づく方法。

当初は、Sugeno は (Takagi とともに [85] で) ファジィ制御のためのシステムの同定を試みたが、後に (Kang とともに [80, 81] で) 方向をファジィシステム構築に転じた。

モデル 3編を通じてモデルは当然 TSK モデルである。だが、2, 3の小さな変更がなされている。

まず一致度 (発火の高さ) は Sugeno and Takagi [85] では、

$$w^i = A_1^i(x) \wedge \cdots \wedge A_n^i(x)$$

だが、Sugeno and Kang [80, 81] では、

$$w^i = A_1^i(x) \times \cdots \times A_n^i(x)$$

である。次に、ファジィ集合 (メンバーシップ関数) の形が異なる。Sugeno and Takagi [85] では図1に示すファジィ集合を用いている。それに対して、Sugeno and Kang [80, 81] では通常の台形型メンバーシップ関数である。

図1 半三角型メンバーシップ関数

ファジィモデリング 彼らはモデル構築は1) システムモデルを表現する数学的道具、と2) 同定法の2つによって特徴づけられるという。

表3 同定の機構

数学的道具	ファジィ含意
同定	構造同定
	パラメータ同定

アルゴリズムの概略

「前提部変数の組み合わせの決定」に始まり、「前提部パラメータの決定」と「結論部パラメータの決定」をくり返し、その後「前提部変数の組み合わせの決定」に戻り、全作業をくり返す。

Sugeno らの同定作業の一覧

Sugeno らは同定作業を [85] と [81] で分散して説明している。ここでそれを整理して一覧表の形で提示しておく (表4)。

表4 Takagi-Sugeno-Kang の同定作業

構造同定	
前提部構造同定	S-K [81, p.20]
結論部構造同定	S-K [81, p.30]
パラメータ同定	
前提部変数の選択	T-S [85, p.121]
前提部パラメータ同定	T-S [85, p.120]
	S-K [81, p.26]
結論部パラメータ同定	T-S [85, p.119]

[1] Takagi and Sugeno ([85], 85年)

この論文の目的は、数学的道具を提示し、システムのファジィモデルを構築することである。

彼らは、まず a) 含意の定式化、b) 推論 reasoning のアルゴリズム、c) 推論の性質について論じ、ついで同定のアルゴリズムを与えた。アルゴリズムは表4の T-S で表した部分である。

それぞれの詳細は以下のとおり。

結論部パラメータの同定 は前提部変数とそのパラメータが与えられたという条件のもとで行われる。パラメータ (ベクトル) は定常状態 Kalman フィルタによって計算される。

前提部パラメータの同定 は非線形プログラム問題に帰着する。

前提部変数の選択 は2つの問題からなる。1つは変数の選択である (これらの変数の空間が分割される)。他の1つは (変数空間の) 分割の数である。これらの探索はヒューリスティックになされる。

検証例

1. 水浄化のプロセス

この例では、制御が扱われている。すなわち、原水に加える PAC の最適量の決定問題である。

2. 鋼製造過程の転換炉

この例では、モデリングと制御の両方が扱われている。

- (1) モデリング：製品におけるマンガン比の増加を予測する、
- (2) 制御：加えるべきマンガンの量を決定する。

[2] Sugeno and Kang ([80], 86年)

この論文は、いわゆる TSK モデルとは別の流れに属する。ファジィ制御器の設計とそのためファジィモデリングを目的とし、1) ファジィ同定の手法、2) ファジィモデルに基づくファジィ制御設計の手法 という2つの手法を示した。

ファジィモデリング構造(プロセス)同定の概略(表3)を与え、多層焼却炉を例に、2入力2出力のプロセス設計を詳細に論じている。

[3] Sugeno and Kang ([37, 81]87年-88年)

菅野と姜は[37]および[81]において構造同定を詳細に論じている。[37]で、近藤[45]提唱の改良形 GMDH との比較を行った。近藤の例題をファジィモデリング手法で同定し、その優秀性を示した。

[81]で Sugeno and Kang は、構造の検証基準に基づき、構造同定を論じ、前提部パラメータ修正のアルゴリズムを調べている。

前提部構造同定 は入力空間のファジィ分割を見つける問題に帰着する。

構造検証の基準 として不偏基準 UC (unbiasedness criterion)を用い、これを最小にする前提構造を選ぶ。そのアルゴリズムは：まず通常の線形モデルを同定し、UCを計算する(これを $UC_{[1]}$ と表す)ことから始め、各変数 x_i の領域に分割(たとえば'small'と'large'と)あるいは3つに再分割して、そのたびに UC を計算する。第 k 段階で、UC を最小とするモデル $ST_{[k]}$ の UC ($UC_{[k]}$ で表す)と前段階の $UC_{[k-1]}$ とを比較する。分割あるいは再分割を、UC が減少しなくなるまでくりかえす。

この後に、前提部パラメータの同定-修正アルゴリズムと結論部構造同定が続くが、それらの説明は省略されている。

検証例 として近藤[45]の非線形関数

$$y = (1 + x_1^{0.5} + x_2^{-1} + x_3^{-1.5})^2, \quad 1 \leq x_1, x_2, x_3 \leq 5$$

と、Dniepr 川の流水量の予測問題があつかわれている。

[4] Sugeno and Tanaka の方法 ([82], 91年)

Sugeno and Tanaka [82] の提案した逐次的ファジィモデリング法は初期モデルから出発して、これに逐次修正を加えていくというモデリング法である。同定の機構は表5のとおりである。

初期モデル は Sugeno and Kang [81] に従い、オフラインモデリング法で同定される。

表5 同定機構

初期モデル	
逐次同定	監督 supervising レベル
	修正 adjustment レベル

逐次同定

・**監督レベル** はパラメータ修正の方策を決定する。与えられた入出力データに対して、パラメータの調整のしかたのルール FAR (fuzzy adjustment rules) を決定する。前提部のパラメータ、あるいは結論部のパラメータの修正を必要とする。

・**修正レベル** 監督レベルで決まった調整を WRLSA (weighed recursive least square algorithm) によって行う。

検証例 Box and Jenkins のガス炉

彼らの手法では、Tong [91], Pedrycz [72] や Xu [105, 104] に比べ、大きな改善(評価指標 PI の大幅な減少が見られる)。ただし、この改善が TSK モデルによるのか、逐次同定によるのか、あるいはその両方によるのか明らかでない。

Model	PI	PV	FI
ST	0.068	6	2
ST'	0.359	2	2

このほかに河川流水量の予測がある。

8.2 その後の展開**[1] Yager and Filev の方法 ([109], 93年)**

Yager and Filev [109] は構造同定とパラメータ同定を同時に行う統一同定法を提唱した。

そのモデルは後件部を $y=f_i(x)$ とし、 f_i が線形、あるいは非線形に応じて、QLFM (Quasi-Linear Fuzzy Model) あるいは QNFM (Nonlinear) と名づける。

彼らの手法は、全空間をファジィ領域(凸クラスタ)に分解し、それを各成分に射影して入力空間のファジィ領域(cluster-like 領域) R_i を定める。また、各ルールの発火の高さを標準化(和=1)したものを確率と解釈する標本化確率分布 SPD (sampled probability distribution) を導入した。彼らの論文には特に検証例はない。

なお、この前に QLFM を導入した Filev [22] がある。

[2] Wang et al. ([96, 97, 98], 95年-96年)

Wang et al.は一連の論文で前提部同定と結論部同定を分離する手法を提案した.[96]で結論部の決定に直交推定量を用いたが,そのアルゴリズムはKorenberg et al. ('88) および Billins et al. ('88) に基づく(いずれも未入手).[97]で前提部の決定にファジィ弁別法を用いた. '前提部の構造'とは入力変数のメンバーシップ関数を意味する.したがって,ルール数は参照ファジィ集合の数によって決定される.(ファジィ弁別法については第IV部を参照.)

彼らの一致の高さは $w_i = A_1^i(x) \wedge \cdots \wedge A_n^i(x)$ である.

次いで, Wang et al. [98] で, TSK モデルに白色雑音(平均0の Gaussian 過程 ξ^i)を加えたモデルを考えた.すなわち,後件部

$$y_i = a_0^i + a_1^i x_1 + \cdots + a_n^i x_n + \xi^i$$

とする.結論部の同定に期待値最大化EM(expectation-maximization) アルゴリズムを提案した.

検証例 Box and Jenkins のガス炉

Model	PI	PV	FI
Wang [96]	0.066	6	2
Wang [97]	0.158	2	5
Wang [98]	0.059	6	2

このほか, Box and jenkins のバッチ化学プロセス, 重合物のプラント, 2階微分方程式といった検証例がある.

[3] Kim らの新アルゴリズム ([42], 97年)

Kim et al. [42] は Takagi and Sugeno [85] のモデルを基本モデルとして採用し,これに Sugeno and Yasukawa [83] を改良した手法を適用した.

彼らは2つのモデルの長所を次のように説明している.まず Takagi and Sugeno モデルは,(1)非線形関数関係が少数のファジィルールによって表せること,(2)その応用可能性が大きい,の2点である. Sugeno and Yasukawa モデルはパラメータ同定アルゴリズムが容易である.

彼らはこの論文において,FCM法(ファジィ c -平均法,超球型クラスタ)に代わるFCRM(ファジィ c -回帰モデル,超平面型クラスタ)クラスタリング法を提案した.FCRM法によって同定過程の単純化が可能になると説明している.

彼らの方法では,表6に示す2段階のチューニングが必要である.第2段階は勾配降下アルゴリズム gradient descent algorithm である.

表6 同定法の概略

メンバーシップ チューニング	FCRM クラスタリングによる粗い coarse チューニング
	GD アルゴリズムによる細かなチューニング

なお本論文の一致度は $w_i = A_1^i(x) \wedge \cdots \wedge A_n^i(x)$ である.

検証例 Box and Jenkins のガス炉

Model	PI	PV	FI
Kim et al.	0.055	6	2

このほか,非線形システムの検証例がある.

[4] Gómez-Skarmeta and Delgado et al. ([29], 99年)

入力空間 X^p と出力空間 Y の積空間 $X^p \times Y$ の上のクラスタリングを, Gustafson-Kessel (79年) のアルゴリズムにより決定し,入力 x に対する出力 y を定める.

複数のクラスタ(ルール)からの出力 y_h を $\hat{y}$ に統合する3つの方法を比較した.

検証例 Box and Jenkins のガス炉

Model	PI	PV	FI
Gómez-Skarmeta et al.	0.157	2	2

注: Gómez-Skarmeta らは,モデルの評価指標として $E = \sqrt{PI}$ を採用している.ここでは比較のため E を2乗したものを示した.

このほか, Sugeno and Yasukawa の非線形システムと Zimmermann and Zysno (80年) のデータが検証例として用いられている.

[5] TSK モデルの逆問題

領家ら [77] は高木・菅野モデル(彼らはこう呼ぶ)の逆問題を取りあげた.すなわち,与えられた TSK モデルにおいて,出力から入力を求めるという問題である.

9 SY モデル

SY モデルは Sugeno and Yasukawa [83] によって導入された.今のところ Emami et al. [19, 20] 以外にこのモデルの継承者はない.

9.1 Sugeno and Yasukawa の質的モデリング ([83], 93年)

質的モデリングの基本モデルは以下のとおり。データ $x = (x_1, \dots, x_n)$ に対して, $i=1, \dots, m$ について, 各ルールは

$$R^i: \text{If } x_1 \text{ is } A_1^i \text{ and } \dots \text{ and } x_n \text{ is } A_n^i \\ \text{then } y \text{ is } B^i,$$

と表される。

標準的な推論手続き

1) 入力 $x^0 = (x_1^0, \dots, x_n^0)$ に対して, 前提部の第 i ルールとの一致の度合い w^i を

$$w^i = A_1^i(x_1^0) \times \dots \times A_n^i(x_n^0)$$

によって求め, 結論部の B^i を求める。

2) 重心法によって B^i を非ファジィ化する:

$$b^i = \int B^i(y) y dy / \int B^i(y) dy.$$

3) 重み w^i に基づく b^i の重みつき平均値によって, 推論値 $\hat{y}$ を求める:

$$\hat{y} = \sum_{i=1}^m w^i b^i / \sum_{i=1}^m w^i.$$

注: 2) の結果, モデルは

$$R^i: \text{If } x_1 \text{ is } A_1^i \text{ and } \dots \text{ and } x_n \text{ is } A_n^i \text{ then } y \text{ is } b^i,$$

すなわち, TSK モデルの特別な場合に帰着する。

本論文の, システム決定の標準的なプロセスは既出の表 2 のとおりである。同定法については, すでに第 II 部 6 節でふれている。参照されたい。

構造同定 I a (入力変数の候補の発見) 入力変数の候補の決定はヒューリスティックになされる。ただし, 論文中では具体的な方法についてはふれていない。

構造同定 I b (有意な入力変数の発見) GMDH (group method of data handling) 法における正規化基準 regularity criterion (RC) による。RC が増加するまで変数を 1 つずつ増やしていく。

構造同定 II a (入出力ルール数の決定) ルール数はクラスタ数によって定まる。ここでクラスタは出力空間のクラスタで, FCM (ファジィ c-平均) アルゴリズムにより求められる。クラスタ数の決定は福山-菅野の指標 $S(c)$ による ([26])。なおウェイト m に関しては, 1.5 と 3.0 のあいだとのみ記述(それ以上の言及はない)。クラスタリングの妥当性については第 IV 部 13.4 節参照。

構造同定 II b (入力空間の分割) 入力空間のクラスタのクラスタ A_i は出力空間のクラスタ B を射影によって得られる。(得られるクラスタは, 一般に凸ではない。そこで凸近似し, 次いで台形近似する。)

この結果, 'If x_i が (入力空間の) クラスタ A_i に属していれば, then y は (出力空間の) クラスタ B に属する' というルールが得られる。

なお, 入力空間のファジィクラスタは単峰とは限らず, 2 つ以上のクラスタが得られる場合がある。このときは 1 つの B に 2 つ以上のルールが対応することになる。

パラメータ同定 凸ファジィ集合は台形型ファジィ集合で近似される。台形型ファジィ集合は 4 つのパラメータ p_1, p_g, p_3, p_4 で決まる。それらは 6 ステップのアルゴリズムで同定される。

検証例

1. 非線形システム (a, b, c, d). 2. ファジィシステムモデル (a, d). 3. Box and Jenkins のガス炉 (b, c, d). 4. 化学プラントの操作 (a, c, d, e). 5. 水浄化プロセスの操作 (a, c, d). 6. 株価の変動解析 (a, c).

ここで,

a) 位置型のファジィモデル, b) 位置-傾き型のファジィモデル, c) 質的モデル, d) 構造同定 I-入力変数の選定, e) 言語ルールの数の制御, f) 構造同定 II-ルールの数, g) パラメータ同定である。

9.2 ETG モデル——Emami et al. の解法

Emami らは [19] で Sugeno and Yasukawa [83] のモデルと同定法に改良を加えた。1) 統一的なパラメトリック推論の定式化, 2) クラスタリングアルゴリズムの改善, および, 3) 有意な入力変数とそのメンバーシップ関数の効果的な選定法を提案し, [20] で理論的根拠を与えた。

基本モデル は m 個の条件文

$$\text{IF } x_1 \text{ is } A_1^i \text{ AND } \dots \text{ AND } x_n \text{ is } A_n^i \\ \text{THEN } y \text{ is } B^i, i=1, \dots, m$$

を **ALSO** で結んだものである。

基本モデルには 3 つの結合演算子 **AND**, **IF-THEN**, および **ALSO** が含まれている。**AND** は Schweizer and Sklar のパラメトリック t-ノルムを用いる。**IF-THEN** として, 2 つの含意, すなわち Mamdani の合接的含意 (t-ノルムを用いる) と形式論理的 (離接的) 含意 (t-

コノルムを用いる)を採用した。さらに、**ALSO**として、合接的推論では**OR** (t-コノルム)を、離接的推論では**AND** (t-ノルム)を用いた。(以上のt-ノルム、t-コノルムにはパラメータ p, q が含まれている。)

統一的推論機構 Mamdani の合接的推論の結果 $F_M(y)$ と形式論理の離接的推論の結果 $F_L(y)$ を

$$F(y) = \beta F_L(y) + (1 - \beta) F_M(y)$$

で結合する (パラメータ β を含む)。

非ファジィ化 Yager らの BADD (basic defuzzification distribution) 法による (パラメータ α を含む)。

システム同定 以下の表 7 に示すとおりである。特に、パラメータ同定では、上に示した 4 つのパラメータの同定を意味する。

表 7 システム同定

構造 同定	ルール生成
	入力とメンバーシップ選定
パラメータ 同定	推論パラメータ修正
	メンバーシップ関数チューニング

入力変数の選定に関して, Sugeno-Yasukawa の方法, Takagi-Hayashi の方法 (ニューラルネットワーク), Lin et al. の方法 (ファジィ曲線) をサーベイした後で, 新手法を提案した。また, 福山-菅野のものとは異なる **クラスタ妥当性指標** を提案した (第 IV 部 13.4 節参照)。

検証例

- 1. 非線形システム
- 2. Box and Jenkins のガス炉

Model	PI	PV	FI
Emami et al.	0.1584	3	6

10 その他の手法

10.1 FNN—ファジィニューラルネットワーク

Lin et al. [54] はファジィとニューラルネットワークの観点を比較して, 表 8 を得た。

[1] Horikawa et al. ([32], 92年)

Horikawa et al. [32] はいう: 「ファジィモデリングはすぐれた手法だが, ルールの同定とメンバーシップ関数の調整に困難がある。逆伝播 (BP) アルゴリズムを用いたファジィ・ニューラルネットワークは, 専門家の推測データからの学習を通じて, これらを同時に解くことができる。」と。

表 8 ファジィと NN の対応

	ファジィ	NN
1	有効変数の選定	有効変数の選定
2	ルール数・MF の決定	NW 構造と初期重み
3	MF の調整	NW の学習
4	不要なルールの削除	不要な神経の削除

MF はメンバーシップ関数, NW はネットワーク

ファジィ推論 reasoning のパラメータを NN の連結の重み connenction weight として表す。ファジィ推論は sup-product とする。

FNN を後件部にしたがって 3 つのタイプに分けた。第 I は定数, 第 II は 1 次関数, 第 III はファジィ変数の 3 つで, それぞれのタイプの FNN が対応する。

検証例は姜-菅野 [37] の非線形システム。

[2] Lin et al. ([54], 95年)

Lin et al. [54] はファジィ曲線を導入し, それによって有効変数の選定, モデル構造の決定 (必要なルール数の決定), ファジィ・ニューラルネットワークの初期重みの決定を可能にした。

検証例 Box and Jenkins のガス炉。

Model	PI	PV	FI
Lin et al.	0.071	5	4

このほか, Sugeno and Yasukawa [83] の非線形関数, 大阪湾の酸素需要, および株価の変動解析など。

10.2 その他のモデル

[1] Joo et al. ([36], 97年)

本論文で提案されているモデルは,

$$R^i: \text{If } x_1 \text{ is } A_1^i \text{ and } \cdots \text{ and } x_n \text{ is } A_n^i \\ \text{then } y^i = w^i a_i + b_i$$

である。ここで, w^i は前提部の一致度である。彼らは GA ハイブリッド法によって解を求めた。

検証例

- 1. Box and Jenkins のガス炉

Model	PI	PV	FI
Joo et al.	0.166	2	6

- 2. ナビゲーション制御

[2] Delgado and Gómez-Skarmeta et al. ([16], 98年)

本論文で, Delgado らは, それまでのファジィモデリングの手法を, 記述的方法と近似的方法とに分類し,

そのうえで、これらの折衷法を提案した。そのモデルは

$$R_{ij}: \text{If } x \text{ is } A_i \text{ then } y \text{ is } B_j$$

(ただし、 $x=(x_1, \dots, x_p)$) で、これに新たにルールの重み w_{ij} を加えた。

検証例として、倒立振り子と Box and Jenkins のガス炉を扱っている。(彼らはモデルの評価指標として $\sqrt{\text{PI}}$ を採用している。)

11 検証例の比較

1. Box and Jenkins のガス炉

表10 結果の一覧

Model	PI	PV	FI
Box-Jenkins ('70)	0.202	6	-
Linear model	0.193	5	-
Tong [90] ('78)	0.469	2	19
Pedrycz [72] ('84)	0.320	2	(81)
Xu et al. [105] ('87)	0.328	2	(25)
Sugeno-Tanaka [82] ('91)	0.359	2	2
Sugeno-Tanaka [82] ('91)	0.068	6	2
Wang et al. [98] ('96)	0.059	6	2
Kim et al. [42] ('97)	0.055	6	2
Gómez-Skarmeta et al. [29], ('99)	0.157	2	2
Sugeno-Yasukawa [83] ('93)	0.190	3	6
Emami et al. [19] ('98)	0.158	3	6
Joo et al. [36] ('97)	0.166	2	6
Lin et al. [54] ('95)	0.071	5	4

表において、PI は評価指標、PV は予測変数の数、FI はルール数、() 内は参照ファジィ集合の数をそれぞれ示す。

表の最初のグループは非ファジィ、2つ目はファジィ関係方程式、第3はTSKモデル、第4はSYモデル、第5は他のモデル、最後はFNN法による結果をそれぞれ示す。

2. Sugeno-Yasukawa の非線形モデル

$$y = (1 + x_1^{-2} + x_2^{-1.5})^2, \quad 1 \leq x_1, x_2 \leq 5$$

Model	PI	PV	FI
Sugeno-Yasukawa [83]	0.010	2	6
Emami et al. [19]	0.011	2	8

IV 関連技法

システムの一部を構成するさまざまな技法がある。ここでは、あたかも、システムモデリングの問題の一

部をなしているように解説しているが、じつはそれら自身が独立した1つの技法でもある。

第IV部では、そうした技法について概説する。

12 基礎的技法

[1] 参照ファジィ集合とファジィ弁別法

ファジィ集合の計算を簡単化するために、参照ファジィ集合とファジィ弁別法が Willaeyts et al. [102] によって導入された。実数空間 Ω の c 個のファジィ集合 $R_1, \dots, R_c$ は、任意の点 x で、少なくとも1つの i が存在して $R_i(x) > 0$ となると、参照ファジィ集合という。このとき、 Ω のファジィ集合 X は $(p_1, p_2, \dots, p_c)$ によって表される。ここで

$$p_i = \sup_{x \in \Omega} [X(x) \wedge R_i(x)]$$

である ($\wedge$ は t -ノルム)。このようにしてファジィ集合の計算を簡単化する手法をファジィ弁別法という。

Kroll [49] はこの手法を多次元化し(これを多次元参照ファジィ集合という)、彼自身および Gómez-Skarmeta et al. [29] はファジィモデリングに応用した。

参照ファジィ集合の決定は、統計、クラスタリング、主観的方法などがあるが、決定的方法はない(Wang et al. [97])。

[2] 入力変数の選定

入力変数選定の手法は Sugeno-Yasukawa [83] の方法、Takagi-Hayashi の方法(ニューラルネットワーク)、Lin et al. [53, 54] の方法(ファジィ曲線)などが提案されている。Emami et al. [19] によってサーベイされている。

Sugeno and Yasukawa [83] (正規化基準)、Takagi and Hayashi [84] (ファジィ推論ニューラルネットワーク)、Lin and Cunningham [53] (ファジィ曲線)、Emami et al. [19] (非有意性測定)などである。

検証例

1. Box and Jenkins のガス炉。2. 大阪湾の酸素需要。3. 株価の変動解析。

13 ファジィクラスタリング

空間をいくつかの部分集合に分類することがしばしば求められる。所属(クラス)の判別した学習用のデータが与えられている場合と、そうした情報がいっさい与えられていない場合とがある。前者をパターン分類 pattern classification といい、後者をクラスタリング clustering という。

13.1 パタン分類

パタン分類については, Simpson [79] や Nozaki et al. [67] などの概説がある. 後者は, さらに, パタン分類に関する技法を, ファジィ関係(ファジィルール, 言語認識), ファジィパタンマッチング, ファジィクラスタリング, その他の技法に分類してそれぞれについての解説を行っている,

パタン分類の手法には, 超矩形 hyperbox に基づく手法 (Simpson [79]-Abe et al. [2]) と適応型ファジィルールに基づく手法 (Ishibuchi と Nozaki ら [33, 67]) とがある. いずれも検証例として, あやめ (iris) の分類に加え, いくらかの例をあげている.

Simpson [79] はファジィ超矩形 hyperbox を定義し, それを張りあわせて分類領域とする手法を提案した.

Abe et al. [2] は Simpson [79] の超矩形 hyperbox (Abe らはこれを活性的 activation 超矩形と呼ぶ) に加えて, 新たに抑制的 inhibition 超矩形を導入し, これらによって数値入力-出力データからファジィルールを引き出す方法を提案した.

Ishibuchi and Nozaki et al. [33] はパタン空間のファジィ分割, 各領域でのファジィルールの同定という2つの段階からなるパタン分類を提唱した. 異なった大きさのファジィ分割を作り, 各分割に対してファジィルールを定義し, それらのファジィルール表を重ね合わせるという方法である. Nozaki and Ishibuchi et al. [67] は適応的ファジィルールに基づく分類システムを提案した.

13.2 ファジィクラスタリング

クラスタリングはよく使われているパタン分類の非監督 unsupervised 手法である (Kothari et al. [47]).

「クラスタ分析是一群のデータをいくつかの数の部分群に分割することによってなされる. それらのクラスタ (部分群) の内部は何らかの意味での近さ closedness あるいは相似性 similarity を示す.」(Gath et al. [28])

ファジィクラスタリングについては宮本その他による解説がある ([66], 第7章). 学会誌第8巻 [65] はファジィクラスタリングの特集を組んでいる. さらに, Bezdek et al. の成書 [11] がある.

Gath et al. [28] は, 1) クラスタの数は一般には事前には知り得ない (クラスタ妥当性 validity 基準が必要である), 2) クラスタの中心の性質や位置は事前には知り得ない (初期の推理が必要である), 3) クラスタの形状, クラスタの密素, 各クラスタを構成する点の数などの変動がきわめて大きい, といった困難を指摘している.

以下で用いる記号のうち重要なものをあげておく:

・ p 次元データベクトル空間 $\mathbb{R}^p$ のデータ

$$X = \{x_1, \dots, x_k, \dots, x_n\}, x_k \in \mathbb{R}^p$$

を c 個のクラスタに分割する. すなわち, $c \times n$ 行列 $U = [u_{ik}]$ をクラスタ行列という. ここで, $u_{ik} (k=1, \dots, n, i=1, \dots, c)$ は対象 x_k が第 i クラスタに属するメンバーシップの度合いである.

$$\begin{aligned} (1) \quad & 0 \leq u_{ik} \leq 1, \\ (2) \quad & \sum_{i=1}^c u_{ik} = 1. \end{aligned} \quad (13.1)$$

(注: (13.1) 式は全てのクラスタリングアルゴリズムで要請されるわけではない.)

・ 第 i クラスタの重心 centroid を $v_i \in \mathbb{R}^p (i=1, \dots, c)$ で表し, $V = (v_1, \dots, v_c)$ を重心ベクトルという.

ファジィクラスタリングの手法には, 13.3節で解説するファジィ c -平均 (FCM) クラスタリング・アルゴリズムのほかに, Keller et al. [39] の K -最近近傍アルゴリズム, Yager et al. [110] の ('簡単かつ効果的な') 山岳法, および Chiu [14] の改善山岳法などがあるが, 詳細は省略する.

13.3 FCM——ファジィ c -平均クラスタリングアルゴリズム

ファジィ c -平均 (FCM) クラスタリング・アルゴリズムは Bezdek [9] によって導入された. Kwon [51] は「この手法はこの20年のあいだで非監督分類のファジィ理論の手法として, 理論的にも応用面でも傑出した方法である.」と述べている.

FCM は下の (13.3) を最小にするクラスタ構成である. アルゴリズムは以下のとおりである:

1) 初期ベクトルの設定: 点 x_k が第 i クラスタに属する初期メンバーシップ値 u_{ik} を (13.1) を満たすように設定する.

2) 重心の計算: (2) によってクラスタの重心 $v_i, i=1, \dots, c$ を

$$v_i = \{ \sum_{k=1}^n (u_{ik})^m x_k \} / \{ \sum_{k=1}^n (u_{ik})^m \}. \quad (13.2)$$

によって計算する. ここで, $m (> 1)$ をモデルの重み指数 exponent (ファジィネス指数 index) である.

3) メンバーシップの更新: 最新のメンバーシップ値 u_{ik} を

$$u_{ik} = \frac{(1/\|x_k - v_i\|_2^2)^{1/(m-1)}}{\sum_{j=1}^c (1/\|x_k - v_j\|_2^2)^{1/(m-1)}}$$

を用いて更新する.

4) くり返し: 2) と 3) を

$$J_m(U, V; X) = \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^n (u_{ik})^m \|x_k - v_i\|_A^2. \quad (13.3)$$

がもはや減少しなくなるまでくり返す。

Al Sultan et al. [1] は FCM 法について論じている。

13.4 クラスタの妥当性

クラスタの妥当性とは何か

Pal and Bezdek [68] はクラスタについて簡単に概観して、問題を次の3つの問いに集約した。(Bezdek and Pal [12] も参照のこと。ただ、そこで扱われているのは FCM ではなく HCM-Hard c-means クラスタリングであるが。)

Q1) X はクラスタ構造をもっているか。——クラスタ傾向の探求。

Q2) X がクラスタ構造をもっているとして、それをどのように見出すか。——クラスタ分析。

Q3) クラスタ構造が見出されたとして、我々はその妥当性 valisity をどのようにして知りうるか。——クラスタ妥当性。

Bensaid and Bezdek et al. [6] も妥当性指標について詳しい論評がある。

クラスタの妥当性を測る基準

Gath et al. [28] は、データの部分群への“最適の分割”の定義のよさを測る基準は以下の3つを満たすことが要請される：

- 1) 結果のクラスタは明確に分離されている
- 2) クラスタの体積は最小であること
- 3) クラスタの重心の近くに最大数のデータ点が集中していること

こうした考察に基づき、Gath et al. [28] は2つの基準、超体積 hypervolume F_{HV} と密度(平均分割密度) D_{PA} である。しかし、彼らはこれら2つの基準をどう統合するかについてはふれていない。

これまで多くの指標が提案された。最も早いのが(ただしクリスプなクラスタリングに対する指標だが)Dunn [18] の分離指標 D_1 で、クラスタ間の距離対クラスタの直径の比に基づく指標である。(c, n が大きくなるときの)計算量が増大するという欠点をもつといわれている (Xie et al. [103])。

ファジィ・クラスタリングについては、Bezdek [7] (または [8] か?) の分割係数 F が最も早く、その後多数の指標が提案された。(それらを追うだけでも1冊の本ができそうである。)

Gunderson [30] は分離係数を導入した。この係数

は、Pal and Bezdek [68] によれば、 U , V , X を全て(陽に)用いた初めての指標である。(ただし、Xie et al. [103] によれば、クラスタリング結果をクリスプ化する。クリスプ化は唯一でなく、したがって、その係数も唯一には決まらないという短所をもつという。)

どの指標も緊密性(小さい方がよい)と分離性(大きい方がよい)を基礎においている。ある指標はそれらの差に、別のあるものは比に基づいている。

緊密性 compactness

$$(1) \quad J_m(U, V; X) = \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^n (u_{ik})^m \|x_k - v_i\|_A^2.$$

分離性 separation

- (1) クラスタ中心の分離

$$MD = \frac{1}{c} \sum_{i=1}^c \|v_i - \bar{x}\|_A^2.$$

- (2) FS のクラスタ間の距離

$$K_m(U, V; X) = \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^n (u_{ik})^m \|v_i - \bar{x}\|_A^2.$$

- (3) ETG のクラスタ間の改善距離

$$K'_m(U, V; X) = \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^n (u_{ik})^m \|v_i - \bar{x}_m\|_A^2,$$

ここで

$$\bar{x}_m = \frac{\sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^n (u_{ik})^m x_k}{\sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^n (u_{ik})^m}$$

である。($\bar{x}_m$ の定義で、 u_{ik} が m 乗されている点が改善点である。)

- (4) クラスタ間の最小距離

$$(d_{\min})^2 = \min_{i \neq i'} \|v_i - v_{i'}\|^2.$$

13.4.1 妥当性指標}

Bezdek の分割係数 coefficient ([7], 74年)

Bezdek の分割係数 F は

$$F = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^n (u_{ik})^2$$

で定義される。

差型指標

・福山-菅野の指標 ([26], 89年)

$$v_{FS}(U, V; X) = J_m(U, V; X) - K_m(U, V; X).$$

(Pal and Bezdek [68] は、「第2項 K_m の意味が明らかでない。」という。)

• Emami らの指標 ([19], 98年)

$$s_{cs}(U, V; X) = J_m(U, V; X) - K'_m(U, V; X).$$

比型指標

• Xie-Beni の指標 ([103], 91年)

$$v_{XB} = \frac{J_2(U, V; X)}{n \cdot (d_{min})^2}$$

この定義で、 $J_2(U, V; X)$ のパラメータ 2 をモデルの重み指数 m で代えて $J_m(U, V; X)$ としたとき得られる指標を拡張された指標という。

• Kwon の指標 ([51], 98年)

$$v_K(U, V; X) = \frac{J_2(U, V; X) + MD}{(d_{min})^2}.$$

混合型指標

• Zahid らの指標 ([117], 99年)

Zahid et al. [117] は新しい指標を提案した。ここで

$$\begin{aligned} SC &= SC_1(U, V; X) - SC_2(U), \\ SC_1(U, V; X) &= S/\pi, \quad SC_2(U) = FS/FC \end{aligned}$$

で、FS および FC は、それぞれ

$$FS = \frac{\sum_{i=1}^{c-1} \sum_{r=1}^{c-i} \sum_{k=1}^n \min(u_{ik}, u_{r+i,k})^2}{n_{i,r+i}},$$

$$FC = \sum_{k=1}^n (\max_{1 \leq i \leq c} u_{ik})^2 / n_U$$

である。($n_U = \sum_{k=1}^n (\max_{1 \leq i \leq c} u_{ik})$?)

指標の改良

Hathaway and Bezdek [31] は特別な形の指標を改良して、これと同等な一般的な手法によりうることを示した。

各指標の特徴

Bezdek の分割係数 F については、クラスタがよく分離している (重複所属が少ない) とき F は 1 に近く (したがって、 F は大きければよい)。しかし、幾何学的性質との関連が小さいこと、 c に関して単調減少だという欠点をもつ。ただし、その後に提唱された多く

の指標も、 F と同様の欠点をもつといわれる (Xie et al. [103] の指摘)。

Pal and Bezdek [68] はモデルの重み指数 m の影響を調べ、福山らの指標は m の両端 ($m \rightarrow 1$ または $m \rightarrow \infty$) でやや過敏であり、その点で信頼しがたい、Xie らの指標がいくらかまざる、と述べている。

Xie-Beni [103] の指標は c が大きくなって n に近づくとき単調に減少する。彼らの検証例として、北極星の周りの星の分布 (Gunderson [30]) と IC ウェファの色輪損傷とがある。

妥当性指標の現状と今後

最後に、Xie et al. [103] は妥当性指標の問題は未解決であるといい、Pal and Bezdek [68] は (現在の) 妥当性指標が最良だとするクラスタが真によいクラスタとは限らないと指摘したうえで、'Our goal? Do not give up.' と結んでいる。

13.5 ファジィ c-平均クラスタリングの周辺

Karayiannis and Bezdek [38] (ファジィ学習ベクトル量子化法とファジィ c-平均クラスタリングとの関係) や Krishnapuram et al. [48] (ファジィクラスタリングへの可能性に基づく接近法) などの考察がある。Bensaid et al. [6] はファジィクラスタリング・アルゴリズムから出発して、これに分裂-合併をほどこす新たなクラスタリングを構成法を提唱した。

14 その他の話題

ファジィルールの抽出

L. X. Wang et al. [99] は数値データからファジィルールを生成する新たな手法を提唱した。Benítez et al. [3, 4, 5] はニューラルネットによるファジィ制御のルールの獲得の問題を論じている。

非ファジィ化

Jiang et al. [35] は「非ファジィ化はファジィシステムにとってきわめて重要な過程である。というのは、理論的にも応用的にも、最終的にはクリスプな出力 (制御) が必要だからである。」と述べている。

非ファジィ化には、重心法: COA (center of area) または COG (center of gravity) や最大平均法: MOM (mean of maximum) は通常最大値基準 MC (max criterion) よりもよいふるまいをする。そして、Jiang et al. [35] によれば、COA 戦略は MOM 戦略よりものろんな面ですぐれている。

Filev と Yager は一連の論文 [24, 107, 108] において非ファジィ化を調べている。[23, 107] で BADD

(BAasic Defuzzification Distribution) を, [108] では, SLIDE (Semi LInear DEfuzzification) 法と修正 SLIDE 法を定義し, その性質を調べた.

このほか, Runkler et al. [76] は非ファジィ化戦略に対して 4 つの制約と 13 の公理を設け, 4 つの“古典的”な非ファジィ化演算子, MOM, COA (center of Area——彼らはメディアムを用いた), COG および CLA (center of largest area) を比較した.

このほか, Mabuchi [56], De Oliveira [17], Jiang et al. [35], あるいは Saade [78] によって, さまざまな非ファジィ化手法が提案されている.

その後の展開

カナダ在留中入手できなかった論文は帰国してから徐々に補ったが, 新たに探索は特にしなかった. この分野のその後の展開についてはよくわからない. Fuzzy Sets and Systems 誌 Vol.118, No.2 でファジィモデリングの特集が組まれているのを知ったが, この通覧では取りあげなかった.

謝辞

「はじめに」でも書いたが, トロント大学の Türksen 教授の研究室にお世話になる機会がなかったならば, そして, 教授の不断の励ましがなければこの「通覧」は陽の目を見なかったに違いない. 深甚の感謝を捧げる. 同研究室の大学院生 Özge Uncu 君には下書き(英文)の段階で目を通して有益な助言をいただいた. Kemal Kilc 君には最初に読むべき論文を教えてもらった. 両君に感謝する.

注 以下の参考文献の全てを入手することができなかった. 他の文献を通じて重要と思われたものは記載してある.

参 考 文 献

- [1] K. S. Al Sultan and S. Z. Selim, Global algorithm for fuzzy clustering problem, Pattern Recognition, 26, 1357-1361, 1993
- [2] S. Abe and M.-S. Lan, A method for fuzzy rules extraction directly from numerical data and its application to pattern classification, IEEE Trans. Fuzzy Systems, 3/1, 18-28, 1995
- [3] J. M. Benítez, A. Blanco and I. Requena, An empirical procedure to obtain fuzzy rules using neural networkss, Proc. 6th IFSA Congress, Brazil, 663-666, 1995
- [4] J. M. Benítez, A. Blanco, M. Delgado and I.

- Requena, Neural methods for obtaining fuzzy rules, Math. Soft Computing, 3, 371-382, 1996
- [5] J. M. Benítez, A. Blanco, M. Delgado and I. Requena, New aspects on extraction of fuzzy rules using neural networks, Math. Soft Computing, 5, 333-343, 1998
- [6] A. M. Bensaid, L. O. Hall, J. C. Bezdek, L. P. Clarke, M. L. Silbiger, J. A. Arrington and R. F. Murtagh, Validity-guided (re)clustering with applications to image sementation, IEEE Trans. Fuzzy Systems, 4/2, 112-123, 1996
- [7] J. C. Bezdek, Numerical taxonomy with fuzzy sets, J. Math. Biol., 1, 57-71, 1974
- [8] J. C. Bezdek, Cluster validity with fuzzy sets, J. Cyber., 3, 58-72, 1974
- [9] J. C. Bezdek, Pattern recognition with fuzzy objective function algorithms, Plenum, New York, 1981
- [10] J. C. Bezdek, Editorial: Fuzzy models —— What are they, and why?, IEEE Trans. Fuzzy Systems, 1/1, 1-6, 1993
- [11] J. C. Bezdek, J. Keller, R. Krisnapuram and N. R. Pal, Fuzzy models algorithms for pattern recognition and image processing, Klauer Academic Pub., 1999
- [12] J. C. Bezdek and N. R. Pal, Some new indexes of cluster validity, IEEE Trans. Syst. Man, Cybern., B-28/3, 301-315, 1998
- [13] J. C. Bezdek and N. R. Pal, Two soft relatives of learning vector quantization, Neural Networks, 8/5, 729-743, 1995
- [14] S. L. Chiu, A cluster estimation method with extension to fuzzy model identification, Proc. 3rd IEEE Internat. Congress on Fuzzy Systems, 1240-1245, 1994
- [15] E. Czogała and W. Pedrycz, On identification in fuzzy systems and its applications in control problems, Fuzzy Sets and Systems, 6, 73-83, 1981
- [16] M. Delgado, A. F. Gómez-Skalmeta and F. Martín, A methodology to model fuzzy systems using fuzzy clustering in a rapid-prototyping approach, Fuzzy Sets and Systems, 97, 287-301, 1998
- [17] J. V. de Oliveira, A set-theoretical defuzzification method, Fuzzy Sets and Systems, 76, 63-71, 1995
- [18] J. C. Dunn, Well separated clusters and optimal fuzzy partitions, J. Cybern., 4, 95-104, 1974
- [19] M. R. Emami, I. B. Türksen and A. A. Goldenberg, Development of a systematic methodology of fuzzy logic modeling, IEEE Trans. Fuzzy Systems, 6/3, 346-361, 1998
- [20] M. R. Emami, I. B. Türksen and A. A. Goldenberg, A unified parameterized formulation of reasoning in fuzzy modeling and control, Fuzzy Sets and Systems, 108, 59-81, 1999
- [21] P. Eykhoff, System identification, parameter and state estimation, Wiley, London, 1974
- [22] D. Filev, Fuzzy modeling of complex systems,

- Internat. J. Approx. Reason., 5, 281-290, 1991
- [23] D. P. Filev and R. R. Yager, A generalized defuzzification method via BAD distributions, Internat. J. Intelligence Systems, 6, 687-697, 1991
- [24] D. P. Filev and R. R. Yager, An adaptive approach to defuzzification based on level sets, Fuzzy Sets and Systems, 54, 355-360, 1993
- [25] M. Friedman, M. Ming and A. Kandel, Fuzzy linear systems, Fuzzy Sets and Systems, 96, 201-209, 1998
- [26] 福山義幸, 菅野道夫, Fuzzy C-Means 法における分割数の新しい選択法, 第 5 回ファジィシステムシンポジウム講演論文集, 247-250, 1989
- [27] B. R. Gaines, Sequential fuzzy system identification, Fuzzy Sets and Systems, 2, 15-24, 1979
- [28] I. Gath and A. B. Geva, Unsupervised optimal fuzzy clustering, IEEE Patt. Anal., Machine Intell., 11/7, 773-781, 1989
- [29] A. F. Gómez-Skarmeta, M. Delgado and M. A. Vila, About the use of fuzzy clustering techniques for fuzzy model identification, Fuzzy Sets and Systems, 106, 179-188, 1999
- [30] R. Gunderson, Application of fuzzy ISODATA algorithms to star tracker pointing systems, Proc. 7th Triennial World IFAC Cong. (Helsinki, Finland), 1319-1323, 1978
- [31] R. J. Hathaway and J. C. Bezdek, Optimization of clustering criteria by reformulation, IEEE Trans. Fuzzy Systems, 3/2, 241-245, 1995
- [32] S. Horikawa, T. Furuhashi and Y. Uchikawa, On fuzzy modeling using fuzzy neural networks with the back-propagation algorithm, IEEE Trans. Neural Networks, 3/5, 801-806, 1992
- [33] H. Ishibuchi, K. Nozaki and H. Tanaka, Distributed representation of fuzzy rules and its application to pattern classification, Fuzzy Sets and Systems, 52, 21-32, 1992
- [34] R. Jain, Outline of an approach for the analysis of fuzzy systems, Int. J. Control, 23, 627-640, 1976
- [35] T. Jiang and Y. Li, Generalized defuzzification strategies and their parameter learning procedures, IEEE Trans. Fuzzy Systems, 4/1, 64-71, 1996
- [36] Y. H. Joo, H. S. Hwang, K. B. Kim and K. B. Woo, Fuzzy system modeling by fuzzy partition and GA hybrid schemes, Fuzzy Sets and Systems, 86, 279-288, 1997
- [37] 姜根澤, 菅野道夫, ファジィモデリング, 計測自動制御学会論文集, 23/6, 650-652, 1987
- [38] N. B. Karayiannis and J. C. Bezdek, An integrated approach to fuzzy learning vector quantization and fuzzy c-means clustering, IEEE Trans. Fuzzy Systems, 5/4, 622-629, 1997
- [39] J. M. Keller, M. R. Gray and J. A. Givens, Jr., A fuzzy K -nearest neighbor algorithms, IEEE Trans. Syst. Man., Cybern., SMC-15/4, 580-585, 1985
- [40] W. J. M. Kickert, Towards an analysis of linguistic modeling, Fuzzy Sets and Systems, 2, 293-307, 1979
- [41] D. Kim, Improving the fuzzy system performance by fuzzy system ensemble, Fuzzy Sets and Systems, 98, 43-56, 1998
- [42] E. Kim, M. Park, S. Ji and M. Park, A new approach to fuzzy modeling, IEEE Trans. Fuzzy Systems, 5/3, 328-337, 1997
- [43] P. E. Kloeden, Fuzzy dynamical systems, Fuzzy Sets and Systems, 7, 275-296, 1982
- [44] T. Kohonen, The self-organizing map, Proc. IEEE, 78/9, 1464-1480, 1990
- [45] 近藤正, モデルの次数を推定する改良形 GMDH, 計測自動制御学会論文集, 22/9, 928-934, 1986
- [46] B. Kosoko, Fuzzy systems as universal approximation, IEEE Trans. Comput., 43, 1329-1333, 1994
- [47] R. Kothari and D. Pitts, On finding the number of clusters, Pattern Recognition Letters, 20, 405-416, 1999
- [48] R. Krishnapuram and J. M. Keller, A possibilistic approach to clustering, IEEE Trans. Fuzzy Systems, 1/2, 98-110, 1993
- [49] A. Kroll, Identification of functional fuzzy models using multidimensional reference fuzzy sets, Fuzzy Sets and Systems, 80, 149-158, 1996
- [50] M. Kurano, M. Yasuda, J. Nakagami and Y. Yoshida, A limit theorem in some dynamic fuzzy systems, Fuzzy sets and Systems, 51, 83-88, 1992
- [51] S. H. Kwon, Cluster validity index and fuzzy clustering, Electronics Letters, 34/22, 2176-2177, 1998
- [52] R. Langari and L. Wang, Fuzzy models, modular networks, and hybrid learning, Fuzzy Sets and Systems, 79, 141-150, 1996
- [53] Y. Lin and G. A. Cunningham III, A fuzzy approach to input variable identification, Proc. 3rd IEEE Internat. Confer., Fuzzy Systems, 2031-2036, 1994
- [54] Y. Lin and G. A. Cunningham III, A new approach to fuzzy-neural system modeling, IEEE Trans. Fuzzy Systems, 3/2, 190-198, 1995
- [55] J. Lygeros, A formal approach to fuzzy modeling, IEEE Trans. Fuzzy Systems, 5/3, 317-327, 1997
- [56] S. Mabuchi, A proposal for a defuzzification strategy by the concept of sensitivity analysis, Fuzzy Sets and Systems, 55, 1-14, 1993
- [57] M. Maeda and S. Murakami, A design for a fuzzy logic controller, Inform. Sci., 45, 315-330, 1988
- [58] F. Matía, B. M. Al-Hadithi and A. Jiménez, On the global stability of Takagi-Sugeno general model, Math. Soft Computing, 6, 293-304, 1999
- [59] C. McMillan and R. F. Gonzalez, Systems analysis — a computer approach to decision models, 3rd ed., Richard D. Irwin, Inc., Illinois, 1973
- [60] 中森義輝, ファジィモデリング, オーム社, 1994
- [61] 中森義輝, 領家美奈, ファジィモデリング再考, 日本ファジィ学会誌, 5, 453-464, 1993
- [62] 中森義輝, 領家美奈, ファジィモデル構築のための

- 超楕円体クラスタリング法, 日本ファジィ学会誌, 5, 537-547, 1993
- [63] H. T. Nguyen and M. Sugeno Eds., *Fuzzy Systems — Modeling and Control*, Kluwer Academic Pub., 1998
- [64] 西川智登, 清水静江, 経営のためのシステム工学, 朝倉書店, 1990
- [65] 特集・ファジィクラスタリングとその応用, 日本ファジィ学会誌, 8, 405-462, 1996
- [66] 日本ファジィ学会編, *ファジィとソフトコンピューティングハンドブック*, 共立出版, 2000
- [67] K. Nozaki, H. Ishibuchi and H. Tanaka, Adaptive fuzzy rule-based classification systems, *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, 4/3, 238-250, 1996
- [68] N. R. Pal and J. C. Bezdek, On cluster validity for the fuzzy c-means model, *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, 3/3, 370-379, 1995
- [69] N. R. Pal, J. C. Bezdek and E. C.-K. Tsao, Generalized clustering networks and Kohonen's self-organizing scheme, *IEEE Trans. Neural Networks*, 4/4, 549-557, 1993
- [70] W. Pedrycz, An approach to the analysis of fuzzy systems, *Int. J. Control*, 34, 403-421, 1981
- [71] W. Pedrycz, Numerical and applicational aspects of fuzzy relational equations, *Fuzzy Sets and Systems*, 11, 1-18, 1983
- [72] W. Pedrycz, An identification algorithm in fuzzy relational systems, *Fuzzy Sets and Systems*, 13, 153-167, 1984
- [73] W. Pedrycz, Identification in fuzzy systems, *IEEE Trans. Syst. Man, Cybern.*, SMC-14/3, 361-366, 1984
- [74] W. Pedrycz, Relevancy of fuzzy models, *Inform. Sci.*, 52, 285-302, 1990
- [75] W. Pedrycz, Fuzzy modelling: Fundamentals, construction and evaluation, *Fuzzy Sets and Systems*, 41, 1-15, 1991
- [76] T. A. Runkler and M. Glesner, A set of axioms for defuzzification strategies towards a theory of rational defuzzification operators, *Proc. 2nd IEEE Internat. Conf. on Fuzzy Systems*, San Francisco, 1161-1166, 1993
- [77] 領家美奈, 中森義輝, 田村坦之, 高木・菅野モデルの逆問題の解法, 日本ファジィ学会誌, 10, 541-547, 1998
- [78] J. J. Saade, A unifying approach to defuzzification and comparison of the outputs of fuzzy controllers, *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, 4/3, 227-237, 1996
- [79] P. K. Simpson, Fuzzy min-max neural networks — Part 1: Classification, *IEEE Trans. Neural Networks*, 3/5, 776-786, 1992
- [80] M. Sugeno and G. T. Kang, Fuzzy modelling and control of multilayer incinerator, *Fuzzy Sets and Systems*, 18, 329-346, 1986
- [81] M. Sugeno and G. T. Kang, Structure identification of fuzzy model, *Fuzzy Sets and Systems*, 28, 15-33, 1988
- [82] M. Sugeno and K. Tanaka, Successive identification of a fuzzy model and its applications to prediction of a complex system, *Fuzzy Sets and Systems*, 42, 315-334, 1991
- [83] M. Sugeno and T. Yasukawa, A fuzzy-logic-based approach to qualitative modeling, *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, 1/1, 7-31, 1993
- [84] H. Takagi and I. Hayashi, NN-driven fuzzy reasoning, *Internat. J. Approx. Reason.*, 5, 191-212, 1991
- [85] T. Takagi and M. Sugeno, Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control, *IEEE Trans., Syst. Man, Cybern.*, SMC-15/1, 116-132, 1985
- [86] 田中英夫, *ファジィモデリングとその応用*, 朝倉書店, 1990
- [87] R. Thawonmas and S. Abe, Function approximation based on fuzzy rules extracted from partitioned numerical data, *IEEE Trans. Man, Cybern.* — Part B: Cybernetics, 29/4, 525-534, 1999
- [88] R. M. Tong, A control engineering review of fuzzy systems, *Automatica*, 13, 559-569, 1977
- [89] R. M. Tong, Analysis and control of fuzzy systems using finite discrete relations, *Int. J. Control*, 27, 431-440, 1978
- [90] R. M. Tong, Synthesis of fuzzy models for industrial processes — some recent results, *Int. J. General Systems*, 4, 143-162, 1978
- [91] R. M. Tong, The evaluation of fuzzy models derived from experimental data, *Fuzzy Sets and Systems*, 4, 1-12, 1980
- [92] S. Tong and T. Chai, Direct adaptive control and robust analysis for unknown multivariable nonlinear systems with fuzzy logic systems, *Fuzzy Sets and Systems*, 106, 309-319, 1999
- [93] I. B. Türkşen, Type I and Type II fuzzy system modeling, *Fuzzy Sets and Systems*, 106, 11-34, 1999
- [94] W. Van Leekwijck and E. E. Kerre, Defuzzification: criteria and classification, *Fuzzy Sets and Systems*, 108, 159-178, 1999
- [95] H. B. Verbruggen and P. M. Bruijn, Fuzzy control and conventional control: What is (and can be) the real contribution of Fuzzy systems?, *Fuzzy sets and Systems*, 90, 151-160, 1997
- [96] L. Wang and R. Langari, Building Sugeno-type models using fuzzy discretization and orthogonal parameter estimation techniques, *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, 3/4, 454-458, 1995
- [97] L. Wang and R. Langari, Complex systems modeling via fuzzy logic, *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.*, B-26/1, 100-106, 1996
- [98] L. Wang and R. Langari, Sugeno model, fuzzy discretization, and the EM algorithm, *Fuzzy Sets and Systems*, 82, 279-288, 1996
- [99] L. X. Wang and J. M. Mendel, Generating fuzzy rules by learning from examples, *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.*, SMC-22/6, 1414-1427, 1992

- [100] S.-D. Wang and C.-H. Lee, Fuzzy system modeling using linear distance rules, *Fuzzy Sets and Systems*, 108, 179-191, 1999
- [101] F. Wenstøp, Deductive verbal models of iorganizations, *Int. J. Man-Machine Studies*, 8, 293-311, 1976
- [102] D. Willaëys and N. Malvache, The use of fuzzy sets for the treatment of fuzzy information by computer, *Fuzzy Sets and Systems*, 5, 323-327, 1981
- [103] X. L. Xie and C. Beni, A validity measure for fuzzy clustering, *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, 13/8, 841-847, 1991
- [104] C. W. Xu, Fuzzy systems identification, *IEE Proc.*, 136-D, 146-150, 1989
- [105] C. W. Xu and Y. Z. Lu, Fuzzy model identification and self-learning for dynamic systems, *IEEE Trans. Syst. Man Cybern.*, SMC-17/4, 683-689, 1987
- [106] R. R. Yager, Aggregation operators and fuzzy systems modeling, *Fuzzy Sets and Systems*, 67, 129-145, 1994
- [107] R. R. Yager and D. Filev, On the issue of defuzzification and selection based on a fuzzy set, *Fuzzy Sets and Systems*, 55, 255-271, 1993
- [108] R. R. Yager and D. P. Filev, SLIDE: A simple adaptive defuzzification method, *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, 1/1, 69-78, 1993
- [109] R. R. Yager and D. P. Filev, Unified structure and parameter identification of fuzzy models, *IEEE Trans. Syst. Man, Cybern.*, SMC-23/4, 1198-1205, 1993
- [110] R. R. Yager and D. P. Filev, Approximate clustering via the mountain method, *IEEE Trans. Syst. Man, Cybern.*, SMC-24/8, 1279-1284, 1994
- [111] R. R. Yager and D. P. Filev, *Essentials of fuzzy modeling and control*, Wiley, New York, 1994
- [112] J. Yen, L. Wang and C. W. Gillespie, Improving the interpretability of TSK fuzzy models by combining global learning and local learning, *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, 6/4, 530-537, 1998
- [113] Y. Yoshida, M. Yasuda, J. Nakagami and M. Kurano, A limit theorem in dynamic fuzzy systems with a monotone property, *Fuzzy sets and Systems*, 94, 109-119, 1998
- [114] Y. Yoshinari, W. Pedrycz and K. Hirota, Construction of fuzzy models through clustering techniques, *Fuzzy Sets and Systems*, 54, 157-165, 1993
- [115] L. A. Zadeh, Fuzzy algorithms, *Inform. Contr.*, 12, 94-102, 1968
- [116] L. A. Zadeh, Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes, *IEEE Trans. Systems, Man, Cybern.*, SMC-3/1, 28-44, 1973
- [117] N. Zahid, O. Abouelala, M. Limouri and A. Essaid, Unsupervised fuzzy clustering, *Pattern Recognition Letters*, 20, 123-129, 1999
- [118] X. J. Zeng and M. G. Singh, Approximation theory of fuzzy systems — SISO case, *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, 2/2, 162-176, 1994
- [119] X. J. Zeng and M. G. Singh, Approximation theory of fuzzy systems — MIMO case, *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, 3/2, 219-235, 1995

(2001年3月30日 受付)

[問い合わせ先]

中島 信之

930-8555 富山市五福3190 富山大学経済学部

TEL: 076-445-6475, FAX: 076-445-6419

e-mail:nakanobu@eco.toyama-u.ac.jp

著者紹介

仲島 信之 (なかじま のぶゆき)

富山大学経済学部

1965年 大阪大学大学院理学研究科修士課程修了。大阪府立大学、大阪大学助手、和歌山県立医科大学講師、助教授を経て、1990年4月より富山大学経済学部経営学科教授。著書に「おはなしファジィ」(日本規格協会, 共著), 「講座ファジィ第2巻, 第1章・ファジィ集合」(日刊工業新聞社), 「社会科の数理・ファジィ理論入門」(裳華房, 共著), 「ファジィ数学のおはなし」(培風館)。工学博士。