解説

確率の立場から見たファジィ理論[†]

仁木 直人*

1. はじめに

ここで考えている「確率」という概念は、確率法則を満足する量、くらいに広く理解すべきものである。

現代の一般的な確率論は、測度論に則り、Kolmogorov(1933)により公理化されたものである。そこでは、確率空間(通常 $(\Omega, \mathcal{B}, P)$ のように3要素の組として記される)と呼ばれるものが抽象的に定義され、抽象空間(標本空間 Ω)の部分集合から成る完全加法族($\mathcal{B}$)の要素を事象といい、その測度(全空間の測度は1)を確率(P)と呼ぶ。この公理系は、「同程度に確からしい」という概念に基づく Laplace 流の古典的確率論や多数回の実験結果の相対頻度の極限として確率を定義する流儀などの歴史を背景に、それらに内在する循環論法的欠陥を解決する抽象化として導入された。「確率法則」とは、そこから導かれた多くの定理の集まりのことである。

一方、Bayesian と呼ばれる研究者達は、上記のような確率の概念と適用範囲を拡張し、「ある命題が真である」という事象をも取り扱う。これは、不確実性が存在する中での個人の「確信の度合」を表すものと規定され、一般的な確率と区別して主観確率(subjective probability)と呼ばれる。主観確率は、たとえ明示されない場合でも、知識や経験を前提とした条件付確率であり、新しい知識や経験の追加により変化するものである。その歴

史は古く、1950年代半ばにして Savage(1954)は主観確率の公理系を与え、また、不確実状況下での人間の行動との整合という観点からの意味付けを行っている。

主観確率に関する簡単な例を示そう。いま、「もうすぐ生まれてくる子供は男である」という命題を考える。両親にとって、男女両方の名前を用意するなど、その可能性をほぼ $1/2$ とふんで行動することが普通であろう。「母親の顔がきつくなつたから絶対男だ」などと口では言っても、内心は6対4くらいに思っているものである。すなわち、両親による主観確率は 0.5 あるいは 0.6 等々である。ところが、子供の性別は生まれるはるか以前に決定されているはずで、命題の真偽にあいまいさや確率的要素は少しもなく、命題が真である確率は1または0である。また、担当医師は、検査などを通じて、性別をほぼ確実な程度に知っていることも多い。その場合、医師の主観確率は 0.99 または 0.01 等々である。これらの数値の違いが、全能の神、医師、両親の間の知識レベルの違いに起因するすることは疑いない。

すなわち、主観確率とは「神ならぬ人間が、不完全な知識下での意志決定のため、何等かの根拠を基に、自らが仮に設定した確実性の指標」といえよう。また、通常の意味の確率事象(受胎前段階での性別問題を考えよ)への対応に関しても、完全な予測を可能にする知識が存在しないという違いがあるだけで、行動基準としての主観確率が同様に考えられる。この場合は、確率の(しばしば価値観を伴った)推定値と意味付けられよう。なお、主観確率および関連する話題については Press(1989)、鈴木・国友(1989)などの成書がある。

[†] Fuzzy Set Theory Told in the Language of Probability
Naoto NIKI

* 九州大学理学部基礎情報学研究施設
Research Institute of Fundamental Information Science,
Kyushu University

ファジィ理論は Zadeh (1965) により提唱されたが、すでにその初期の段階から、主観確率の一種と認識されてきた。主観確率に関する知識を持つものにとって、このような認識は極めて自然である。事実、著者が初めて(名前だけは以前から耳にしていたものの)ファジィ理論に接した際(水本, 1982)にも、定義を聞いただけで「これは主観確率ではないか」と直ちに思ったほどである。しかも、それに続いたファジィ集合演算についての議論は「無神経な取り扱い」としか思えず、以後最近まで、ファジィは全く著者の考慮外の存在であった。

一方、「ファジィ事象」なる概念を導入しつつ (Zadeh, 1968)、ファジィ理論研究者は確率とファジィの違いを強調してきた。しかし、それらの中には、屋上屋を重ねたような議論や誤謬 (Gupta (1983) は典型例) がしばしば見られるように思う。

1984 年 12 月、米国 George Washington 大学において、「人工知能・エキスパートシステムにおける不確実性演算 (The Calculus of Uncertainty in Artificial Intelligence and Expert Systems)」と題する重要な研究集会が開催され、4 人の代表的研究者— G. Shafer, L. A. Zadeh, D. V. Lindley, D. J. Spiegelhalter が講演を行った。この研究集会の報告集は、参加者による豊富な議論を加え、Statistical Science の特別号 (Vol. 2, No. 1, 1987) として再編集されている。

そこでは、Shafer (1987) は belief 関数 (確率の下限に相当する) の必要性を主張し、Lindley (1987) は確率を用いることの理論的根拠に基づいて他の立場を批判し、Spiegelhalter (1987) は確率を用いた実用的医療エキスパートシステムについて報告している。残念なことに、Zadeh は報告集にも Statistical Science にも論文を提出しなかったため、他との比較における彼の立場を主張する貴重な機会を失っている。

確率の見方からすれば、ファジィ理論の様々な側面に混乱が見られ、それが「確率とは根本的に異なる概念」という主張が生まれる背景になった

ようにも思われる。そこで、本論文では、ファジィ理論の基礎であるファジィ集合およびファジィ集合演算について、ごく基本的なところからの議論を展開することとした。主観確率および確率法則に従った演算との対比から、ファジィ理論の問題点を明らかにし、応用上の注意を与えることがその目的である。内容上、ある程度 Lindley (1987) の議論と重なる部分があるが、やむを得ないこととを考えていただきたい。

本論文の構成は以下のようになっている。まず、第 2～3 節では、ファジィ集合による表現の不十分性について議論する。その中心となるのは、あいまいさとは何か、という点である。第 4～5 節はファジィ集合演算の「非認容性」「不合理性」についての議論にあてる。始めに Lindley (1982) による確率の優位性に関する公理論的証明を概観し、続いて確率法則 (あるいはその変形) に従わないファジィ集合演算の不合理性を例証する。第 6 節では「否定」の問題について議論している。これはファジィ理論の基礎をひと通り見直すという観点からの補足である。最後の第 7 節では、それまでの議論から明らかになったファジィ理論の欠陥を考慮しつつ、その長所を活かすための応用上の注意事項を簡単にまとめ、著者らのこの方面への研究展開についても触れる。

2. ファジィ集合表現の問題点

以後、簡単のため、「命題 E が真である」という事象を同じ記号 E を用いて表す。従って、「命題 E が偽である」という事象は E の余事象 (すなわち補集合) E^c で表される。また、特に必要ない限り、通常確率を含む広い意味の主観確率を単に「確率」と書くことにする。

全体集合 X におけるファジィ集合 A はメンバーシップ関数 $\mu_A(x)$ ($x \in X$) により特徴づけられ、ここでは

$$A = \{(\mu_A(x) | x)\}$$

のように書く。本節では、最も基本的な事項とし

て、ファジィ集合に対応する確率表現を与え、両者の比較を通じて、ファジィ集合表現を用いることの問題点を明らかにしよう。

2.1. 命題と知識の集合による表現

適当な確率空間 $(\Omega, \mathcal{B}, P)$ を想定し、 A を命題(および事象)と考えて同じ記号により $A \in \mathcal{B}$ と書き、また、我々が有している関連知識(背景条件等を含む)を $K \in \mathcal{B}$ と書くことにする。すなわち、 A および K はともに Ω の部分集合である。

標本空間(全事象) Ω を「起こり得るあらゆる状況全体」として、集合(事象) A は「命題 A が真であるような状況全体」を、また、集合 K は「知識 K と矛盾しない状況全体」を、それぞれ表したものと考えると、主観確率は、知識 K の下での事象 A の確率

$$P[A|K] = P[A \cap K] / P[K]$$

と意味づけられる。

通常、主観確率 $P[A|K]$ は A や K を具体的に与えて計算されることはない。第1節にも述べたごとく、その値自身は個人(あるいは知識を共有する集団)により、半ば直感的に与えられる。重要なのは、このような概念構造を心に描いて対象を見る、ということである。

なお、知識 K がいくつかの要素的知識 k_i から成る場合、集合 K は全ての k_i と矛盾しない状況全体が成す集合、すなわち、 $K = \bigcap_i k_i$ である。また明らかに $K \subset k_i$ である。なお、記号 $\subset$ は集合の包含関係を表すもので、含意記号($\Leftarrow$)やファジィ集合の包含関係($\ll$ を用いることにする)ではない。もちろん、事象に於ける包含関係は、対応する命題についての含意関係になり、

$$(\text{事象}) A \supset B \Leftrightarrow (\text{命題}) A \Leftarrow B$$

である。

要素的知識が増えて、知識が深まるにつれ、それと矛盾しない集合は小さくなり、我々が興味を持っている集合 A に含まれる(主観確率が1に

なる)、あるいは、その補集合 A^c に含まれる(主観確率が0になる)かのどちらかになり、あいまいさがなくなることが普通である。なお、この辺りは情報理論に密接に関係している。

2.2. 対応付け

いま、 A または K あるいは両者がある変数 x の値により変化するときを考えると、条件付確率である主観確率も x の値により変化し、

$$\begin{aligned} p_A(x) &= P[A(x) | K(x)] \\ &= P[A(x) \cap K(x)] / P[K(x)] \end{aligned}$$

と書ける。この $p_A(x)$ をファジィ集合のメンバシップ関数 $\mu_A(x)$ に対応させよう。いいかえれば、メンバシップ関数は、確率がある変数 x により変化する様子を示す、数表あるいはグラフのようなものとするのである。

ここで、誤解を招かぬため、注意すべきことがいくつかある。

まず、ファジィ集合における全体集合 X は、全事象 Ω とは全く対応せず、単に、変数 x がとり得る値の集合(同じ記号 X で表そう)に対応するという点である。この集合 X はもちろん条件付確率 $p_A(x)$ の定義域でもある。一般には、明確に定義できる任意の値(例えば、数値、区間、特性、集合など)の集合が変数 x の値域 X としてとれるが、ファジィ集合論で扱われるほとんどの場合に合わせて、特に断らない限り、本論文では x が数値変数の場合を扱っている。

多くの誤解は、「確率」という言葉を聞いた途端、内容も考えず、変数 x がある値(例えば z)をとる確率

$$q(z) = \Pr[x=z | z \in X]$$

のことだ、と頭から決めこんでしまうことに始まる。確率 $p_A(z)$ は全事象を Ω としたときの事象 A の $x=z$ における確率の値を表し、一方、 $q(z)$ は全事象を X としたときの $x=z$ なる事象の確率を表す。なお、確率測度 P は $\mathcal{B}$ 上で定義されているので、 $q(x)$ の定義には使えず、 $\Pr$ を用い

ている。

確率 $q(x)$ の全事象 X にわたる和(あるいは積分)はもちろん

$$\sum_{x \in X} q(x) = 1$$

であるが、 $p_A(x)$ の変数 x の定義域 X にわたる和は必ずしも 1 にならず、一般には

$$\sum_{x \in X} p_A(x) \neq 1$$

である。(この話題については後で少し議論する)。

ファジィ集合論に見られる「概念上の混乱」の出発は、 $\Omega = X$ の場合に限定してしまった(変数の値域を「全体集合」と呼んだ)所にあるように思える。そのような限定がファジィ集合という概念を生んだともいえる一方、扱う対象によっては、この両者を一致させたことによる無理は否めない。

本論文での主張のひとつは、「 Ω と X を別のものとすれば、ファジィ集合を考える必要はなく、集合の言葉でうまく語ることができる」と要約できよう。確率は Ω の部分集合上で定義された測度であり、集合の言葉で述べられた内容の量的側面が確率値として反映される。この主張は以後の議論を通じて実証されよう。

2.3. 事象・知識の x に伴う変化の様相

事象・知識の両方がともに x に関係することは稀で、ほとんどの場合、 A または K のどちらか一方が変化する(図1)。「概念上の混乱」の第2は、ファジィ集合論ではこの2者(ときに3者)を明確に区別していない(区別を表現できない)ことである。

(a) 事象(命題)に (b) 知識(状況)に

図1 変数 x はどこに関係する

次節で詳しく見る2つの例はそれぞれの場合の典型である。第1の例「福岡市の人口は100万以上である」では、主に

$$A(x) = \text{“福岡市の人口 } N \text{ の値は区間 } x \text{ にある”}$$

という x を含んだ命題を扱い、 K は x に関係しない。第2の例 $A = \text{“Henry is young.”}$ では、 x は条件節の一部

$$\text{“He is } x \text{ years old.”} \supset K(x)$$

にのみ含まれている。

前者のような範疇においては、図1(a)に示すように、

$$A(x) \cap A(y) = \emptyset \quad (x \neq y; x, y \in X)$$

かつ

$$\bigcup_{x \in X} A(x) \supset K$$

が成り立つことが多い。このような「互いに背反かつ知識 K の下で起こり得る全て場合を充足する」場合には、 X 全体に関する $p_A(x)$ の和(あるいは積分)が

$$\sum_{x \in X} p_A(x) = 1$$

を満たす。しかし、後者(図1(b))では和が1になることはごく稀である。この辺りの様子は、図上で各集合の占める面積を $P(\cdot)$ と考えれば、良く理解できるであろう。

「ファジィは確率とは異質のものである」という主張の根拠として、「確率の和は1であるが、メンバーシップ関数の和は1でない」という趣旨のものを見かけるが(例えば Gupta, 1983)、明らかに前者の一部だけで成立する性質が全ての場合に成り立つとの誤解(Ω と X の同一視)に基づいている(図1(b)で A と K を入れ換えてみよ)。そのような誤解を生む原因は、やはり、概念上の整理がきちんと行われていない点に求めざるを得ない。

なお、いずれの範疇に於ても、「互いに背反かつ充足的」である特別な場合

$$A(x) \cap A^c(x) = \emptyset, A(x) \cup A^c(x) = \Omega(x \in X)$$

については、常に

$$p_A(x) + p_{A^c}(x) = 1$$

が成立する。このことを

$$A(x) \supset B(x) \Rightarrow p_A(x) \geq p_B(x)$$

などととも首尾一貫性(coherence)と呼ぶことがあり、「belief 関数による不確実性表現(Shafer (1982)など)には一貫性がない」などと使われて、確率を用いる根拠のひとつになっている。ファジィ理論にも首尾一貫性が欠けており、奇妙な振舞いが見られる(第5節参照)。

2.4. 変数 x に伴う変化への視野の限定

メンバシップ関数表現には、「概念上の混乱」と根を同じくする、さらに大きな問題点がある。それは、「変数 x による変化ばかりに視野を限定してしまう」ことである。

個人による知識レベルの違いや現在置かれている状況・仮定される条件・新たな観測値の獲得などの変動要因により、不確実性の値は時に非常に大きく変化する。ひとつあるいは少数の変数値で表現できる現象はごく限られており、表面に現れる部分の下に存在する、明示されることのあまりない、多種かつ膨大な量的前提条件群を明確に意識すべきである(図2～3)。

確率の世界ではそれら条件群の存在は根源的であり、省略されたりひとまとめに取り扱われることはあっても、忘れ去られることはない。しかし、ファジィ集合の言葉では、条件節を記述する機構が用意されておらず、変数値以外の変化を語ることがそもそもできない。もちろん、単純な状況変化ならば、いくつかの要因をファジィ集合で表現し、ファジィ集合演算(これにも後述のように問題がある)を通じて反映させれば十分な場合もある。ただし、このような対応も、変数の数が増えただけで、一部の特殊な背景要因しか扱えないことに変わりはない。

(a) $A = A(x)$ の場合

(b) $K = K(x)$ の場合

図2 各個人の持つ知識の違いによる相違

(a) $A = A(x)$ の場合

(b) $K = K(x)$ の場合

図3 知識の増加・状況の明確化等による変化

3. 確率の言葉によるファジィ集合

本節では、Lindley(1987)も取り上げている2つの例を通じて、ファジィ集合表現に関する疑問点をさらに明確にするとともに、対応する確率を用いた表現・考え方を示す。

例1 $S = \text{“福岡市の人口は 100 万以上である”}$
ファジィ集合の一例として、Zadeh(1983)は

“Berkeley’s population is over 100,000.”

を挙げている。ここでは Berkeley をより身近な福岡市に替えて議論しよう。

Zadeh(1983)の言によれば、「100 万以上」とは暗に「100 万以上であるが 100 万を大きく越えない」を意味し、従って「あいまいさ」を含んだ表現の一種であるという。しかし、良く考えてみると、常識的な

$H = \text{“福岡市は政令指定都市である”}$

$\cap \text{“政令指定都市の人口は 100 万以上”}$

なる知識の下では、命題 S は明らかに真であり、 S の内容のどこにもあいまいな点はないことに

気付く。すなわち、

$$P(S|H) = 1, \quad P(S^c|H) = 0$$

である。

この例のような場合に「あいまいさ」が生じるのは

$S' =$ “福岡市の人口は 120 万以上である”,

$S'' =$ “福岡市の人口は 250 万以上である”

あるいは

$T(x) =$ “福岡市の人口 N の値は x である”

のように、現有知識で真偽を確定できない命題を扱う際なのである。しかも、 S' と S'' は知識 H だけからではともに「真偽不明」を表す

$$P(S'|H) = 0.5, \quad P(S''|H) = 0.5$$

とでもする他なく、 $T(x)$ に至っては、もう少し詳しい情報がない限りとても扱いきれない。

多くの日本人成人が持つ常識

$L = H \cap$ “人口 200 万以上の都市は
東京、横浜、大阪、名古屋だけ”

によれば、 $P(S''|L) = 0$ と S'' は否定され、知識 H の下での値とは全く異なる。知識の不足が「あいまいさ」を生み、知識の違いが個人の確信度を変えるのである。

知識 L 以上に詳しいある知識 K の下では、例えば次のように、人口 N が x 番目の区間に入るという事象 $A(x)$ とその確率による表現が考えられよう。

$$A(1) = \{N \in [0, 100 \text{ 万}]\}, \quad P(A(1)|K) = 0,$$

$$A(2) = \{N \in (100 \text{ 万}, 120 \text{ 万}]\},$$

$$P(A(2)|K) = 0.3,$$

$$A(3) = \{N \in (120 \text{ 万}, 150 \text{ 万}]\},$$

$$P(A(3)|K) = 0.5,$$

$$A(4) = \{N \in (150 \text{ 万}, 200 \text{ 万}]\},$$

$$P(A(4)|K) = 0.2,$$

$$A(5) = \{N \in (200 \text{ 万}, \infty)\}, \quad P(A(6)|K) = 0$$

上の右列はファジィ集合による表現

$$A = \{(0.3|2) (0.5|3) (0.2|4)\}$$

に対応する。両者の大きな違いは、知識 K の存在が明示されているかどうか、にある。主観確率のような確実度・確信度の指標は(状況を含めた)知識の関数であることをハッキリと意識させる必要がある。

ここで、 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ とすると、

$$\sum_{x \in X} p_A(x) = \sum_{x \in X} P(A(x)|K) = 1$$

が成立していることを注意しよう。すなわち、少なくとも形式上、 $p_A(x)$ は x を確率変数とするひとつの分布を与えている。

ファジィ集合には和が 1 となるような制限はない、との主張があるが、これは制限ではなく、人口 N がいずれかの区間に含まれるという事実

$$A(1) \cup A(2) \cup \cdots \cup A(5) = \Omega$$

と、同時に 2 つの区間に入らないという事実

$$A(i) \cap A(j) = \emptyset; \quad i \neq j, \quad i, j \in X$$

からの首尾一貫性を保つ上での論理的帰結に過ぎない。例えば、区間を重ね、

$$A'(1) = \{N \in [0, 120 \text{ 万}]\}, \quad P(A'(1)|K) = 0.3,$$

$$A'(2) = \{N \in [100 \text{ 万}, 150 \text{ 万}]\},$$

$$P(A'(2)|K) = 0.8,$$

$$A'(3) = \{N \in [140 \text{ 万}, \infty)\},$$

$$P(A'(3)|K) = 0.3$$

などとしても一向に構わないが、もちろんこれらの確率の和は 1 にはならないので、 $A'(x)$ 中の x は確率変数ではない。単に x 番目の命題を示す指標に過ぎず、事情は $A(x)$ 中でも同じである。分布のように見えるのは、命題の組 $A(1) \sim A(5)$ が前述の特別な性質を持つからである。

このような首尾一貫性は、個人の確信度のような揺れ動くものを扱う際にも、各時点について満たされるべきと考える。「五分五分の可能性」「六・四で危ない」とは言うが、「六分六分の可能性」などと言えは正気を疑われるであろう。この辺りの理解には次の小例が役に立つと思う。

例 1.7 ある刑事事件に関して、次のような知識の存在を想定する。

C_1 = “犯人は容疑者 3 人の中に必ずいる”,

C_2 = “犯人は容疑者 3 人の中にいるようだ”,

I_1 = “単独犯による犯行に間違いない”,

I_2 = “単独犯の可能性が高い”,

明らかに C_1, I_1 の方が C_2, I_2 より詳しい知識であり、 $C_1 \subset C_2, I_1 \subset I_2$ を満たす。

これらの組み合わせの下での

$D(x)$ = “第 x 容疑者が犯人である”

という命題の真偽に関して、

$$\begin{aligned} \sum_{x \in X} P(D(x) | C_1 \cap I_1) &= 1, \\ 1 - \alpha &< \sum_{x \in X} P(D(x) | C_2 \cap I_1) < 1, \\ 1 &< \sum_{x \in X} P(D(x) | C_1 \cap I_2) < 1 + \beta, \\ 1 - \alpha' &< \sum_{x \in X} P(D(x) | C_2 \cap I_2) < 1 + \beta', \end{aligned}$$

がそれぞれ成立する。ただし、 $\alpha, \beta, \alpha', \beta'$ は小さな正の数、 $X = \{1, 2, 3\}$ である。

ここまでの議論から、Zadeh (1983) の主張は S を扱っていたのではなく、実は、 $T(x)$ について述べたものだと思いついた読者もあろう。言明 S 自体にはあいまいさがないが、その背景となる $T(x)$ に関連したあいまいさがある、というならば賛成しよう。しかし、どのような意味であいまいか、を明確にしなければ有用な情報とはなり難い。以下、Zadeh があいまいだと思った内容を簡単に検討しよう。

実は、この例は見かけ以上に複雑であり、少なくとも全く様相の異なる 2 通りの解釈ができる。第 1 は、「人口は 100 万人以上」という言葉を聞いた人が実際には何人くらいの人口と思うか、というあいまいさである。第 2 は、ある都市の人口 (x 人とする) について語るとき、それをどれくらいの人が

U = “「人口は 100 万人以上」と表現する”

かである。

後の方は次の例 2 と同様に考えればよい。すなわち、 $T(x)$ が知識として $K(x)$ の一部に含まれている場合であり、語る状況や他の関連知識(例えば、知識 $T(x)$ の誤差の大きさ、人口に関する情報が重要であるかどうか、など)により条件付確率の値

$$p_U(x) = P[U | K(x)]$$

は大きく変化する。通常、この値は x が 100 万以上でかつそれに近いとき大きく、100 万以上でもそこから離れるほど (150 万位などと表現されて) 小さくなる傾向がある (図 4)。

第 1 の方は、 $A(x)$ あるいは $A'(x)$ のような表現を前述の $p_U(x)$ の概形に関する情報を含む知識 $K(x)$ の下で考えることに相当する。もちろん、どのような文脈の中で述べられたか、あるいは、話者の信頼度、などの状況情報も重要である。例えば、

$$V(x) = \{N \in [x - 10 \text{ 万}, x + 10 \text{ 万}]\}$$

とすれば、 $p_V(x)$ は $p_U(x)$ と似た形になることが多いであろう (図 4)。

図 4 2 種の解釈に対応する主観確率

例 2 A = “Henry is young.”

この例も Zadeh (1983) が取りあげているもので、変数 x が知識の一部に

$$E(x) = \text{「彼は } x \text{ 才である」} \supset K(x)$$

として含まれている。もちろん、年齢は「若い」かどうかを決定する最重要な要因であるが、 A が誰がどのような状況下で言ったのかによって「若い」の内容に大きな違いがあることもまた確かである。

あろう。例えば、

H_1 = 「彼は大学に学生仲間といる」,

H_2 = 「彼は会社の取締役会に出席している」,

H_3 = 「彼は老人ホームを訪問している」

などが $K(x)$ に含まれている場合をそれぞれ思い浮かべてみるとよい。

簡単のため

$$K_i(x) = E(x) \cap H_i$$

と書くことにすると、 $K_1(x)$ の下では $x=25$ で年寄り扱いされかねない一方、 $K_2(x)$ で $x=50$ の人が若造と言われ、 $K_3(x)$ では $x=65$ でも「若くていいねえ」と羨ましがられるであろう。

何か「あいまい」な表現に出会ったとき必要な作業は、日常生活でもそうであるように、「それはどういう意味か」と尋ね・考えることである。そのような意味の明確化を経なければ、元のあいまい表現から得られる情報の価値は低い。

ファジィ集合論は、この辺りの作業を「人間が状況に合わせてメンバシップ関数をうまく作る」ことに全て押し付けてしまい、それ以上の踏み込みを扱う概念を持たない。主観確率を使う場合には、「人間が状況に合わせて値をうまく与える」ところまでは全く同じであるが、その背景となる概念構造を持っていることが強みである。

ファジィ集合の例としてよく取りあげられる「若い」は、実のところ、「年齢だけから若さを定義すれば」あるいは「状況を無視して年齢だけに着目すれば」といった条件(= H_4)を加えて意味を持つものであろう。何の条件も課さない場合(= $E(x)$)との差を図5に示した。

図5 「状況無視」条件の有無による違い

4. 不確実性表現に関する確率の優位性

真偽があいまいな命題(事象) E について、その確実度あるいは信念の度合等を u なる数値で表したとしよう。ファジィ理論に限定した場合、 u はメンバシップ関数値に対応する。

この数値 u を、何となく、あるいは、デタラメに与えても良いというのでは、科学の対象にならない。数値の与え方にも自ずから従うべき規則があるはずである。この問題を次のような評価を通じて考えよう。

まず、不確実性尺度の良し悪しを測るため、数値 u と命題(事象) E に関する適当な実数値関数 $f(u, E)$ を用意する。そして、命題 E が真である、または、真として取り扱うべきと判断されるとき(簡単のため、同じ記号を用いて $E=1$ であらわす) $f(u, 1)$ 点を与え、逆に、命題 E が偽である、または、偽として取り扱うべきであるとき ($E=0$) $f(u, 0)$ 点を与えることにする。ただし、数値 u を与えた背景条件に対応して事象 F を考え、 F が成立する ($F=1$) ときのみ採点を行うことにする。

一般性を失わず、得点が小さい方が好ましい(すなわち罰点方式)と決め、次のいくつかの仮定を置く。

- (1) 複数の三つ組 $(u_i, E_i, F_i) (i=1, \dots, n)$ についての総合採点結果は、個々の得点の合計 $\sum_i f(u_i, E_i) F_i$ とする。
- (2) ある数値列 $(v_1, \dots, v_v)$ があり、各 E_i, F_i がどのような値をとった場合も常に

$$\sum_i f(v_i, E_i) F_i \leq \sum_i f(u_i, E_i) F_i$$

が成立し、かつ、不等号が成り立つ場合もあるならば、 $(u_1, \dots, u_n)$ は「認容できない」または「非認容的である」といい、採用しない。

- (3) 明らかに真(偽)である命題に対応する数値 $u_T(u_F)$ が、命題にかかわらず、唯一つ存在して、 $u_T \neq u_F$ である。ここでは、一般性を失わず、 $u_F <$

u_T とする。

(4) 数値 u はある実軸上の閉区間 I 上の任意の値をとり得るものとし、 I 上で u に関する連続な導関数 $f'(u, E)$ が存在し、かつ、高々一回しか 0 にならない。また、 u_F, u_T は共に I の内点である。

以上の仮定に不自然さは特に見あたらないであろう。やや厳しいと思われる(4)も、主に採点関数の滑らかさと単調性を述べたものであり、ここでは議論しないが、かなり緩めることもできる。

さて、これらの仮定の下で、「認容できる」不確実性尺度の持つ性質を見よう。

性質 1. 閉区間 $[u_F, u_T]$ に含まれる数値は認容でき、含まれない値は認容できない。

性質 2. 関数

$$P(u) = f'(u, 0) / \{f'(u, 0) - f'(u, 1)\}$$

は、 $[u_F, u_T]$ において連続で、 $0 \leq P(u) \leq 1$ を満たす。また、 $P(u_F) = 0, P(u_T) = 1$ である。

性質 3. 同一の背景条件の下で、事象 E に対する数値を u とし、その余事象(否定) E^c に対する数値を v とすると、両者が共に認容的であれば、 $P(u) + P(v) = 1$ である。

性質 4. 事象 G の条件下での事象 F に対する数値を u とし、 $(F \text{ かつ } G)$ の条件下での E に対する数値を v 、また G の下での複合事象 $(E \text{ かつ } F)$ に対する数値を w としたとき、それらが全て認容的であれば、 $P(w) = P(u)P(v)$ が成り立つ。

性質 1-4 は、前記の 4 仮定を満たす任意の採点関数から性質 2 に掲げた関数を作り、それを用いて u を変換すると、その変換結果 $P(u)$ が確率法則を満たす、という事実を述べたものに他ならない。いい替えれば、認容的な不確実性尺度は「確

率」あるいは変換して確率になる「曲った確率」に限る、ということである。

実際には、わざわざ曲った確率を使う必要は通常ないであろうし、確率論・統計学・物理学等の近接研究分野との関連を考えると、結局、不確実性の尺度としては確率を用いることが最も適当といえよう。「曲っていない」確率は、

$$u_F = 0, u_T = 1, f(u, 0) = u^2, f(u, 1) = (1 - \mu)^2$$

としたとき、この採点方式での認容できる数値として直接得ることができる (de Finetti (1974) にもある)。

メンバシップ関数値(およびそれに作用させるファジィ集合演算)は、変換して確率(演算)とするような関数が存在しないので、明らかに非認容的である。つまり、ファジィ理論を採用すると、どのようなケースを考えても確率を適用した方式を越えることはなく、また、それに劣る状況が必ずあることを心得ておく必要がある。

もちろん、ファジィ集合はこのような採点になじまない、という議論もあろう。それでは、ファジィ集合演算が単に「それらしく動く」操作ではなく、何らかの意味で最適性を持った操作であることをどのように裏付けるのであろうか。このことは、理論的興味からのみであるならば、あまり気にする必要はないのかもしれない。しかし、実際問題への応用を考えると、避けて通ることはできない関門である。

現実に、ファジィ理論の応用現場では確率演算に近くなるような ad hoc な補正(独立に近い性質を持ったファジィ集合間の演算に『代数和』、『代数積』を適宜用いるなど)が行われていると聞いているし、最近の外国の研究論文では確率の近似としての意義を強調したものもよく見られる (Jain and Agogino (1990) など)。また、本論文中でも、ファジィ理論を補正なしに使うと、具体的にどのような不都合が生じるか次節に例示する。

なお、上記の各性質の証明を含め、確率の優位性に関する議論の詳細は Lindley (1982) を参照してほしい。

5. 確率の言葉によるファジィ集合演算

本節では、ファジィ集合演算と確率法則に従う演算との関係を議論するとともに、簡単な例を通じて、ファジィ集合演算の奇妙な振舞いを具体的に示す。

通常の集合演算に対応する基本的なファジィ集合演算として、補集合(complement)、積集合(product, intersection)、和集合(sum, union)の各演算があり、2つのファジィ集合を

$$A = \{(\mu_A(x) | x)\}, B = \{(\mu_B(x) | x)\}$$

としたとき、それぞれ、

$$\begin{aligned} A^c &= \{(1 - \mu_A(x) | x)\}, \\ A \cap B &= \{(\min[\mu_A(x), \mu_B(x)] | x)\}, \\ A \cup B &= \{(\max[\mu_A(x), \mu_B(x)] | x)\} \end{aligned} \quad (5.1)$$

で定義される。一方、対応する確率演算は

$$\begin{aligned} p_{A^c}(x) &= 1 - p_A(x), \\ p_{A \cap B}(x) &= p_{A|B}(x) p_B(x) \\ &= p_A(x) p_{B|A}(x), \\ p_{A \cup B}(x) &= p_A(x) + p_B(x) - p_{A \cap B}(x) \end{aligned} \quad (5.2)$$

である。なお、(5.1)中の補集合演算の定義には異論があると聞いている。こんな基本事項に疑念があること自体驚きであるが、ここでは Zadeh による上記の定義にとりあえず従っておく。

集合の部分集合全体が包含関係に関して束(lattice)をなすことから、ファジィ集合についても同様の『包含関係』に基づく束が考えられている。普遍的に使われているのかどうか確かではないが、ファジィ理論の解説書(水本, 1988)には、ファジィ集合の『包含関係』($\ll$ で表す)が、

$$A \ll B \Leftrightarrow \mu_A(x) \leq \mu_B(x), \quad \forall x \in X \quad (5.3)$$

のように定義されて、互いに他を『包含』する場合は『相等関係』(=)であるという。

束の定義が先か、束間の写像の定義が先か、と

いう自己撞着問題に強いて目をつぶれば、この『包含関係』に関して確かにファジィ集合は束をなし、その束から実数への写像 μ は準同型になる。しかし、『包含関係』を(5.3)で定義する不合理性は容易に示すことができる(例4)。

一方、第2-3節で述べた主観確率との対応関係を通して見ると、(5.3)は事象を表す2つの集合 A, B 間の包含関係と $p_A(x)$, $p_B(x)$ の大小関係に対応するが、 $\Rightarrow$ は成立するものの、 $\Leftarrow$ は一般には成立しない。表現を変えれば、集合表現において $\Leftarrow$ が成り立つような場合に限れば(5.1)は妥当な定義、と言えよう。

事実、確率演算においても、一方の事象が他方を含む場合、すなわち、集合の包含関係に基づく順序

$$A \supset B \text{ または } A \subset B$$

がつけられるとき、(5.2)は(5.1)と形式上一致する関係式

$$\begin{aligned} p_{A^c}(x) &= 1 - p_A(x), \\ p_{A \cap B}(x) &= \min[p_A(x), p_B(x)], \\ p_{A \cup B}(x) &= \max[p_A(x), p_B(x)] \end{aligned}$$

になる(より正確に言えば、確率0の例外的な事象をも考慮して、

$$p_{A^c \cap B}(x) = 0 \text{ または } p_{A \cap B^c}(x) = 0 \quad (5.4)$$

のときに限り成立する)。言い替えると、上記以外のときに(5.1)を用いれば、大なり小なり、何らかの不合理な現象が起きると考えてよい。

ファジィ理論が「非常に」「ある種の」などの言語修飾語の扱いを主眼のひとつとしていること(Zadeh, 1972)を思い浮かべれば、この辺りの事実は理解し易い。同一語に言語修飾を施して生成した一群の表現の間には、明らかに、概念的な包含関係があり、(5.4)が成立する。

しかし、そのような範囲を越えて包含関係のない対象にまで適用することには無理がある。以下の3つの例はそれぞれファジィ理論から生じる不可思議な現象を扱っている。

例3 30代は青年と中年の「はざま」。

第3節でも取り上げた年齢に関連するファジィ集合を考えよう。条件 K_4 の下でのメンバシップ関数の概形を図6に示す。

この図中の で示した部分は「若いまたは中年」を表す $Y \cup M$ なるファジィ集合に対応している。直ちに判ることは30代の辺りに変な凹みができることである。これをどう説明するのであろうか。

図6 理解に苦しむ凹み

注意すべきことは、「30代は若いとも言えず、中年とも言えない面があるから、メンバシップ関数の値が下がる」などと早合点しないことである。上の説明は Y , M (より正しくは Y^c , M^c) のそれぞれが表す内容を一緒に述べたものであって、 $Y \cup M$ が表す概念と直接の縁はない。

むしろ、「若い」と「中年」とは概念的な重複があり、両者のメンバシップ関数を加えたとき、重複分(中年でも若い、若くても中年のような)である で示す量だけ1を越える、と考えた方が常識的であろう。

確率の見地からすれば は、 x に関係しない知識を固定したときの $Y \cap M$ であり、和事象に関する公式から

$$p_{Y \cup M}(x) = p_Y(x) + p_M(x) - p_{Y \cap M}(x)$$

を用いて、図中点線で示したような凹みのない関数が得られる。

この例の場合、限界和(bounded sum)と呼ばれるファジィ集合演算

$$A \oplus B = \max[1, \mu_A(x) + \mu_B(x)]$$

により、確率演算と同じ結果が得られることは承知している。しかし、「なぜ和集合演算に限界和を用いるか」に対する説明はたぶん聞けないであろう。「その方が都合が良い」などはもちろん論外である。

確率の立場に立っても、實際上、限界和と全く同じ計算をすることになる。しかし、「なぜ？」と聞かれたときに、上述の解釈の下に限界和計算をするのだ、と説明できる上、演算結果がどのような意味を持つのかも明確である。

例4 事故は決して起こり得ない。

ファジィ集合に『包含関係』を導入することは難しい。特に(5.3)による定義では概念上全く異質なものの同士に『包含関係』を与えてしまう恐れがある。

例えば、常に $\mu_A(x) > 0.5$ ならば、 $A \gg A^c$ であるから、 A は反対の意味を内在していることになり、常に $\mu_A(x) = 0.5$ ならば、 $A = A^c$ である。禅の世界にいたのでない限り、これらが一般に成立するとはとても考えられない。また、その危険性は以下の例で顕著に示される。

あるプラントに関して $A = \text{「(一定時間以内に)事故は起きない」}$ というある測定値 x に関するファジィ集合を考えよう。大規模システムというのは、大きな異常があっても、事故にはつながらないように設計されているから、通常 $\mu_A(x)$ はどんな x の値に対しても1に近く、当然常に $\mu_A(x) > 0.5$ である。従って、 A の補集合 $A^c = \text{「事故が起きる」}$ は A に含まれるから「事故は起きない」の一種であり、事故は決して起こり得ない。

定義(5.3)はむしろ『包含関係』と言わず、単にある半順序関係を与えたものとする方が格段にすっきりしている。しかし、「集合の拡張である」との主張を失うと同時に、ふたつのファジィ集合が等しいことを、ファジィらしさを失わずに、いかに定義するかが問題になる。何か(5.3)に代わる適

当な定義があるのだろうか。

一方、確率の立場に立てば、この種の困難は皆無である。確率測度 P は「集合が包含関係に関してなす束」から実数への準同型写像であり、定義の上での問題はない。(5.3)と対応する関係式として、首尾一貫性のひとつの現れである

$$A(x) \subset B(x) \Rightarrow p_A(x) \leq p_B(x)$$

が成立するが、その逆は一般には成り立たない。

図7はその事実を説明したもので、3つの x の値に対する A, B 両事象の相互関係を上部に示してある。包含関係にあるのは右のような場合で、中と左はそうではない。また、全ての x に対して常に $p_A(x) = p_B(x)$ であっても、一般には $A(x) \neq B(x)$ であることは言うまでもない。

図7 確率が小さくても必ずしも包含されない

例5 バスの経由地は？

あるバス停に男女二人連れがいて、隣の町まで行こうとしている。目的地までは経由地の異なる2系統のバス路線があり、どちらも利用できるが、あいにく、両路線のバスとも目の前でほぼ同時に出発してしまった。

この区間は二人とも良く利用しているので、この時間帯では何分(x 分)待てば M = 「海辺に行く系統のバスが来る」とか H = 「丘を越える系統のバスが来る」とかを知っており、ふたつのファジィ集合(図8)を共有している。さて、この二人は10分以内に

$$S = \text{「どちらかの系統のバスに乗れる」}$$

であろうか。

図8 バスが来る

素直な彼女は、「どちらかに乗れる」を

$$S = M \cup H$$

と思い、

$$\mu_S(x) = \max[\mu_M(x), \mu_H(x)]$$

から、

$$\mu_S(10) = \max[0.4, 0.8] = 0.8$$

と計算した。一方、海が好きな彼氏は、「海辺に行くバスに乗りたけれど、来なければ丘越えのバスでもいいや」と考えていたので、

$$S = M \cup (M^c \cap H)$$

と思い、

$$\mu_S(x) = \max[\mu_M(x), \min[\mu_{M^c}(x), \mu_H(x)]]$$

から、

$$\mu_S(10) = \max[0.4, \min[0.6, 0.8]] = 0.6$$

と異なる結果を得てしまった。しかも、彼氏の方では、「海辺に行くバスが来ない」に関するメンバーシップ関数値が結果的に採用されている。

すなわち、この例が示したのは、「日常語で頻用される場合分けが、ファジィ集合に関してはできない」ということで、首尾一貫性を欠くことによる欠陥のひとつである。

しかも、もともと丘越えのバスだけでも0.8だけ確信度があったのだから、もう1系統をも使える可能性があれば、それより増えるのは当然と思えるが、ファジィ集合演算では減ることすらあるものの増えることがない。このことは、包含関係

があるもの同士の演算をないものにも適用したことによる、一種の情報落ち(情報無視)の結果である。

確率に関しては、ふたつの事象は

$$\begin{aligned} M \cup (M^c \cap H) &= (M \cup M^c) \cap (M \cup H) \\ &= \Omega \cap (M \cup H) \\ &= M \cup H \end{aligned}$$

のように同一であるから、任意の x について結果が異なることはない。この例では、両事象が互いに独立であれば

$$p_s(10) = 0.4 + 0.8 - 0.4 \times 0.8 = 0.88$$

である。

もちろん、ファジィ集合演算の『代数和』を用いれば全く同じ結果が得られる。しかし、再び訊こう、「なぜ和集合演算ではなく、代数和なのか」と。

6. 補集合(否定)について

例5の首尾一貫性に深く関わる問題として、前節の始めに少し触れた補集合(否定)について議論しておこう。

Zadeh による(5.1)中の定義は、二重否定が元に戻ることに表裏一体の関係にあり、論理の拡張として自然である。また、確率法則とも正確に対応している。しかし、自然言語表現では必ずしも否定の否定が元に戻るとは限らないことと、補集合の定義に束上の演算としての必然性がないことから、(5.1)とは異なる定義が可能である。

著者はファジィ理論におけるこの方面での研究に詳しいわけではなく、いちいち論評するのも煩わしいので、ここではいくつかの自然言語における数種の「否定」を考え、それらに対応した確率概念を示すにとどめる。

まず、「否定」演算(N や N_x で表す)としては排除すべきものを挙げよう。

(1) 理由のない *ad hoc* な定義。例えば、

$$\begin{aligned} \mu_{N(A)}(x) &= 1 - \mu_A(x)^2, \\ \mu_{N(A)}(x) &= (1 - \mu_A(x))^{1/2}, \end{aligned}$$

など、対応する否定概念を持たない(従って、一般性を持たない)ものは演算結果の意味を不明にする。

(2) 否定をとることにより情報を大きくロスするもの。例えば、

$$\mu_{N(A)}(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } \mu_A(x) = 0, \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

のようなメンバシップ関数値が失われる定義は、特殊なケース以外、使えば使うだけ情報の面で損をする。

(3) 順序関係が正しく逆転されないもの。すなわち、

$$A \ll B \Leftrightarrow N(A) \gg N(B)$$

でないものは信念度・確実度の尺度としての意味を失わせる。

上記の3条件で排除されず、かつ、自然言語の文脈に現れそうな広義の否定を2群計4種だけ挙げ、それらの確率的取り扱いを示す。

まず、「起こり得る」「あり得る」状況かどうかを含んだ否定概念として、次の2種が考えられる。

- (1) $N_1(A|K) = \text{「}A\text{の否定の内、知識}K\text{と矛盾しないもの」}$
- (2) $N_2(A|K) = \text{「}A\text{の否定および知識}K\text{と両立しないもの全て」}$

これらは図9の で表されたように、事象として

$$\begin{aligned} N_1(A|K) &= A^c \cap K, \\ N_2(A|K) &= A^c \cup K^c = (A \cap K)^c \end{aligned}$$

のように表現できる。また、直ちに判るように、これらの二重否定は

$$\begin{aligned} N_1(N_1(A|K)|K) &= A \cap K \subset A, \\ N_2(N_2(A|K)|K) &= A \cup K^c \supset A \end{aligned}$$

である(図10)。

図9 知識に関連した広義の否定

図10 二重否定

次に、Shafer (1982) らの方法と深い関わりのあるふたつの定義を挙げよう。

(3) $N_3(A|\pi) = \text{「}A \text{ が偽であることは確実」}$

(4) $N_4(A|\pi) = \text{「}A \text{ が真であることは不確実」}$

これらは全事象 Ω (あるいは知識 K) の「場合分けによる細分化」(π で表す) に関して定まり、 $N_3(A|\pi)$ は図 11 の $\blacksquare$ に、 $N_4(A|\pi)$ は $\equiv$ 以外の部分にそれぞれ対応する。またこれらの事象の確率は、belief 関数 Bel を用いて、

$$p_{N_3(A|\pi)} = \text{Bel}(A^c), \quad p_{N_4(A|\pi)} = 1 - \text{Bel}(A)$$

で表すことができる。ここではこれ以上の詳しい説明はしないが、belief 関数は確率 $P(A)$ の上下限を与えるもので、ファジィ集合の考え方とは趣を異にする。なお、これらの二重否定は

$$\begin{aligned} N_3(N_3(A|\pi)|\pi) &= N_4(A^c|\pi) \supset A, \\ N_4(N_4(A|\pi)|\pi) &= N_3(A^c|\pi) \subset A \end{aligned}$$

である。

以上の4種以外にも多くの広義否定が考えられる。例えば、細分化の代わりに $A' \subset A \subset A''$ を満たす何等かの A', A'' を用いた強気・弱気否定(ただし、順序の逆転が正しく起きるよう A', A'' が選択されていること)や、いろいろな否定の組み合わせもまた可能であろう。しかし、排除条件をクリアし、かつ、対応する概念が明確なも

のであれば、確率の言葉でどのような否定も何とか扱えるのではないかと考えている。その理由は、第1に確率測度 P が集合束から実数束への準同型写像であるとの事実であり、第2に、ごく特殊なものを除き、明確な概念は集合によって表現可能であるとの著者の信念である。

図11 細分化に関係した否定

7. まとめと注意と展開

前節まで議論してきたことは

- (1) 確率の言葉を用いることにより、ファジィで扱える事柄は全てより明解、かつ、より柔軟に表現できる。
- (2) 確率法則に基づく演算を使えば、より常識に合った結果が得られる。

のようにまとめられる。これを言い替えて、

- (1) 「あいまい」概念は集合同士の関係として適切に表現できる。
- (2) 確率測度は、集合が包含関係に関してなす束から実数への準同型写像であり、採点に関する最適性がある。

としても良い。

本論文は、ファジィ集合が基礎概念としては不要であることを主張している。しかし、ファジィ理論の応用であるいわゆる「ファジィ工学」まで否定しているわけではない。

統計学をはじめとする応用確率分野の研究が、細かいところばかりに気を取られて、実際問題への「おおらかな」適用に不熱心であったことは明

らかである。「多少の不備はあっても、やらないよりはやった方が格段に良い」といった問題が山積していることもまた事実であろう。この点に関して、著者は「ファジィ工学」研究者に大いに敬意を表する。

また、第2節で述べたごとく、メンバシップ関数は、ある変数 x による確信度の変化を示した、数表あるいはグラフのようなものと考えられる。そのような補助道具は、正しい扱い方さえ知っていれば、非常に有用であり、しばしばその操作だけで必要な結果を得ることができる。

本論文が「ファジィ工学」に要求していることは、従って、

- (1) ファジィ集合表現の意味の明確化
- (2) ファジィ集合演算の各段階が確率演算のなんらかの近似になっていること

の2点である。

(1)については、意識しなくとも、設計時に暗黙理に行われていることと思われる。しかし、意味上の整理ができていないと、他の設計にも流用しようとして失敗する危険がある。

(2)についても、現実的には、確率演算の結果からあまり離れた結果がでないよう、人間の能力に頼った補正がされているはずである。ファジィ集合演算として、なぜ多数の演算が特に理由もなく定義されているのか、この観点から見れば良く判る。どの演算を選択すべきかは、人の直感のみに頼らず、集合間の関係や意味を考えて決定されるべきである。

確率の立場からの不確実性演算組み込みシステムの研究も最近盛んになってきている(例えば、Spiegelhalter, 1987)。しかし、MYCIN(Buchanan and Shortliffe, 1984), CASNET(Weiss et al., 1978)など、過去の「その場しのぎ的」な不確実性の取り扱いに対峙すべく、現存のシステムでは確率法則の厳密な適用を標榜しているため、非常に多数の精度の高い条件付確率値を要求している。これでは、とても「おおらかな」

適用は望めそうもない。

そこで著者らは、知識を同時分布で表すことを提案し、不完全知識下でもそう常識から外れない結論を引き出す確率演算方式を開発して(Niki, 1989)、その性質を調べている(笠井, 1991; Niki, Nakagawa and Kasai, 1991)。この方式は一種の様相論理であり、Nilsson(1986)の確率論理(probabilistic logic)の拡張にもなっている。ただし、Nilssonの方式が第4節で述べた意味で「非認容的」であるのに対し、著者らの方式は「認容的」である。

なお、以下の参考文献リストには、本論文では直接参照しなかったものが含まれている。特に、with discussion の表示があるものは一読を勧める。

参 考 文 献

- Buchanan, B. G. and Shortliffe, E. H. (1984) *Rule-based Expert Systems: the MYCIN Experiment of the Stanford Heuristic Programming Project*, Addison-Wesley.
- Cohen, P. R. (1985) *Heuristic Reasoning about Uncertainty: an Artificial Intelligence Approach*, Pitman, Boston.
- de Finetti, B. (1974 / 5) *Theory of Probability 1 and 2*, Wiley, New York.
- Edward, D. and Havráek, T. (1987) A fast model selection procedure for large families of models, *J. Amer. Statist. Assoc.*, **82**, 205-213.
- Gupta, M. M. (1983) Fuzzy set theory, *Encyclopedia of Statistical Science* (S. Kotz and N. L. Johnson, eds.), **3**, 264-270.
- Jain, P. and Agogino, A. M. (1990). Stochastic sensitivity analysis using fuzzy influence diagrams, *Uncertainty in Artificial Intelligence 4* (R. D. Shachter, T. S. Levitt, L. N. Kanal, J. F. Lemmer, eds.; North-Holland), 79-92.
- Kanal, L. N. and Lemmer, J. F., eds. (1986). *Uncertainty in Artificial Intelligence*, North-Holland.

- Kanal, L. N., Levitt, T. S. and Lemmer, J. F., eds. (1989). *Uncertainty in Artificial Intelligence* 3, North-Holland.
- 笠井則充(1991)エントロピー最大化原理に基づく確率推論, 九州大学総合理工学研究科情報システム学専攻修士論文.
- Kolmogorov, A. N. (1933) *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung*, Springer, Berlin.
- Kyburg, H. E., Jr. (1989). Higher order probabilities, *Uncertainty in Artificial Intelligence* 3 (L. N. Kanal, T. S. Levitt, J. F. Lemmer, eds. ; North-Holland), 15-22.
- Lemmer, J.F. and Kanal, L.N., eds. (1988). *Uncertainty in Artificial Intelligence* 2, North-Holland.
- Lauritzen, S. L. and Spiegelhalter, D.J. (1988) Local computations with probabilities on graphical structures and their application to expert systems. (with discussion) *J. Royal Statist. Soc., B*, **50**, 157-224.
- Lindley, D. V. (1982). Scoring rules and the inevitability of probability, (with discussion) *Internat. Statist. Review*, **50**, 1-26.
- Lindley, D. V. (1987) The probability approach to the treatment of uncertainty in artificial intelligence and expert systems (with discussion), *Statistical Science*, **2**, 17-24.
- 水本雅晴(1982)種々のファジィ前提をもつファジィ推論, 多値論理およびその応用, 数理解析研究所講究録 455, 176-190.
- 水本雅晴(1988)ファジィ理論とその応用, サイエンス社.
- Niki, N. (1989) Maximum entropy principle in probabilistic logic, *Proc. 3rd Japan-China Joint Conf. Statist.* (Y. Sunada, ed.), 283-287.
- Niki, N., Nakagawa, S. and Kasai, N. (1991) Maximum entropy entailment of probabilities (to appear).
- Nilsson, N. J. (1986). Probabilistic logic, *Artificial Intelligence*, **28**, 71-87.
- Press, S. J. (1989) *Bayesian Statistics*, Wiley, New York.
- Savage, L. J. (1954) *The Foundation of Statistics*, Wiley, London.
- Shachter, R. D., Levitt, T. S., Kanal, L. N. and Lemmer, J. F., eds. (1989). *Uncertainty in Artificial Intelligence* 4, North-Holland.
- Shafer, G. (1982) Belief functions and parametric models (with discussion), *J. Roy. Statist. Soc., B*, **44**, 322-352.
- Shafer, G. (1987) Probability judgement in artificial intelligence and expert systems (with discussion), *Statistical Science*, **2**, 3-16.
- Shenoy, P. P. and Shafer, G. (1990) Axioms for probability and belief-function propagation, *Uncertainty in Artificial Intelligence* 4 (R. D. Shachter, T. S. Levitt, L. N. Kanal, J. F. Lemmer, eds. ; North-Holland), 169-198.
- Spiegelhalter, D. J. (1986). A statistical view of uncertainty in expert systems, *Artificial Intelligence and Statistics* (W. Gale ed.), Addison-Wesley.
- Spiegelhalter, D. J. (1987) Probabilistic expert systems in medicine: practical issues in handling uncertainty (with discussion), *Statistical Science*, **2**, 25-30.
- 鈴木雪夫・国友直人(編) (1989) ベイズ統計学とその応用, 東大出版会.
- Weiss, S. M., Kulikowski, C. A., Amarel, S. and Safir, A. (1978) A model-based method for computer-aided decision-making, *Artificial Intelligence*, **11**, 145-172.
- Yen, J. (1990). A framework of fuzzy evidential reasoning, *Uncertainty in Artificial Intelligence* 4 (R. D. Shachter, T. S. Levitt, L. N. Kanal, J. F. Lemmer, eds. ; North-Holland), 227-239.
- Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets, *Inf. Control*, **8**, 338-353.
- Zadeh, L. A. (1968). Probability measures of fuzzy events, *J. Math. Anal. Appl.*, **23**, 421-427.
- Zadeh, L. A. (1972) A fuzzy-set-theoretic interpretation of linguistic hedges, *J. Cyber.*, **2**, 4-34.
- Zadeh, L. A. (1983) The role of fuzzy logic in the

management of uncertainty in expert systems. [問い合わせ先]
Fuzzy Set and Systems, 11, 199-228.

著 者 紹 介

仁木 直人(にき なおと)

九州大学 理学部 基礎情報学研究施設

1971年 東京大学工学部精密機械工学科卒業。同年 統計数理研究所(文部省)第四研究部研究員, '83年 同部第一研究室長, '85年 同所機構改革に伴い統計データ解析センター助教授(兼 データ解析室長), '87年 九州大学理学部助教授, 現在に至る。情報解析, 数式処理, 確率推論など広範な領域の研究に従事, 理学博士, 日本統計学会, 日本計算機統計学会, 応用数理学会, ソフトウェア科学会, IASC などの会員。