VSS 型ファジィ制御とそのロバスト性[†]

松永 信智* 川路 茂保*

ファジィ制御則は一般的に IF~THEN~の形式で表現されるが、このような言語制御則は制御領域をファジィ集合を用いてあいまい分割し、各領域ごとに対応したルールを切り換えることにより制御を行なっていると考えることができる。制御領域を分割し、そこでの制御則を決定する技法は可変構造システム(VSS)制御の基本概念そのものである。したがってファジィ制御系をVSS制御の一種としてとらえ、VSS制御の安定性とロバスト性に対する優れた結果の利活用をはかることが考えられる。

本論文では、最も基本的なVSSの構造をもつファジィコントローラの設計法に関する基礎的考察を行う。まずVSS制御の基本的手法であるスライディングモード制御について述べ、これと等価なファジィ制御則を示す。次に与えられた仕様を反映する準正定関数をもとに、ファジィルールが設定できることを示す。最後に得られたファジィ制御則の操作量平面を基にロバスト性の検証を行い、ロバスト性を広域で得るためには細かい言語分割が必要であることを示す。

キーワード：ファジィ制御，VSS制御，安定性，ロバスト性

1. はじめに

近年、直感や経験にもとづくルールベース型の制御手法としてファジィ制御^[1]が注目されている。ファジィ制御は本質的に非線形な制御手法であることが知られているが^[2]、非線形制御の解析・設計手法が明確にされてなく、その性能は現場での試行錯誤にかかっているのが現状である^[3]。

このようなファジィ制御の産業応用のほとんどは領域ごとのゲインスケジュール^[4]であるが、その使用に関しては従来制御に対して相反するものではなく用途に応じて使い分け協調していくことが必要である。そのためには、ファジィ制御が真に備えている特質を明確にし、ルール、メンバーシップ関数(MSF)の形状やパラメータ等の設定、調整法、安定性の解析を明らかにすることが必要である。

ファジィ制御則は一般的に

If x_1 is A_i and x_2 is B_i then y is C_i

の形式で表現される。ここで、 x_i は状態量、 y は操作量であり、 A_i 、 B_i は状態量を示すファジィ集合、 C_i は操作量を表すファジィ集合である。このような言語制御則は、制御領域をファジィ集合を用いてあいまい分割し、各領域ごとに対応したルールを切り換えることにより制御を行なっている。制御領域を分割し、そこでの制御則を決定する技法は可変構造システム(VSS)制御^[5]の基本概念そのものである。したがってファジィ制御系をVSS制御の一種としてとらえ^[6]、VSS制御の安定性とロバスト性に対する優れた結果の利活用をはかることが考えられる。

本論文では、最も基本的なVSSの構造をもつファジィ制御器によるファジィ制御系の設計法に関する基礎的考察を行う。まずVSS制御の基本的手法であるスライディングモード制御について述べ、これと等価なファジィ制御則を示す。次に与えられた仕様を反映する準正定関数をもとに、

[†] Fuzzy Control of VSS Type and Its Robustness
Nobutomo MATSUNAGA and Shigeyasu KAWAJI

* 熊本大学 工学部電気情報工学科
Department of Electrical Engineering and Computer Science, Kumamoto University

ファジィルールが設定できることを示す。最後に得られたファジィ制御則の操作量平面を基にロバスト性の検証を行い、ロバスト性を広域で得るためには細かい言語分割が必要であることを示す。

2. VSS 制御則と等価なファジィ制御則

よく知られているように、VSS 制御はパラメータ切り換え型のフィードバック制御系で、状態空間内に設定した切り換え超平面の両側で制御構造を切り換えることにより制御対象を切り換え超平面に拘束する方法である。このときパラメータ変動や外乱などのうち、入力で打ち消すことのできる未知の非線形特性に対して安定性・定常特性ともロバストである特徴をもつ。ここでは、最も簡単な VSS 制御則と等価なファジィ制御則が導出できることを示す。

2.1 VSS 制御則の構成

いま、制御対象の挙動や環境に関する情報である内部状態を x とするとき、最も基本的な VSS 制御則は

$$u = -W \cdot \text{sgn}(s) \quad (1)$$

で与えられる。ただし、 W は定数で $\text{sgn}(\cdot)$ は符号関数である。また変数 s は

$$s = f^T x \quad (2)$$

で定義され、 $s=0$ は切り換え超平面として内部状態の分割を与える。

VSS 制御の設計においては、希望する動特性を与える切り換え超平面 (2) を与えたのち

$$\begin{aligned} & \text{(i) } s \dot{s} < 0 \\ & \text{(ii) } s=0 \text{ 上で } x \rightarrow 0 \end{aligned} \quad (3)$$

の条件を満たすパラメータ組 $\{f^T, W\}$ を求めなければならない^[5]。この問題に対して様々な手法が提案されている。例えば文献^[7]では、制御対象が状態空間表現

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + bu \\ x &\in R^n, u \in R^1 \end{aligned} \quad (4)$$

で表される場合は、チープコントロール手法を用い、

$$f^T = \frac{1}{\varepsilon} b^T P \quad (5)$$

と定めている。ここで P は次のリッカチ方程式

$$PA + A^T P - \frac{1}{\varepsilon^2} P b b^T P + Q = 0 \quad (6)$$

の正定対称解である。また W は

$$f^T A x \ll f^T b W \quad (7)$$

が成立するように十分大きくとる。

ところで、(1)式で与えられる制御入力を用いて VSS 制御系を構成すると、現実には切り換え超平面の近傍でスイッチング遅れのためチャタリングが発生する。この場合、図 1 に示すような操作量が連続的に変化するバウンダリレイヤを導入することが有効である^[5]。このとき制御則は次式となる。ただし、 Φ はバウンダリレイヤの幅である。

図1 バウンダリレイヤ

$$u = \begin{cases} -W & , \Phi \leq s \\ -\frac{s}{\Phi} W & , -\Phi < s < \Phi \\ W & , s \leq -\Phi \end{cases} \quad (8)$$

2.2 ファジィ制御則の構成

次に、(8)式の制御器をファジィ制御器で実現することを考える。一般的に、ファジィ制御則は入力変数を s とすれば

$$u = F(s) \quad (9)$$

で記述される。ここで $F(\cdot)$ は非線形関数であり、ファジィ制御器の設計は非線形関数 $F(\cdot)$ を設計することになる。(8)式の VSS 制御則は、 $\Phi \leq s$ と $-\Phi \geq s$ の領域はクリスプな決定、 $-\Phi < s < \Phi$ の領域はあいまいな決定と解釈できる。したがって、図2に示す MSF と次のファジィルール

IF s is Positive then u is Negative

IF s is Negative then u is Positive

を用いると、Min-Max-重心法によって

$$u = \begin{cases} -W & , \Phi \leq s \leq \Phi_{\max} \\ -\frac{s}{\Phi} W & , -\Phi < s < \Phi \\ W & , -\Phi_{\max} \leq s \leq -\Phi \end{cases} \quad (10)$$

を得る。よって、このファジィ制御則は台集合領域 $[-\Phi_{\max}, \Phi_{\max}]$ においてバウンダリレイヤを持つ VSS 制御則(8)と等価となる。ここで条件部の MSF のパラメータ $\Phi_{\max}$ および結論部の MSF のパラメータ W によりスイッチングのなめらかさは規定されることに注意する。

3. ファジィ制御系の構成

前章において、切り換え超平面からの距離 s を用いたファジィ制御則がバウンダリレイヤを持つ VSS 制御則と等価であることを示した。しかし、次のような理由で扱いにくいという欠点がある。

- ・直接測定できない量 s を用いてファジィ演算を行うために、直感やノウハウなどをベースにルールを設定することは困難である

(a) 前件部 MSF

(b) 後件部 MSF

図2 ファジィ MSF

- ・スイッチングの滑らかさは主に条件部の MSF のパラメータにより規定され、ノウハウが最も蓄積しやすいルールの表現能力が貧弱である

そこで、偏差やその差分など直接測定可能な情報にもとづき演算することを考える。演算方法が固定されている場合でも MSF やルールなどの自由度があり、全てのパラメータを一度に調整することは一般に困難である。ここでは、ファジィ制御系の調整を次の2つの段階で実行することにする。

- step 1 標準的な MSF とルールを設定し、その制御性能を評価する
- step 2 MSF をチューニングすることによって希望の特性に近づける

以下、具体的に制御対象として次の微分方程式で関係づけられる DC サーボモータを考え、図3に示すようなファジィ制御系を考える。

$$M \ddot{\theta} = -D \dot{\theta} + Ku \quad (11)$$

図3 ファジィ制御系

ここで、パラメータ M , D , K はそれぞれ、モータの慣性、粘性、アンプ利得であり、それらのノミナル値は既知とする。

3.1 ルールの設定

制御対象の構造的性質やパラメータの概値が既知である場合は、リアプノフ関数をもとに安定性を保つルールを決定することができる^[8]。いま VSS 制御型のルールを生成するために次の準正定関数を考える。

$$V = (\dot{e} + \alpha e)^2 \quad (12)$$

ただし目標値 r 、位置 θ に対して $e = r - \theta$ 、 $\dot{e} = \dot{r} - \dot{\theta}$ である。 $\alpha > 0$ とすると、(12) 式の準正定関数は安定な切り換え超平面

$$s = \dot{e} + \alpha e = 0 \quad (13)$$

に対してリアプノフ関数になるので、 $\dot{V} < 0$ が成り立つならば閉ループ系の安定性は保証される。簡単な計算により

$$\beta = \frac{M}{K} \left(\alpha - \frac{D}{M} \right) \quad (14)$$

とおくとき、

$$\begin{cases} \beta \dot{e} < u, \quad \dot{e} > -\alpha e & (\text{領域 I}) \\ \beta \dot{e} > u, \quad \dot{e} < -\alpha e & (\text{領域 II}) \end{cases} \quad (15)$$

となれば $\dot{V} < 0$ となることがわかる。ここで、(15) 式において切り換え超平面の傾きを $\alpha > D/M$ が成立するように選ぶと $\beta > 0$ となり、図 4 に示す位相平面によってファジィルールが決定できる。例えば、標準的 MSF として図 5 に示すような全ての言語値で均一形状の MSF を用い、点 P での結論部の言語値は図より NS または NB となる。また、(12) 式の準正定関数が切り換え超平面(13)に対して凹型のポテンシャルになっていることから、(15) 式を満足するルールを設定することにより、スライディングモードの存在条件および到達条件は満たされる。

ここで、(15) 式の不等式条件を満足する安定なルールは複数組存在することに注意すると、これらのルール群の中から過渡応答の優れたものを、人間が経験に照らし合わせて最終的に選択できる。例えば各変数 $\{e, \dot{e}\}$ をそれぞれ 5 つの言語値(従って 25 個のルール)を使用すると、これらのルール群は表 1 のように分類される。ここで、

LV : 言語値の大きさによる切り換え超平面への拘束力

α : ゼロラインの傾き

の 2 つの特徴量により、各ルールを $\text{Rule}(LV, \alpha)$ と表わすことにする。

表 1 に示されるルールを用いて DC サーボモータ (120 W) の位置制御実験を行った。ファジィコントローラとして、高速のアナログタイプ(オムロン FZ-5000^[9])を用い、Min-Max-重心法で推

図4 位相平面

図5 標準型 MSF

論を行った。負荷としてロータイナーシャの1倍の負荷を駆動させた場合の実験結果を図6に示す。制御性能としてオーバシュートと整定時間に着目すると、図より Rule(B, *)が性能がよいことがわかる。つまり切り換え超平面への拘束を大きくする方がオーバシュートは小さく、整定時間は短くなる。しかし、負荷をロータイナーシャの5倍まで大きくすると、Rule(B, α 大)の場合は発振が起きる。従ってロータイナーシャの1倍~5倍の負荷を駆動する場合は、言語値が大きく、切り換え超平面の傾きが小さい Rule(B, α 小)がロバスト性は高いことがわかる。この実験では、全ての言語値で同じ幅を有する標準的なMSFを用いていることに注意する。よってMSFを調整することにより、性能をさらに向上させることが期待できる。

3.2 メンバシップ関数の設計

ファジィ制御では、演算法を固定してもルールとMSFの自由度がある。そこで、ルールは固定してMSFの調整により希望の動特性に近づけることを考える。VSS制御では希望する動特性は切り換え超平面として明確に設定できるが、ファジィ制御の場合は希望する動特性を大まかなルールとMSFを用いて設定しなければならない。いま、図

表1 ルールテーブル

		α		
		α 小	α 中	α 大
$\begin{matrix} > \\] \end{matrix}$	S			
	M			
	B			

7に示す特性を望ましい動特性とする。つまり、切り換え超平面へ拘束され、原点から離れた点では収束が速い動特性(傾き $-m_r$)原点近傍では収束が遅い動特性(傾き $-m_s$)とする。

図7の動特性をファジィルールとMSFで表現するために、まず(15)式を満たす特徴的なルールとして表2に示すVSS型のルールを採用することにする。このルールは、第2、第4象限に切り換え超平面が存在することを示しており、具体的な動特性を設定するためにはさらにMSFの設定を

図6 実験結果

行わなければならない。ここでは MSF のパラメータの調整に際して、条件部 MSF は一般によく用いられる三角型を、結論部 MSF は簡単なシングルトンタイプを採用する。

そこで、まず結論部 MSF のパラメータを調整する。表 2 のルールの場合、適合する結論部言語値は PB , ZR , NB だけである。したがって十分な拘束が実現できる値 W を用いて、シングルトン形の MSF の言語値は $PB = W$, $NB = -W$ とすればよい。

図7 切り換え超平面の仕様

表2 VSS 型ファジィルール

	e				
	NB	NS	ZR	PS	PB
e-dot	PB	ZR	PB	PB	PB
	PS	NB	ZR	PB	PB
	ZR	NB	NB	ZR	PB
	NS	NB	NB	NB	ZR
	NB	NB	NB	NB	ZR

また入力変数 $\{e, \dot{e}\}$ を条件部の適合値の和が常に 1 であるような三角型 MSF を用い、各々 5 つの言語値 $\{PB, PS, ZR, NS, NB\}$ で表現するものとする。応答の整定部分では原点近傍の領域

$$\{e, \dot{e}\} = \{ZR, PS\}, \{PS, ZR\}, \{ZR, NS\}, \{NS, ZR\}, \{ZR, ZR\}$$

を用いることから原点近傍の挙動は $\{NS, ZR$,

$PS\}$ の MSF、それ以外は $\{PB, NB\}$ の MSF より決定される。従って、図 8 に示す前件部 MSF の各パラメータ $\{L_e, L_{\dot{e}}, m_e, m_{\dot{e}}\}$ のうち、偏差に関する MSF パラメータ $\{L_e, m_e\}$ が与えられるとき、偏差の差分に関するパラメータ $\{L_{\dot{e}}, m_{\dot{e}}\}$ は次のように求めることができる。

$$L_{\dot{e}} = m_r \cdot L_e - (m_r - m_s) \frac{L_e}{m_e} \quad (16)$$

$$m_{\dot{e}} = \frac{m_e \cdot L_{\dot{e}}}{L_e \cdot m_s} \quad (17)$$

これから、図 9 の MSF が求まる。

図8 メンバシップ関数のパラメータ

(a) 前件部 MSF

(b) 後件部

図9 メンバシップ関数(5言語値)

4. VSS 型ファジィ制御系のロバスト性

ファジィ制御則は代表点間を内挿的に補間することにより操作量をスムージングしていると解釈できるので、切り換え超平面へ完全な拘束を行うのは困難であり、VSS 型ファジィ制御系のロバス

ト性は実際の VSS 制御に比して劣化する。

そこで、切り換え超平面の仕様を $m_r=10$, $m_s=5$ としたとき、表 2 に示した 25 ルールを用いた位置制御のシミュレーションを行った。ただし、DC サーボモータのパラメータは $M=1.0$, $D=0.1$, $K=2$ とした。そのシミュレーション結果を図 10 に示す。

図10 ファジィ制御系の位相平面図(5言語値)

図より、状態は整定時にのみ設定した切り換え超平面に拘束されているにすぎない。したがってファジィ制御は $\{e, \dot{e}\}$ に対しておおまかな 5 つの言語値で各状態を表現する場合、十分な拘束が困難であることがわかる。これは変数を $\{e, \dot{e}\}$ とする場合に、MSF を広くとった領域(あいまいさが大きな領域)でバウンダリレイヤの領域が広くなるためである。

次に、 $\{e, \dot{e}\}$ を 7 つの言語値 $\{PB, PM, PS, ZR, NS, NM, NB\}$ で表現し、それぞれのメンバシップ関数を図 11 のように、またファジィルールは表 3 に示す 49 ルールとすると図 12 が得られる。図より、言語値を細かくとることにより拘束力は増加していることがわかる。

図 13 は、それぞれのルールとメンバシップ関数を用いた場合の操作量平面である。図から、5 つの言語値を用いる場合はバウンダリレイヤの領域が広がっており、7 言語値を用いる場合は狭くなっていることがわかる。

VSS 制御のロバスト性は切り換え超平面に拘束されているときのみに保証される。また全領域

(a) 前件部 MSF

(b) 後件部 MSF

図11 MSF(7言語値)

表3 ファジィルール(7言語値)

	e						
	NB	NM	NS	ZR	PS	PM	PB
PB	ZR	PB	PB	PB	PB	PB	PB
PM	NB	ZR	PB	PB	PB	PB	PB
PS	NB	NB	ZR	PB	PB	PB	PB
ZR	NB	NB	NB	ZR	PB	PB	PB
NS	NB	NB	NB	NB	ZR	PB	PB
NM	NB	NB	NB	NB	NB	ZR	PB
NB	NB	NB	NB	NB	NB	NB	ZR

図12 ファジィ制御系の位相平面図(7言語値)

でロバスト性を保証し精度を確保するためにはバウンダリレイヤの幅はなるべく狭くとらなければならないことから、全領域で VSS の意味でのロバスト性を確保するためにはファジィ制御における言語分割は細かいことが望ましいことがわかる。実際の例では、ロバスト性は整定領域で要求される場合が多いため、図 14(a) に示すように整定時

(位置および速度の小さい領域)での分割を細かくする必要がある。また、プラントなどの立ち上げ等において位置および速度をある一定関係で保つ必要がある場合は図 14(b)に示すように過渡状態での分割を細かくする必要がある。

5. まとめ

本論文では VSS 制御の考えにもとづき、閉ループ系の安定性を保証するファジィルールの設計法に関する基礎的考察を行った。まず VSS 制御の基本的手法であるスライディングモード制御とバウンダリレイヤについて述べ、準正定関数をもとにファジィルールが設計できることを示した。次に得られたファジィ制御則のロバスト性の検証を行った。

その結果、VSS 制御型ファジィ制御では

- ・希望する動特性が切り換え超平面として明確に与えられず、ルールと MSF というあいまいな表現で与えられる
- ・ファジィの内挿性から操作量が自動的にスムージングされる

なる特徴があることから制御系設計には注意を要し、またロバスト性を得るためには制御量の言語表現のあいまいさは極力少なくしなければならないことが明らかになった。実際的なファジィ制御応用問題では、領域ごとにユーザーのロバスト性の仕様がはっきりしているか否かを見きわめ、ロバスト性が必要な部分で言語値を細かくすればよいと言える。

(a) 5言語値

(b) 7言語値

図13 操作量平面

(a) 整定時にロバスト性が要求される場合

(b) 立ち上がり時にロバスト性が要求される場合

図14 ロバスト性を向上させる制御領域分割

参 考 文 献

- [1]菅野：ファジィ制御，日刊工業新聞社（1988）
- [2]川路：ファジィ制御，システム情報制御学会 チュートリアル講座'90，pp.1-23（1991）
- [3]堤，吉田，石田：ファジィ制御系のパラメータ調整に関する考察，電気学会システム制御研究会，SC-89-18，pp.11-20（1989）
- [4]張，荒木：ファジィ制御系の数理的解析と産業応用の可能性について，計測自動制御学論，Vol. 26, No.11，pp.1267-1274（1990）
- [5]V.I.Utkin：“Variable Structure Systems with Sliding Modes” IEEE Trans. Automatic Control, AC-22, pp.212-222（1977）
- [6]川路：ファジィ制御とVSS制御，電気学会雑誌，110，pp.45-52（1990）
- [7]T.Shotsuki, S.Kawaji：“Design and implementation of VSS controller on personal computers” Proc. of KACC, pp.848-851（1988）
- [8]S.Kawaji, N.Matsunaga：“Generation of Fuzzy Rules for Servomotor”，Proc. of IEEE Int. Workshop on Intelligent Motion Control, Istanbul, pp.77-82（1990）
- [9]石田：ファジィコントローラ，実用期に入ったファジィ制御 機械学会講習会，pp.5-12（1989）
- [10]川路，松永，前田：ファジィ制御系の設計に関する一考察，第19回制御理論シンポジウム，pp. 313-318（1990）
- [11]S.Kawaji, N.Matsunaga：Fuzzy Controller of VSS Type and its Robustness, Proc. of '91 IFSA World Congress, Brussels, pp.81-84（1991）
- [12]S.Kawaji, T.Maeda, N.Matsunaga：Design of Fuzzy Control System Based on PD Control Scheme, Proc. of '91 IFSA World Congress, Brussels, pp.77-80（1991）

(1992年1月10日 受付)

(1992年5月7日 再受付)

[問い合わせ先]

〒860 熊本市黒髪2-39-1

熊本大学 工学部 電気情報工学科

川路 茂保

☎：096-344-2111(内)3631

FAX：096-345-1553

E-mail：kawaji@eecs.kumamoto-u.ac.jp

著 者 紹 介

松永 信智（まつなが のぶとも）

熊本大学 大学院自然科学研究科

昭和60年3月熊本大学工学部電気工学科卒業。昭和62年3月同大学大学院工学研究科修士課程(電子工学専攻)修了。同年4月オムロン株式会社入社。平成2年4月熊本大学大学院自然科学研究科入学、現在に至る。主として現代制御理論をベースとした知識制御系の設計とメカニカルシステムへの適用に関する研究に従事。計測自動制御学会、電気学会会員。

川路 茂保（かわじ しげやす）

熊本大学 工学部電気情報工学科

昭和44年3月熊本大学大学院工学研究科修士課程(電気工学専攻)修了。同年4月熊本大学工学部電気工学科助手、助教授を経て、昭和63年電気情報工学科教授となり現在に至る。この間、昭和50年～51年日本学術振興会流動研究員。東京工業大学工学博士。主に現代制御理論をベースとする制御系設計法、ファジィ・ニューラルネットなど知識型制御系の構築およびメカニカルシステムへの応用に関する研究に従事。著書「メカニカルシステム制御」(共著、オーム社)、「オブザーバ」(共著、コロナ社)その他。日本ファジィ学会、計測自動制御学会、システム情報学会、日本ロボット学会、電気学会、IEEE 会員。