特集 ファジィ・ニューラルネットワーク

ニューロ的手法によるファジィルールの調整[†]

市橋 秀友*

1. はじめに

「はじめちよろちよろ、中パッパ、赤子泣いても蓋とるな。」これはご飯炊きのエキスパートの知識を言語表現したものである。現在の人工知能にこれがご飯の炊き方のコツであることが理解できているのだろうか。それがファジィでならできると言え、錬金術師のそしりをまぬがれない。しかし、ファジィ理論の言語変数(大きい, 小さいなどの言葉をメンバシップ関数で表現したもの)[1]やファジィ推論を用いて、火加減を図的にあるいは関数として表現しなおすことは容易にできる。言語表現や経験則をうまく関数表現できる特徴を生かしたのが、ファジィ制御[2,3]であり、Mamdani に始まる先駆的研究者達の一つの発見であった[4]。

このことによって従来人手に頼っていた制御が自動化できたのであるが、制御器の調整は依然として人手に頼ることになる。これを自動化しようとするのが、本稿で述べるニューロ的手法によるファジィルールの調整である。ニューロ的手法とは、最急降下法などの勾配法であり、探索的に勾配方向を求めるパターン探索法もその範囲に含める。ランダムな方法にはふれない。メタルールによって調整を行う自己組織化的手法[5,6]やスーパーバイザーの教示を理解して学習する方法[7]は

ファジィのオーソドックスなアプローチであるのでニューロ的手法と区別して、ここではふれない。それぞれの文献を参照頂きたい。また本特集や本誌の解説[8]には、ニューラルネットとの様々な融合手法が、それぞれの専門家によって解説されている。そこで本稿では、簡略化したファジィ推論の数式モデルに最急降下法を適用する方法について、筆者のグループで現在取り組んでいる研究を紹介させていただく。

ニューラルネットがファジィ学会に侵食してきて、Zadeh の言語変数や言語モデリングはいったいどうなってしまったのだという反省もあるが、言語変数の優れた利点が無視されているわけではなく、**ファジィ集合内にとじこめて学習を行うニューロ的手法(最急降下法)**の中に生かされている[9]。

本稿で用いるファジィ推論は、Mamdani の推論法をさらに簡略化したものである。このような簡略化は文献[6]で始められている。「オッカムの剃刀 (Occam's razor)」といわれる原則がある。辞書によるとこれは law of parsimony の意味であり、無用な複雑化を避け、最も簡潔な理論を採るべきだという 14 世紀の英国の哲学者オッカムの提唱した原則であると書かれている。無用な複雑さを剃刀で剃り落とすというのがもともとの意味である。筆者は、床屋の剃刀の刃が片方にしかついていないという意味ではないかと誤解していた。つまり、刃を両側につけておくと、1 本の剃刀で何度も髭を剃ることができるので、これは改善案である。しかし、現実には理髪師が指を切りそう

[†] Tuning Fuzzy Rules by Neuro-Like Approach

* Hidetomo ICHIHASHI

大阪府立大学 工学部

College of Engineering, University of Osaka Prefecture

になって使いにくいので、刃は片方だけになっているというような意味だろうと想像していた。これは勝手な解釈であったが、このような意味合いも含めて「オッカムの剃刀」の原則を引用しておく。非線形モデルの同定問題などでは、未知パラメータ数が少ない方が良いという意味でこの原則が引用されることもある。

2. 簡略ファジィ推論によるモデリング

「はじめちよろちよろ・・・」を If-then 形式のファジィルールで記述するには、メンバシップ関数を図1の $\mu_1, \dots, \mu_8$ のように用意して、

If t is μ_1 , then y is 0.

If t is μ_2 , then y is 25.

If t is μ_3 , then y is 20.

⋮

⋮

⋮

とする。ただし t は時間で y は火加減(釜の温度)である。 μ_k はファジィ集合のラベルであるが、 k 番目のメンバシップ関数でもあるとする。ルール結論部の数値(図1の○印)は μ_k の底辺の中心 a_k における火加減 y の値を指定している。ファジィ推論の数式モデル(ファジィモデル)を釣鐘型メンバシップ関数を用いて、

$$y(t) = \sum_{k=1}^K \mu_k(t) \cdot w_k \quad (1)$$

$$\mu_k(t) = \exp\left(-\frac{(t-a_k)^2}{b_k}\right) \quad (2)$$

とする*1。 $K=8$ であり、未知数は8個の w_k である。その値を

$$w_1 = \frac{0}{\sum_{k=1}^8 \mu_k(0)} \quad (3)$$

$$w_2 = \frac{25}{\sum_{k=1}^8 \mu_k(5)} \quad (4)$$

⋮

⋮

⋮

と定める。これらを(1)式に代入すると火加減 $y(t)$ は図1の曲線①のようになる。このようにして、エキスパートの知識を関数におきかえることができ、 w_k, a_k, b_k の値を微調整することによってさらに良い炊き加減にすることができる。図1に示すように曲線①を定めるのに w_k が大きな役割を果たしている。

(2)式の釣鐘型メンバシップ関数を三角型(屋根型)にして、となりのメンバシップ関数と丁度0.5のところで交わるように並べておくと(3),(4)式の分母は1となるので w_k の値はファジィルールの結論部の値と等しくなる。以上のファジィルールやその数式モデルには次のような特徴がある。

- 1) ファジィルールの結論部(図1の○印)はファジィ集合でなく普通の実数値である。
- 2) ルールをファジィ集合 μ_k と結論部の値 $y(a_k)$ とで表しているのだから分かりやすい。
- 3) 総合推論結果である(1)式は、規準化されていない。(通常ファジィ推論では重心計算と呼ばれ $\sum \mu_k$ で割って規準化される。)

このようにファジィ推論を定式化すると、簡潔で分かりやすく、かつ色々な応用が考えられる。次節以降、このようなファジィ推論の数式モデルの

図1 ファジィルールで表したご飯の炊き加減

脚注*1: (1)式と(2)式による非線形関数の表現法は Radial Basis Functions[10-12]の一つであり、最近これを3層のニューラルネットワークに見立てて勾配法(学習)を適用することがニューラルネットワークの研究として盛んに行われている。また三角型メンバシップ関数を用いる場合[14,15]は、スプライン関数[13](B-スプライン)にも同種のものがある。これらをファジィなルールと見立てているのがファジィ制御であり、シンボリックなAIとコンピュータシオナルなニューラルネットワークをつなぐものがニューロ・ファジィではないだろうか。

種々の応用について述べるが、その多くの場合に、まずエキスパートの知識を上記のようにして数式化し、それを初期値として自動調整(学習)することができる。ファジィルールの**パラメータの初期値が適当であるので、より確実な学習の収束が期待できる。**

上記のファジィ推論は Zadeh の max・min 合成も用いられていないし、重心計算も簡略化されている。したがって正しいファジィ推論ではないようにも思われるが、次節以降で述べる応用は、このような簡略化によって可能になっている。

3. ニューロ・ファジィ最適制御

本節では、評価関数を最小化する、制御対象の軌道と制御をファジィルールの自動調整によって求める問題について述べる。

3.1 パターン探索法による最適化[16]

この方法では、実機を用いて各試行毎の制御結果を評価関数によって評価しながらファジィルールのパラメータを自動調整する。Hook & Jeeves のパターン探索法[17]を用いる。探索移動で現在のパラメータの値の近くの目的関数の値を調べて、その減少方向を見つけ、パターン移動でその方向に移動するという手続きを反復する。

今、同定するパラメータを n 次元ベクトル w とする。 $e_i (i=1, \dots, n)$ は第 i 要素が 1 である単位ベクトルである。 $w_i^j (i=1, 2, \dots, n)$ はベクトルであり、 j 巡目の探索で、ベクトルの i 番目の要素に着目していることを表す。それぞれの要素の探索移動の大きさ α_i が与えられているものとする。 $\alpha_i > 0 (i=1, 2, \dots, n)$ である。評価関数 J を設定する。現在の点を w_b^j としこれを基点と呼ぶ。

1) 探索移動: $w_1^j = w_b^j$ とし、点 w_1^j より $i=1, \dots, n$ に対して次の手続きを行う。

$$J(w_i^j + \alpha_i^j e_i) < J(w_i^j)$$

ならば、探索移動は成功で

$$w_{i+1}^j = w_i^j + \alpha_i^j e_i$$

とする。そうでないときは、 α_i^j を $-\alpha_i^j$ におきかえて同じ手続きを行う。両方とも失敗ならば $w_{i+1}^j = w_i^j$ とする。

全ての方向への探索が失敗したときは、 $\alpha_i^j (i=1, 2, \dots, n)$ の絶対値を小さくして探索移動を反復する。

$$\max |\alpha_i^j| \leq \varepsilon$$

となれば停止する。

移動が成功したときは、 $w_b^{j+1} = w_{n+1}^j$ とおく。 $(w_{n+1}^j$ とは、便宜上、 n 番目の要素の探索が終わった状態を意味する。)

2) パターン移動: 基点 w_b^{j+1} から w_b^j と w_b^{j+1} を結ぶ方向に同じ距離だけ移動した点を $w_{p,1}^{j+1}$ とする。

$$w_{p,1}^{j+1} = w_b^{j+1} + (w_b^{j+1} - w_b^j)$$

a) $J(w_{p,1}^{j+1}) > J(w_b^{j+1})$ ならばパターン移動は失敗で、 j を $j+1$ におきかえて、探索移動に戻る。

b) $J(w_{p,1}^{j+1}) < J(w_b^{j+1})$ ならばパターン移動は成功で、

$$w_{p,2}^{j+1} = w_{p,1}^{j+1} + (w_{p,1}^{j+1} - w_b^{j+1})$$

となる点 $w_{p,2}^{j+1}$ をとる。

c) i) $J(w_{p,n}^{j+1}) < J(w_{p,n-1}^{j+1})$ ($n \geq 2$) ならば、パターン移動は成功で、

$$w_{p,n+1}^{j+1} = w_{p,n}^{j+1} + (w_{p,n}^{j+1} - w_{p,n-1}^{j+1})$$

となる点 $w_{p,n+1}^{j+1}$ をとる。 n を $n+1$ として c) に行く。

$$\text{ii) } J(w_{p,n}^{j+1}) \geq J(w_{p,n-1}^{j+1}) \quad (n \geq 2)$$

ならば、パターン移動は失敗で、

$$w_b^{j+2} = w_{p,n-1}^{j+1}$$

とおき、 j を $j+2$ として探索移動に戻る。

この方法では未知パラメータが多いと学習回数が非常に多くなるのでルール数を少なくしてかつ (1) 式の $w_k (k=1, \dots, K)$ のみを上の手順の w の要素として学習する。メンバシップ関数には簡単な三角型や二次関数型[16]が有効である。パター

ン探索法は降下方向を探索的に求める方法であるので、最急降下法が使えない問題に用いる。ファジィルールを用いる利点はエキスパートの経験的知識を反映させてパターン探索の初期値 w_k を決定できることである。

荷揺れをできるだけ防ぐ事を目的として、コンテナクレーンの操作量の時間関数を

$$T_i(t) = \sum \mu_{ik}(t) \cdot w_{ik} \quad (i=1,2)$$

と表して、そのパラメータ w_k をパターン探索によって求めた。この操作関数は時間の入力を受けトルク T_1 と巻き上げトルク T_2 を出力する。図2にコンテナクレーンの軌跡を示す。

図2 コンテナクレーンの軌跡

θ_1, θ_2 はそれぞれ、トロリ横行用ドラムと巻き上げドラムの回転角を表し、 ϕ はロープの振れ角でその速度と加速度を ϕ', ϕ'' とする。トルク T_1, T_2 , 角速度 θ_1', θ_2' にはそれぞれ大きさに制限がある。横方向の最大速度などから BC 間にかかる時間を 10 秒とし、評価関数を次のように設定する。

$$J = \int_0^{10} \{c_1 \phi^2 + c_2 \phi'^2 + c_3 H(|\theta_1'| - 173.6) + c_4 H(|\theta_2'| - 82.0)\} dt + (x_{10} - x_f) Q (x_{10} - x_f)$$

ここで $H(\cdot)$ はステップ関数で最大速度超過に対するペナルティを表す。 $x = [\theta_1, \theta_2, \phi, \theta_1', \theta_2', \phi']$ は状態変数ベクトルで、 x_f は C 点における目標終端状態である。 x_{10} は 10 秒後での状態の観測値を表す。 c_1, c_2, c_3, c_4 と行列 Q は正の重みである。

約 500 回の学習によって振れを抑えた運搬が達

成できたが、E 点での微少なずれにより F 点にうまく停止しなかった。E F 間の運動は線形の簡単なモデルで表現できることから、E F 間のみはフィードバック制御を平行して行うこととした。図2はそのシミュレーション結果である。縦線は 0.6 秒ごとのロープの軌跡である。

3.2 変分問題の直接解法による最適化[18]

最適制御問題は、状態方程式や境界条件を満たす状態量 $x(t)$ と操作量 $u(t)$ のなかで、評価関数 J を最小とするものを求めることとして定式化される。

まず、簡単な線形システムの最適制御問題を考える。境界条件 $x(0) = x_0, x(t^T) = 0$ と微分方程式

$$\frac{dx(t)}{dt} + c_0 x(t) = u(t)$$

を満足する関数 $x(t)$ と $u(t)$ のなかで

$$J = \int_0^{t^T} \{x^2(t) + u^2(t)\} dt$$

を最小にする解を求める。 t^T は終端での時間である。この最適制御問題は、システムが線形で、評価関数が二次形式のいわゆる LQ 問題であるために、理論解は既知である。

$$x(t) = \sum_{k=1}^K \mu_k(t) w_k \quad (5)$$

とし、評価関数

$$J = \int_0^{t^T} \{x^2(t) + (x'(t) + c_0 x(t))^2\} dt + c_1 (x(0) - x_0)^2 + c_2 x^2(t^T)$$

を最小化する関数 $x(t)$ を求める変分問題として定式化する。ただし、 c_1, c_2 はそれぞれ初期条件と終端条件に対する正のペナルティ係数である。(5)式と(2)式より $x(t)$ の微分は

$$x'(t) = \sum_{k=1}^K \left(-\frac{2(t-a_k)}{b_k} \right) \mu_k(t) w_k$$

となる。学習則は

$$w_{mk}^{new} = w_{mk}^{old} - \tau \frac{\partial J}{\partial w_{mk}}$$

$$a_{mk}^{new} = a_{mk}^{old} - \tau \frac{\partial J}{\partial a_{mk}}$$

$$b_{mk}^{new} = b_{mk}^{old} - \tau \frac{\partial J}{\partial b_{mk}}$$

となる。 τ は正の学習係数である。 $c_0=1$, $x_0=10$, $t^T=4$, $K=10$, $c_1=100$, $c_2=100$ として学習を行った。評価関数の計算にはシンプソンの数値積分公式を用いた。結果を図3の破線で示しているが、実線で示した理論解($c_0=1$, $x_0=10$, $t^T=4$)と重なっている。また、このときの操作量 $u(t)$ は $u(t)=x'(t)+c_0x(t)$ より計算できる。

LQ問題の近似解が得られたので、次に非線形最適制御問題に適用する。人間の腕の運動など、生体の基本的な運動パターンには滑らかさがあることが知られている。マニピュレータの滑らかな運動は不要な印加力を避け、摩耗、破損、振動などを軽減する効果も期待できる^{*2}。

図3 一次系の近似的な最適軌道

図4 平面2リンクマニピュレータ

図4の平面2リンクマニピュレータのトルク変化最小基準に基づく軌道と入力トルクの時間関数を求めた。評価関数を

$$J = \int_0^{t^T} \{c_1(T_1'(t))^2 + c_2(T_2'(t))^2\} dt \\ + c_3\{q_1^0 - q_1(0)\}^2 + c_4\{q_1^T - q_1(t^T)\}^2 \\ + c_5\{q_2^0 - q_2(0)\}^2 + c_6\{q_2^T - q_2(t^T)\}^2 \\ + c_7\{q_1'(0)\}^2 + c_8\{q_2'(0)\}^2 + c_9\{q_1'(t^T)\}^2 \\ + c_{10}\{q_2'(t^T)\}^2 + c_{11}\{q_1''(0)\}^2 \\ + c_{12}\{q_2''(0)\}^2 + c_{13}\{q_1''(t^T)\}^2 \\ + c_{14}\{q_2''(t^T)\}^2$$

とする。 q_i^0 は第*i*関節角の初期値、 q_i^T はその最終値である。トルク T_i の時間微分には運動方程式を代入する。学習結果を図5に示す。図中の数字は学習回数である。

図5 学習結果(第2関節のみ示している)

脚注^{*2}: 宇野ら[19]は神経回路網モデルの枠組みの中で人の腕のダイナミクスを考慮したトルク変化最小基準を提案している。この基準は、実際の人間の腕の運動結果と非常によく一致していることが示されている。また、広義ニュートン法とシューティング法を用いる軌道計算方法が提案されている。

4. ニューロ・ファジィ有限要素法[19]

有限要素法は領域を三角形の有限要素にメッシュ分割して各々に線形関数(または多項式)を当てはめた区分的な連続関数で偏微分方程式の解を近似しようとするものである。有限要素はクリスプな領域(集合)であるが、これをファジィ集合にしたのがニューロ・ファジィ有限要素法[20,21]である。そして近似解を求めるために学習する。簡単のために常微分方程式の重みつき残差法、選点法による近似解法を説明する。メンバシップ関数にガウス基底を用いる。ファジィモデルは(1)式で表す。微分の階数を j ($0 \leq j \leq r$) とし、 r 階微分方程式をファジィモデル y によって次式のように表す。

$$\sum_{j=0}^r B_j(t) \frac{\partial^j}{\partial t^j} y(t) = f(t) \quad (6)$$

また、境界条件は

$$\sum_{j=0}^r C_j(t) \frac{\partial^j}{\partial t^j} y(t) = g(t) \quad (7)$$

とし両辺の値ができるだけ等しくなるようにファジィモデルのパラメータを決定する。ただし、 B_j は微分方程式における各項の係数、 C_j は境界条件式における各項の係数、そして、 f は微分方程式における右辺、 g は境界条件の右辺である。メンバシップ関数は、すべて(2)式と同様であるので、(6)、(7)式の左辺は $\mu_k(t)$ の1~ r 階微分を事前に用意しておけば計算機プログラムが作成できる。そこで(6)式における両辺の差を $R_0(t)$ 、(7)式における両辺の差を $R_1(t)$ とする。複数の選点 t における残差 $R_0(t)$ および $R_1(t)$ の自乗和を評価関数 J として、この値の減少方向にパラメータを変化させる最小化問題として定式化する。 $R_0(t)$ 、 $R_1(t)$ 、 $J(t)$ は次式のように表される。

$$R_0(t) = F_0(t) - f(t)$$

$$R_1(t) = G_0(t) - g(t)$$

$$J(t) = \{R_0(t)\}^2 + \gamma \cdot \{R_1(t)\}^2$$

ただし、 F_0 、 G_0 は各々(6)、(7)式の左辺を表し、

γ は境界値の誤差と微分方程式の誤差のバランスをとるために用いる定数(ペナルティ)である。次の常微分方程式の近似解を求めた。

$$\frac{d^4 y}{dx^4} + y = 0 \quad (x \in [0, \sqrt{2}\pi])$$

$$\text{境界条件} \begin{cases} y(0) = y'(0) = y(\sqrt{2}\pi) = 0 \\ y'(\sqrt{2}\pi) = -1 \end{cases}$$

共役勾配法(Fletcher-Reeves)[17]による学習結果を図6に示す。実線①-④は学習後のメンバシップ関数、○は4個のデータ点における理論解と境界での値、近似解 y 、その1階微分 y' 、および4階微分 y'''' を示している。

最速降下線問題は、1696年にベルヌーイによって提出されたもので、変分法の起源となるものである[22]。定点 O にある一つの質点が、重力のみによって、 O と同一の垂直面上のある経路に沿って、この面上の他の定点 A まで落下するとき、 O から A に達するまでの時間が最小となるような経路の関数形を定める問題である。点 A の座標を (a, b) とする。 $y(x)$ を経路を表す関数とする。質点は点 O では静止していて、高さ y まで落下したとする。経路時間を最小にするには、目的関数

$$J(y(x)) = \int_0^a \frac{1 + (y')^2}{y} dx$$

を最小にするような関数 $y(x)$ を求めれば良い問題である。したがって、変分法より、オイラーの微分方程式

$$y(1 + y'^2) = C \quad (8)$$

図6 常微分方程式の近似解

を解けば最速降下線が求まる。ただし、 C は積分定数である。理論解は、サイクロイド曲線であるが、 C は未知数であるためにうまく解く必要がある。また特殊な付帯条件が付加されると、一般には理論解が求まらない。ここでは、(8)式の近似解を媒介変数を用いたファジィモデルで求める。

$$x(z) = \sum_{k=1}^K \mu_k(z) \cdot w_{1k}$$

$$y(z) = \sum_{k=1}^K \mu_k(z) \cdot w_{2k}$$

とする。媒介変数 z を用いるのは、一価関数としては求められない場合のためであるが、近似関数が媒介変数を用いた複雑な関数になる場合もうまく収束することを示すことも目的である。そして、(8)式を満たす近似関数 y と x の未知パラメータ w_{ik} , a_{ik} , b_{ik} を求める問題とする。境界条件も同様に、初期条件の近似を $x(0)$, $y(0)$, 終端条件の近似を $x(10)$, $y(10)$, z は整数値で、 $0 \leq z \leq 15$ とし、点 B, C, D, E を補間するように付帯条件を加えた。結果を図 7 に示す。点 O から点 A までの途中の○印は理論解を示している。

図 7 点 B, C, D, E を滑らかに補間する最速降下線問題の近似解

5. ニューロ・ファジィCT[23]

逆問題(inverse problem)[24,25]は、システム同定、ロボット制御、パターン認識、医療診断などの多くの分野に存在する。なかでもCT(Computed Tomography, 計算機断層撮影)の技術は医療や非破壊検査の分野に革命的な進歩をも

たらした[26]。本節では、遠隔的な手段による対象の計測およびその可視化の技術としての逆解析(inversion)へのニューロ・ファジィ手法の応用について述べる。

2次元ガウス基底 $\mu_k(x_1, x_2)$ を

$$\mu_k(x_1, x_2) = \exp\left(-\frac{(x_1 - a_{1k})^2 + (x_2 - a_{2k})^2}{b_k}\right)$$

とする。ただし、 b_{1k} と b_{2k} は簡単化のために等しいとし、 b_k で表している。 a_{ik} と b_k は k ごとに設定するものとする。ファジィルールの数を K とし、第 k ルールの結論部実数値を w_k とし、ファジィモデルの出力 $f(x_1, x_2)$ を(1)式と同様に

$$f(x_1, x_2) = \sum_{k=1}^K \mu_k(x_1, x_2) \cdot w_k \quad (9)$$

とする。

図 8 の領域 CDEF における $f(x_1, x_2)$ の AB に沿った線積分を考える。2点 $A(0, x_2^L)$, $B(1, x_2^R)$ を通る直線は、 $x_2 = \alpha x_1 + x_2^L$, ただし $\alpha = x_2^R - x_2^L$ と表される。直線 AB 上の点 (x_1, x_2) を媒介変数 z で表して、

$$\mu_k(z) = C_k \exp\left(-\frac{(z - a_{3k})^2}{b_k}\right)$$

とする。ただし

$$C_k = \exp\left(-\frac{(\alpha a_{1k} + x_2^L - a_{2k})^2}{(1 + \alpha^2) b_k}\right)$$

$$a_{3k} = \frac{\alpha(x_2^L - a_{2k}) - a_{1k}}{\sqrt{1 + \alpha^2}}$$

図 8 対象断面

である。したがって 2 点 A, B を通る直線に沿った 2 次元のガウス基底 $\mu_k(x_1, x_2)$ の線積分は、積分領域を $-\infty$ から $+\infty$ とすると

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mu_k(z) dz = C_k \sqrt{\pi b_k}$$

と求まる。またファジィモデルの出力 $f(x_1, x_2)$ の直線 AB に沿った線積分は (9) 式から

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(z) dz = \sum_{k=1}^K C_k \sqrt{\pi b_k} \cdot w_k$$

となる。

図 8 は対象物の断面であり、線分 AB を一つの波の伝播路 L_p であるとする。伝播時間分布あるいは減衰係数分布などの媒質の分布をファジィモデルの出力 $f(x_1, x_2)$ で近似的に表現する。一つの伝播路 L_p に沿ったプロジェクション(投影) I_p は、波動性を考慮しない光線モデルを仮定すると

$$I_p = \int_{L_p} f(x_1, x_2) dz \quad (p=1, \dots, P)$$

と書ける。図 8 の対象断面において、駆動源(送波器)は、CD 上 ($x_1=0$) を移動し、検出器(受波器)は EF 上 ($x_1=1$) を移動するものとする。評価関数

$$J = \sum_{p=1}^P (I_p - I_p^*)^2$$

を最小化するような、ファジィモデルの未知パラメータ a_{ik} , b_k , w_k を最急降下法で求める問題として定式化する。ただし、 I_p^* は検出器による観測データである。未知パラメータの最適解は、媒質の分布 $f(x_1, x_2)$ を回復するものであり、 $f(x_1, x_2)$ をコンピュータグラフィックスにより可視化できる。

伝播路 L_p を図 9 のように、駆動源と検出器の各々 6 カ所の位置から 36 本設定した。図 10(a) はシミュレーションに用いた真の媒質分布で (b) は学習後のファジィモデルの出力値を表している。(a)(b)とも媒質の分布 $f(x_1, x_2)$ の 3 次元グラフィックスと等高線図(断面画像)を示している。

図 9 伝播路の設定

図 10 断面画像の復元

6. ニューロ・ファジィ GMDH

1960 年代後半に A.G.Ivakhnenko らによって提唱された、GMDH(Group Method of Data Handling) [27] は、対象システムの固有なモデリングに代わって、入出力データに基づく複雑なシステムの柔軟なモデリング法を提供してきた。本節では GMDH の部分表現発生器としての基礎関数をファジィモデルに置き換えて、さらにニューラルネットワークの誤差逆伝播学習を適用する方法について述べる [28]。三角型メンバシップ関数を用いる特別な場合には基礎関数も完全表現式も通常の GMDH の 1 つに類似している [29]。

6.1 非線形システムのモデリング[28-31]

GMDH は、組合せシフト型、ネットワーク型、パーセプトロン型に大別されている。基礎関数をファジィモデルに置き換えることは、どの場合にも可能であるが、ここでは変数選択が必要でないネットワーク型について述べる。

メンバシップ関数 A_{ik} をガウス基底

$$A_{ik} = \exp\left(-\frac{(x_i - a_{ik})^2}{b_{ik}}\right)$$

とし、 n 個の入力変数を $x_i (i=1, \dots, n)$ 、出力 y を推論する第 k 番目のルールの結論部実数値を w_k とする。 $\mu_k = A_{1k} \times A_{2k} \times \dots \times A_{nk}$ とし、ファジィモデルの出力 y を (2) 式とする*3。 a_{ik} と b_{ik} は k 毎に定められるので、ファジィパーティション[2]は長方形のメッシュ状ではない。次に、ファジィモデルを GMDH の基礎関数に対応させて図 11 のようにネットワーク型階層構造とする。

w_k^{pm} は第 p 層第 m モデルの k 番目のルールの結論部実数値であり、 x_m^p は第 $p-1$ 層の第 m モデルの出力であり、かつ p 層の第 m 入力でもある。 μ_k^{pm} は第 p 層における第 m モデル第 k ルールの条件部適合度合を表す。 y_m^* を理想出力(教師データ)とし、誤差の評価関数を

$$J = \sum_{m=1}^3 (y_m^* - x_m^3)^2$$

とすると、以下のように誤差逆伝播則と学習則が導かれる。ただし、 $\delta^{2m} = y_m^* - x_m^3$ である。

$$\delta^{1m} = -2 \cdot \sum_{i=1}^3 \left\{ \delta^{2i} \sum_{k=1}^{27} \mu_k^{2i} \cdot (x_m^{2i} - a_{mk}^{2i}) \cdot \frac{w_k^{2i}}{b_{mk}^{2i}} \right\}$$

$$w_k^{pmNEW} = w_k^{pmOLD} + \tau \mu_k^{pm} \delta^{pm}$$

$$a_{ik}^{pmNEW} = a_{ik}^{pmOLD} + \tau \mu_k^{pm} w_k^{pm} \frac{2(x_i^p - a_{ik}^{pm})}{b_{ik}^{pm}} \delta^{pm}$$

$$b_{ik}^{pmNEW} = b_{ik}^{pmOLD} + \tau \mu_k^{pm} w_k^{pm} \frac{(x_i^p - a_{ik}^{pm})^2}{(b_{ik}^{pm})^2} \delta^{pm}$$

図 12 にネットワーク型 GMDH を示す。トレーニングデータ(同定用データ)によって学習しチェックデータによって予測精度をチェックしながら階層数を増やしていく。そして予測精度の最も良い階層数を選ぶ。

(10) 式の 5 変数関数から区間 $[0, 1]$ 内の乱数

$(x_1, \dots, x_6)$ によって求めた 50 個のトレーニングデータの組(同定用)を教師データとして、6 入力 1 出力のネットワーク型モデル ($p=3, m=1, 2, 3, i=1, 2$) に学習した。 x_6 はダミーである。 $K=4$ で、 $w_1=0, w_2=w_3=0.25, w_4=0.5, b_{ik}=0.5$ と初期値を設定した。

$$y = \{\cos(\pi x_1) + \sin(\pi x_2) + \cos(\pi x_3) + \cos(\pi x_4) + \sin(\pi x_5)\}^2 / 20 \quad (10)$$

学習結果を図 13 の○の実線で示す。破線は別の 50 個のチェックデータ(予測用)に対する誤差の自乗和を示している。サブモデルは各層三つずつで入力変数の数は 6 である。学習係数は 0.1 とした。階層数と学習係数は最適なものを選んでいく。△で示す実線と破線は 3 層ニューラルネットの場合で、中間層のユニット数は 10、学習係数

図11 階層型ファジィモデル

図12 ネットワーク型 GMDH

脚注*3：近似理論では、ファジィモデルのメンバシップ関数に相当するものは、基底関数と呼ばれている。Stone-Wierstrass の定理から、十分な数の基底関数を重ね合わせることで、任意の連続な非線形関数を、任意の精度で近似できる。すべての場合に好ましい基底関数はないとされているが、入力変数が少ない場合にはシグモイド関数を基底とする多層型ニューラルネットワークに比べて、学習の早さと精度で Radial Basis Functions[10-12]が優れていることがよく知られている。

は1.0, 慣性項の係数は0.9とした. ユニット数と学習係数は最適なものを選んでいく. またシナプス加重の初期値も乱数の系列を変えて計算した中で最もうまく収束した場合である. 学習1回当たりの計算時間はニューラルネットの方が数倍早い, 次節で述べるような実機を動かしながらの学習では, 試行回数によって時間が決まる.

6.2 フィードバック誤差学習[32-34]

減速比が小さく関節間の干渉を無視できない多関節マニピュレータを, 精度よく動かすためにはフィードフォワード制御が必要となる. マニピュレータのフィードバック誤差学習[35,36]では繰り返し学習のみによって逆モデルを近似的に獲得してフィードフォワード制御に移行していく.

3.1節と同様に実機を用いる学習であるが, 目標軌道の関節角 q_d , 角速度 $\dot{q}_d$, 角加速度 $\ddot{q}_d$ が時間関数として与えられる. 目標軌道を入力して各関節で発生すべきフィードフォワードトルクを求めることが逆ダイナミクス演算である. 目標軌道からフィードフォワードトルク T_f を計算する階層型モデル(図11)は初めは0を出力するだけであるが, フィードバックトルクを参照することにより逆ダイナミクスモデルを学習し, フィ

ードバック制御からフィードフォワード制御へ移行していく. ただし, ここでの学習制御では, 教師データ y^* は関節に与えるべきトルク指令であるが, それは未知である. そこで, フィードバックトルクを誤差 $\delta = (y^* - y)$ の代用として用いている. このような方式が川人らによるフィードバック誤差学習である[35,36]. 垂直3リンクマニピュレータの学習のシミュレーションを行った. ブロック図を図14に示す.

制御入力には図11の出力を入力トルク T_i として用いて

$$T(n+1) = T_f(n) + T_i(n+1) \quad (11)$$

$$T_f(n) = K_p \cdot (q_d(n) - q(n)) \quad (12)$$

とする. ただし, $T_f(n)$ は離散時刻 n でのフィードバックトルクで, $q_d(n)$, $q(n)$ はそれぞれ目標関節角, 観測関節角で, $\dot{q}_d'(n)$, $\dot{q}'(n)$ はその微分であり, K_p と K_d はフィードバックゲインである. $T_i(n+1)$ は次の時刻 $n+1$ での逆ダイナミクスモデルからのフィードフォワードトルクであり, 時刻 $n+1$ でトルク $T(n+1)$ を発生させる. 高速の動作を行わせ, 逆ダイナミクスモデルを図11の階層型ファジィモデルに学習する. 学習則は6.1節と同じであるが, δ の代わりに T_f を用いる.

ネットワーク型 GMDH のように, Prelearning として図11で第2層目を取り除いて, 第1層のみ10回だけの反復学習を行ったのち, 次に2層とも用いる誤差逆伝播学習に切り替えた. パラメータの初期値に乱数は用いていない. また, 階層型フ

図13 非線形画像の学習結果

図14 マニピュレータの学習制御のブロック図[35]

ファジィモデルの入出力は区間 $[-1, +1]$ に規準化して学習を行った。1秒間の動作を繰返し学習させた場合の目標軌道からの2ms毎の誤差の自乗和が時間とともに減少していくようすを図15に示す。●で示すファジィモデルを用いる方が、○の運動方程式に関する部分的な知識を用いる方法[35]に比べて学習の収束が早い。ルール数(3次元ガウス基底の数)は、各モデルとも27個で合計162である。階層構造にしない場合に比べてパラメータ数は約1/300に減少している。

図15 逆ダイナミクスモデルの学習の比較

7. おわりに

ニューロ的な学習は、次の三つのレベルに分けることができる。

図16 学習の三つのレベル

1) **正解を教えて学習**：正しい答えを教えられて、それを反復学習する。

2) **ヒントを教えて学習**：マニピュレータのフィードバック誤差学習では教師データとして、正しいトルクがえられるわけではないが、学習を繰り返すうちに正解するようになる。

3) **問題を与えて学習**：最適化すべき問題が与えられ、学習によって正解をだす。これは容易に収束しない困難な学習となるが、ニューロ・ファジィによって非線形最適制御問題であるトレーラ・トラックの後退運転[18]や人の腕のようななめらかな運動をするマニピュレータの制御が実現できる。

参考文献

- [1] L.A.Zadeh: The Concept of Linguistic Variable and Its Application to Approximate Reasoning, Information Sciences, Vol.8, pp.199-249, pp.301-357, Vol.9, pp.43-80 (1975)
- [2] 菅野：ファジィ制御；日刊工業新聞社(1988)
- [3] 水本：最近のファジィ制御法；数理科学, No. 333, March, pp.20-26 (1991)
- [4] E.H.Mamdani and S.Assilian: An Experiment in Linguistic Synthesis with a Fuzzy Logic Controller, International Journal of Man-Machine Studies, Vol.7, pp.1-13 (1975)
- [5] 山崎, 菅野：自動学習ファジィコントローラ, 計測自動制御学会論文集, Vol.20, No.8, pp.50-56 (1984)
- [6] 前田, 村上：自己調整ファジィコントローラ, 計測自動制御学会論文集, Vol.24, No.2, pp.191-197 (1988)
- [7] 菅野, 朴：ファジィ理論を用いた言語指示による学習, 日本ファジィ学会誌, Vol.4, No.6, pp.1164-1181 (1992)
- [8] 高木：ファジィとニューラルネット③, 日本ファジィ学会誌, Vol.4, No.6, pp.1086-1097 (1992)
- [9] 市橋：ファジィ制御とモデリング, システム／制御／情報, Vol.37, No.1, pp. - (1993)

- [10] D.S.Broomhead and D.Lowe: Multivariable Functional Interpolation and Adaptive Networks, Complex Systems, Vol.2, pp.321-355(1988)
- [11] T.Poggio and F.Girosi: Regularization Algorithms for Learning that Are Equivalent to Multilayer Networks, Sciences, Vol.247, pp.978-982(1990).
- [12] 丸山: Radial Basis Function を用いた学習ネットワーク—ニューロコンピューティングに対する新しいアプローチ; システム/制御/情報, Vol.36, No.5, pp.322-329(1992)
- [13] 市田, 吉本: スプライン関数とその応用, 教育出版(1979)
- [14] 市橋, 渡辺: 簡略ファジィ推論を用いたファジィモデルによる学習型制御, 日本ファジィ学会誌, Vol.2, No.3, pp.429-437(1990)
- [15] 荒木, 野村, 林, 若見: ルールを逐次的に生成するファジィモデリングの一提案, 日本ファジィ学会誌, Vol.4, No.4, pp.722-732(1992)
- [16] 渡辺, 市橋: n 次メンバシップ関数を用いた逐次ファジィモデリングとそのクレーン制御への応用, 日本ファジィ学会誌, Vol.3, No.2, pp.347-356(1991)
- [17] 今野, 山下: 非線形計画法, 日科技連, pp.281-282(1978)
- [18] 徳永, 市橋: ニューロ・ファジィ最適制御によるトレーラ・トラックの後退運転, 第8回ファジィシステムシンポジウム講演論文集, pp.49-52(1992)
- [19] 宇野, 川人, 鈴木: ロボットマニピュレータの最適軌道に対する繰返し学習制御, 計測自動制御学会論文集, Vol.24, No.8, pp.837-843(1988)
- [20] 市橋: ニューロ・ファジィ有限要素法とシステム最適化; 第8回ファジィシステムシンポジウム講演論文集, pp.213-216(1992)
- [21] 市橋, 佐藤: ファジィ有限要素法, 第35回システム制御情報学会研究発表講演会講演論文集, pp.173-174(1991)
- [22] 嘉納: システムの最適理論と最適化, コロナ社(1987)
- [23] 市橋, 木村: ニューロファジィ逆解析による断層撮影法, バイオメディカル・ファジィシステム研究会, 第5回年次大会, pp.113-122(1993)
- [24] 村瀬, 小山, 石田: 順・逆解析入門, 森北出版(1990)
- [25] 「計測とシステムモデリングにおける逆問題特集」, システム/制御/情報, Vol.35, No.10(1991)
- [26] 加川: 逆問題とCT, コンピュートロール, 39, pp.3-13(1992)
- [27] 池田, 井原: GMDH の基礎と応用 I-VIII; システムと制御, Vol.23, No.12(1979)-Vol.24, No.7(1980)
- [28] H.Ichihashi: Iterative Fuzzy Modeling and a Hierarchical Network, IFSA'91(Brussels), pp.49-52(1991)
- [29] 市橋: 階層的ファジィモデルによる誤差逆伝播学習—オンラインのGMDHアルゴリズム, 第6回ファジィシステムシンポジウム講演論文集, pp.539-541(1990).
- [30] H.Ichihashi: Learning Parity Problems and Nonlinear Mappings in Hierarchical Fuzzy Models; Proc. of Japan U.S.A. Symposium on Flexible Automation, San Francisco, pp.877-884(1992)
- [31] 市橋: ニューロ・ファジィによる一対比較の数量化法, 日本ファジィ学会誌, Vol.4, No.5, pp.958-967(1992)
- [32] 渡辺, 市橋: フィードバック誤差学習によるロボット・マニピュレータのファジィ制御; システム制御情報学会論文誌, Vol.3, No.7, pp.212-217(1990)
- [33] 渡辺, 市橋: 逆キネマティクス・逆ダイナミクスモデルを学習するマニピュレータのファジィ制御, 電子情報通信学会論文誌, Vol.J74-D-II, No.12, pp.1794-1802(1991)
- [34] H.Ichihashi: Learning Inverse Dynamics Model of a Manipulator in a Hierarchical Fuzzy Model; Proc. of IMACS/SICE RM2S'92, Kobe, pp.41-46(1992)
- [35] M.Kawato, K.Furukawa, R.Suzuki: A Hierarchical Neural-Network Model for Control and Learning Voluntary Movement, Biological Cybernetics, Vol.57, pp.169-185(1987)
- [36] M.Kawato: The Feedback-Error-Learning Neural Network for Supervised Motor Learning; In R.Eckmiller(Ed.), Neural Network for Sensory and Motor Systems, Elsevier, Amsterdam, pp.365-372(1990)

(1993年1月30日 受付)

[問い合わせ先]

〒593 堺市学園町1-1

大阪府立大学 工学部 経営工学科

市橋 秀友

☎：0722-52-1161

☎：0722-59-3340

著 者 紹 介

市橋 秀友 (いちはし ひでとも)

大阪府立大学 工学部 経営工学科

1948年12月25日生。'71年大阪府立大学工学部経営工学科卒業。同年松下電器産業(株)入社。'81年大阪府立大学工学部経営工学科助手。'87年同講師。'89年同助教授。現在に至る。工学博士。ファジィ多目的計画、ファジィ制御、ニューロ・ファジィなどのファジィ理論の応用研究に従事。工学博士、国際ファジィシステム学会、日本ファジィ学会、システム制御情報学会、日本経営工学会などの会員。