特集論文 人文・社会科学へのファジィ理論の応用

階層的ファジィ積分による意思決定法[†]

杉山 孝男^{*1} 椎塚 久雄^{*2}

本論文は、ファジィ積分を階層的に用いて意思決定に関する新しい視点について述べている。本論文で提案する階層化ファジィ積分(HFI: Hierarchical Fuzzy Integral)は、評価基準となる項目の重要度をファジィ測度で与え、各評価項目における評価対象の評価値をファジィ積分することにより、評価値を統合し総合評価値を求める方法である。これは、従来の階層化意思決定法(AHP)を特別な場合として含む、より柔軟性を伴った一般的な評価法であることが示される。

キーワード: 評価, AHP, ファジィ積分

1. まえがき

現代社会には、複雑であいまいな性質をもつ意思決定問題が多数存在し、それらをどのように解決するのかということは、個人にとっても企業にとってもますます重要な問題となりつつある。たとえば、進学するときの学校の選定、就職企業の選定、結婚相手の選定、住宅購入の意思決定等に見られる個人的な問題から、人事問題や新製品開発と商品企画等の企業問題に至るまで、人間社会にはいたるところ選択行動がつきまとい、いわゆる意思決定集合の中でわれわれは生活していることになる。しかもそれらは、複雑であいまいな状況のもとでの人間の主観的判断による意思決定である。このような意思決定集合の中で、間違っただけを避けるために、評価項目をいくつかの階層構造に分解する簡便な方法として Saaty^[1,2]が導入した AHP (Analytic Hierarchy Process) が知られている。

AHP では、問題(最終目標)、評価基準、代替案を階層構造によってとらえて、各代替案の重要度

を一对比較によって求めている。しかし、AHP では重要度を加法性が成り立つ比率尺度で考え、単純加重法によってそれらの重要度の統合を行っているため、主観が伴った評価を行うとき、重要度が加法性に縛られていては、うまく評価できない問題もある。これまでも、Saaty の AHP のファジィ化した論文はあるが^[3,4]、それらの多くは、ファジィ数の一对比較行列から固有値、固有ベクトルを求めることにより最終的な重要度を導く方法をとっており、基本的には Saaty の AHP の域を脱していないように思われる。

本論文では、このような問題に対する一つの評価法として階層的ファジィ積分(hierarchical fuzzy integral; 以後本論文では“HFI”と記す)を提案し、意思決定法の新しい視点について考察している。ここで提案する HFI は評価基準となる項目の重要度をファジィ測度で考え、各評価項目における評価対象の評価値をファジィ積分することにより、評価値を統合し、総合評価値を求める方法である。これは従来の AHP を特別な場合として含む評価法であることが示される。さらに、本手法の有用性を示すために具体的な例も示される。

2. ファジィ積分による評価^[5]

ここではファジィ積分を用いた評価モデルを、

[†] Decision Making by Hierarchical Fuzzy Integrals
Takao SUGIYAMA and Hisao SHIIZUKA

^{*1} 日本電気株式会社
NEC Corporation

^{*2} 工学院大学 電子工学科
Department of Electronic Engineering, Kogakuin University

菅野積分と Choquet 積分について示す。

(a) 菅野積分を用いた評価モデル

評価の問題に菅野積分を応用するには、まず、評価項目の集合を $X = \{x\}$ とするとき、各評価項目における評価対象の評価値を $h: X \rightarrow [0, 1]$ で与える。すなわち、関数 h は X の任意の要素 x に閉区間 $[0, 1]$ の 1 つの実数値を対応させる。また、各評価項目の主観的重要度を X の任意の部分集合に対して λ -ファジィ測度 $g_\lambda: 2^X \rightarrow [0, 1]$ で与える。このとき、関数 $h: X \rightarrow [0, 1]$ の λ -ファジィ測度による X 上のファジィ積分により、総合評価値 e は次式で求められる。

$$e = \int h(x) \circ g(\cdot) = \sup_{\alpha \in [0, 1]} [\alpha \wedge g_\lambda(H_\alpha)]$$

ただし、 $H_\alpha = \{x | h(x) \geq \alpha\}$ である。

一般的な評価の問題では、評価項目の集合 $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ は有限集合となるので、関数 $h(x_i)$ が、

$$h(x_1) \geq h(x_2) \geq \dots \geq h(x_n)$$

となるように x_i を定めると、総合評価値 e は次式で求められる。

$$\int h(x_i) \circ g(\cdot) = \bigvee_{i=1}^n [h(x_i)] \wedge g_\lambda(x_i)$$

ただし、 $X_i = \{x_1, \dots, x_i\}$ である。

(b) Choquet 積分を用いた評価モデル

評価の問題に Choquet 積分を応用するには、まず評価項目の集合を $X = \{x\}$ 、各評価項目での評価値を $h: X \rightarrow [0, \infty)$ で与える。そして各評価項目の主観的重要度は X 上の任意の部分集合に対して、ファジィ測度 $g: 2^X \rightarrow [0, 1]$ で与える。このとき総合評価値 e は関数 h のファジィ測度 g による X 上の Choquet 積分により次式で求められる。

$$e = (C) \int h dg = \int_0^\infty g(H_\alpha) d\alpha$$

ただし、 $H_\alpha = \{x | h(x) \geq \alpha\}$ である。

一般的な評価の問題では、評価項目の集合 $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ は有限集合となるので、関数 $h(x_i)$ が、

$$h(x_1) = a_1 \leq h(x_2) = a_2 \leq \dots \leq h(x_n) = a_n$$

となるように x_i を定めると、総合評価値 e は次式で求められる。

$$e = (c) \int h dg = \sum_{i=1}^n (a_i - a_{i-1}) g(H_i)$$

3. 階層的ファジィ積分(HFI)

階層的ファジィ積分(HFI)とは、評価基準を階層的に考え、各評価基準の重要度をファジィ測度で表し、ファジィ積分によって重要度の統合を行う方法である。

図1に示すように、まず問題に相当する部分とその階層構造の根としてランク0とする。そして階層が深くなるに従って、評価基準のランクを1～ n まで定義する。

図1 階層構造の例

本論文で提案している階層的ファジィ積分(HFI)とは、図2に示すような操作を行うことである。この例は図1と同じ構造であるが、いま図2(a)が与えられた階層構造とする。図2の“葉”に相当する部分の一番下の階層に注目し、それらの評価値と重視度からファジィ積分によって、一つ上の評価項目に対する評価値を求める。それを、図2では黒く塗りつぶした箱で示してある。この操作をランク1の階層まで続けて行い、最後にその評価項目の評価値が計算されることになる。このようなHFIは、より複雑な評価基準の基で主観的な評価を行うことができる。

ここで、HFIの有用性を示すためにAHPとの比較を行ってみよう。

図2 階層的ファジィ積分(HFI)の概念図

まず, AHP は次のような特徴をもっている。

- (1) 一対比較により重要度を求める。
- (2) 重要度は比率尺度(相対尺度)である。
- (3) 項目間で重要度は加法的が成立。
- (4) 重要度の統合は単純加重法で行う。

上の(3)の重要度の付け方が“加法的に縛られている”部分は、特徴というよりは大きな問題点である。これら4項目はファジィ測度、ファジィ積分の概念を使った HFI では次のように書き換えられる。

- [1] 重要度の求め方は自由。一対比較でもよい。
- [2] 重要度はファジィ測度である。
- [3] 項目間で重要度は単調性が成立。
- [4] 重要度の統合はファジィ積分で行う。

上の[3]と[4]は独立なものではないが、AHP での(3)と(4)に比較する意味でこのように示してある。評価に主観性が含まれる場合、評価項目間で重要度は加法的が成り立つことは少ない。しかし、単調性は成り立っている。したがって、重要度はファジィ測度で表すことができるから、ファジィ積分により重要度の統合ができる。表1は AHP と HFI を比較したものである。

この場合、まず問題(目標)を明確にし、この代

替案として複数の評価対象を考える。そして問題を解決するための代替案の評価基準として評価項目を考える必要がある。しかし、このような評価基準を考えると、評価項目の数が多くなったり、各項目間でその関係が複雑になったりして、重要度すなわちファジィ測度の値を決めることが難しくなることがある。

HFI ではまず、問題とその問題を解決するための代替案となる評価対象を設定する。そして、評価対象を評価するための評価基準を設定する。評価基準は問題が複雑になると、評価基準となる各評価項目が複雑に絡み合っ理解が困難なものとなる。このようなとき、階層的に考えることにより分析することができる。また、AHP では問題、評価基準、代替案を階層構造としてとらえたが、

表1 AHP と HFI の比較

	AHP	HFI
重要度	確率測度 (加法的)	ファジィ測度 (単調性)
項目の評価値	比率尺度	不定
評価値の統合	単純加重法 $\sum \omega_i f(x_i)$	菅野積分 (max-min演算) Choquet積分
総合評価値	比率尺度	不定

HFI では代替案となる評価対象は階層構造には含まず、問題と評価基準で階層構造を考える。なぜならば、AHP はすべての要素に対して重要度という扱いをしたが、HFI では評価対象には重要度ではなく、達成度のようなファジィ値で与えるために、評価対象だけは異なる扱いをすることになるからである。そして、評価基準の重要度をファジィ測度で与えるが、ファジィ測度は部分集合を引数とする関数なので、簡単には求めることができない。そのために、重要度はまず、AHP のような比率尺度で考え、これからファジィ測度を作り上げるとする方法をとる。最後に、ファジィ積分により評価値の統合を行い、評価対象の総合的な評価値を求める。図3は、AHP と HFI による問題解決の基本構造をそれぞれ示したものである。

図3 AHP と HFI の問題解決の基本構造。

4. HFI における評価値の意味

HFI では、ファジィ測度に「可能性測度」、「必然性測度」、「確率測度」、「 λ -ファジィ測度」などを用いることにより、モデルを「可能性モデル」、「評価モデル」などとして与えることができる。

ここでは、どのファジィ測度を用いるかによって、評価値はどのような性質を持つのかを示す。

ファジィ測度に可能性測度、必然性測度を用いた場合、「可能性モデル」となる。可能性測度は部分集合の max をとる関数なので、その名のとおり可能性を考えた値となる。つまり、積極的な評価を下すことになる。また、必然性測度は、可能性測度と双対的な測度として定義されるので、評価は消極的なものとなる。

λ -ファジィ測度を用いた場合、「評価モデル」となる。 λ -ファジィ測度はパラメータ λ を適当に定めることにより、その性質を次のようにかえる。

$$(a) \quad g_{\lambda}(E \cup F) < g_{\lambda}(F) \quad (-1 \leq \lambda < 0)$$

$$(b) \quad g_{\lambda}(E \cup F) > g_{\lambda}(F) \quad (0 < \lambda < \infty)$$

上式の(a), (b)はそれぞれ減殺効果、相乗効果を表している。すなわち、 $-1 \leq \lambda < 0$ のとき Plausibility 測度となり、 $0 < \lambda < \infty$ のとき Belief 測度となる。そして、 $\lambda = 0$ のときは確率測度 P と一致する。また、 λ -ファジィ測度は λ を連続的にかえることにより、これらの性質を連続的にかえることができる。つまり、楽観的な評価から悲観的な評価へと、連続的に考えることができる。さらに、HFI はファジィ積分にどの積分を用いるかによってもその評価値の性質は異なる。つまり、HFI では「菅野積分」と「Choquet 積分」のいずれも用いることができる。

5. HFI のアルゴリズム

ファジィ積分に Choquet 積分を用いた場合の HFI のアルゴリズムについて述べる。HFI は次のステップ1～ステップ5の手順で行われる。

ステップ1：問題及び、評価対象の定義

HFI による意思決定で最初に行うことは、問題と評価対象の定義である。まず、何を意思決定するのか、問題(目標)を明確にする。そして、その問題を解決するための代替案となる「評価対象」を考える。

ステップ2：階層図の作成

次に、いくつかある評価対象のうちの、どれを

選択すべきか決める評価基準を考える。HFI では評価基準を問題を根に持つ木構造にとらえることにより分析し、階層図を作成する。

階層図の作成法は、まず、階層図の根にあたる部分に問題となる項目を置く。次に、大まかな評価基準を考え、各評価項目を問題の下に並べ、線で結ぶ。次に評価基準を徐々に細かくしていくために、それをいくつかの項目に分けていく。このとき、上位ランクの項目を分析し、細かな複数の項目に分けられるときは、その下位ランクに並べて線で結ぶ。また、1つのランクの中で、各評価項目がまとめられるときは、1つの項目にまとめ、これらを代表する項目を置き、その下位ランクにまとめられた項目を並べて線で結ぶ。これらの操作は、次のステップで行う評価対象の評価をなるべく客観的に行えるようになるまで繰り返す。さらに階層図の根にあたる部分、つまり、問題(目標)をランク 0 とし、ランク 1 以降を「評価基準」とする。

ここで再び図 1 の階層構造について考える。図 1 は、ランクが 4 までの評価基準を持つ階層構造の例である。ここで、木構造のランク 0 の部分を“根”と呼び、末端の部分、つまり、その項目の下にさらに項目をもたない部分を“葉”と呼ぶ。

ステップ 3: 各評価項目における評価対象の評価

階層図における葉に当たる項目、つまり図 1 の斜線の付いている項目で、評価対象をそれぞれ評価し、評価値を付ける。AHP では評価対象に当たる代替案の評価も重要度という値で比率尺度にしたが、HFI では評価対象の評価値は比率尺度ではなく、1 を満点とする 0~1 のなるべく客観的な評価値で表す。つまり、ファジィ集合のメンバシップ関数 $[0,1]$ の値で表す。

ステップ 4: 評価項目の重要度

各ランクの評価項目について、その上位ランクの線で結ばれた項目に関する重要度を求める。HFI における評価項目の重要度はファジィ測度で表すことになるが、ファジィ測度は集合を引数に持つ関数なので、単純に考えることはできない。そこで仮に、AHP のような比率尺度で求めてお

く。HFI では、各評価項目に対する重要度をファジィ測度で表現することを考えると、主観的に、思うままに考えてもよいことになる。しかし、各項目の重要度を「思うままに」といわれても、考えにくい場合は AHP のように一対比較を行って求めてもよい。

ステップ 5: 評価値の統合

最後にファジィ積分により評価値の統合を行う。 n 個の評価対象 $S_i (i=1, \dots, n)$ と、ランクの数が L 個の評価基準をもつ階層図があるとき、総合評価値は次のように求められる。

図 4 は、この階層図の末端のある一部分である。ランク $k-1$ のある 1つの評価項目とつながるランク k の評価項目(ただし、これらの項目はすべて‘葉’である)からみた評価対象 S_i の評価値は、ステップ 3 により与えられている。このとき評価値が、

$$h_i(x_{k,1}) \geq h_i(x_{k,2}) \geq \dots \geq h_i(x_{k,m})$$

となるように、 $x_{k,j}$ にランク k の各評価項目を割り当てる。また、評価項目 $x_{k,j}$ の重要度はステップ 4 により与えられているが、この値を $w_{k,j}$ とする。この $w_{k,j}$ からファジィ測度 $g(X_{k,j})$ (ただし、 $X_{k,j} = \{x_{k,1}, \dots, x_{k,j}\}$) を構成し、 $h_i(x_{k,j})$ をファジィ積分すると、その値はランク $k-1$ の項目 $x_{k-1,j}$ における S_i の評価値 $h_i(x_{k-1,j})$ となる。すなわち、

$$\begin{aligned} h_i(x_{k-1,j}) &= (c) \int h_i dg \\ &= \sum_{j=1}^m (h_i(x_{k,j}) - h_i(x_{k,j+1})) g(X_{k,j}) \\ (X_{k,j} &= \{x_{k,1}, \dots, x_{k,j}\}, h_i(x_{k,m+1}) = 0) \end{aligned}$$

図4 階層図の末端の例

となる。これらの操作を、すべての評価対象について行う。すなわち、 i を1から n まで繰り返せば、ランク $k-1$ の項目 $x_{k-1,j}$ におけるすべての評価対象の評価値を求めることができる。また、ランク $k-1$ のすべての評価項目について、その項目につながるランク k の評価項目についても同様の操作を行うと、ランク $k-1$ の各項目における評価対象の評価値を求めることができる。

この L 個のランクを持つ階層構造では、以上の操作を k について L から1まで繰り返し行うことにより、最終的に、総合評価値は $h_i(x_{0,1})$ として求めることができる。

6. HFIを用いた事例

ここでは、ワープロ機種種の選定問題について、HFIを用いた評価例を示す。

《ステップ1》問題及び評価項目の定義：問題と評価対象を次のように定める。

問題：ワープロの選定

評価対象：ゆり、バラ、菊

《ステップ2》階層図の作成：評価項目にはまず、印字能力、操作性、価格、機能の4つが考えられ、さらに操作性は、キー操作、フロッピー操作、簡易度の3つの項目に分けられるとすると、階層図は図5のようにランク2までの階層構造となる。

図5 ワープロ選定の階層図

《ステップ3》各評価項目における評価対象の評価：図5の葉にあたる評価項目における評価対象の評価値 h は、ワープロについて詳しい人に質問したり、ワープロのカタログを参照したりして決める。その結果表2のようになった。

表2 各評価項目における評価値

評価対象	印字	キー	フロッピー	簡易度	価格	機能
ゆり	0.80	0.50	0.50	0.40	0.60	0.70
バラ	0.85	0.60	0.40	0.60	0.70	0.55
菊	0.75	0.70	0.50	0.75	0.45	0.80

《ステップ4》評価項目の重要度：次に、各ランクの評価項目について、その上位ランクの線で結ばれた項目に関する重要度を求めると、次の表3のようになった。

表3 ランク0からみたランク1の重要度

	印字	操作性	価格	機能
ワープロ	0.13	0.28	0.04	0.56

《ステップ5》評価値の統合：最後に評価値の統合を行う。このモデルは、3個の評価対象と2個のランクからなる階層構造を持つ。ここで評価対象 S_i を

S_1 = 「ゆり」,

S_2 = 「バラ」,

S_3 = 「菊」

とする。

まず、ランク1の「操作性」とつながるランク2の各評価項目についてのファジィ積分を行う。 S_1 について、ランク2の各評価項目を、

$x_{2,1}$ = 「キー操作」

$x_{2,2}$ = 「フロッピー操作」

$x_{2,3}$ = 「簡易度」

とすると、評価値は表2より、

$$h_1(x_{2,1}) \geq h_1(x_{2,2}) \geq h_1(x_{2,3})$$

となる。このとき、 $x_{2,j}$ ($j=1, \dots, 3$)に対応する重要度は表4より、 $w_{2,j}$ として与えると、ファジィ測度

$g(X_{2,t})$ はそれぞれ表5のように求められる。ただし、 λ -ファジィ測度における λ は、各項目間の関係を考え $\lambda = -0.5$ とする。

ここでは、 λ -ファジィ測度の値を使うことにして、ファジィ積分を行うと、ランク1の評価項目 $x_{1,j}$ = 「操作性」における S_1 = 「ゆり」の評価値は、

$$\begin{aligned} h_1(x_{1,j}) &= (C) \int h_i dg \\ &= \sum_{j=1}^3 (h_1(x_{2,j}) - h_1(x_{2,j+1})) g(X_{2,j}) \\ (X_{2,j} &= \{x_{2,1}, \dots, x_{2,j}\}, h_1(x_{2,4}) = 0) \\ &= (0.50 - 0.50) \times 0.1786 \\ &\quad + (0.50 - 0.40) \times 0.2802 + 0.40 \times 1.0000 \\ &= 0.4280 \end{aligned}$$

となる。

S_2 = 「バラ」、 S_3 = 「菊」についても、同様の手順で計算を行うと、表2において「キー」、「フロピィ」、「簡易度」の評価項目が、1つの「操作性」という評価項目で置き換えられることになる。その結果表6のようになる。

表4 ランク1からみたランク2の重要度

	キー操作	フロピィ操作	簡易度
操作性	0.16	0.10	0.75

表5 ランク2の重要度(ファジィ測度 $g(X_{k,t})$)

測度	1	2	3
可能性測度	0.2133	0.2133	1.0000
必然性測度	0.0000	0.0000	1.0000
確率測度	0.1584	0.2574	1.0000
λ -ファジィ測度	0.1786	0.2802	1.0000

表6 ランク2を統合したときの評価値

評価対象	印字	操作性	価格	機能
ゆり	0.80	0.43	0.60	0.70
バラ	0.85	0.59	0.70	0.55
菊	0.75	0.73	0.45	0.80

以上の操作をランク1についても同様に行うと、ランク0からみた評価値、つまり総合評価値を求

めることができる。その結果を表7に示す。ただし、ファジィ測度には、 $\lambda = 0$ の λ -ファジィ測度を用いた。

以上のようにHFIによるワープロの選定の意思決定は、総合評価値で最大値0.76の「菊」を選ぶべきであるという結果となる。

さて、この例でランク1での λ の値とランク0で λ の値を変えてあるのは、 λ -ファジィ測度における λ の値の決定を一意的に決めることが難しいからであり、これについてはその一つの方法が7.において議論されている。

表7 総合評価値

評価対象	ワープロの選定
ゆり	0.63
バラ	0.61
菊	0.76

7. HFIの特徴

HFIは、測度に確率測度を用いれば従来のAHPに一致することから、AHPを特別な場合として含むより一般化された意思決定法という見方もできる。例えば、図6に示すような就職先の選定問題を考えてみよう。

図6 就職先の選定問題

階層構造の各レベルの要素にすぐ上のレベルの各要素からみた重要度を付けていく。まず、レベル1からみたレベル2の一対比較を行って、表8が得られたとする。ただし、一対比較表における数値は、AHPでよく知られた重要度である。

同様にして、レベル2からみたレベル3の一対比較、レベル3からみたレベル4の一対比較を表9～表16に示す。

以上の一対比較表から各要素の重要度を求めた結果を次の表17～表19に示す。ただし、その方法としてはべき乗法を用いた。

以上の結果から、重要度の統合化を行う最終的

に合成された重要度は表20のようになる。この重要度はAHPを利用した人間の評価基準を整理した結果、「A社を重要視する」と判定できるというだけで、A社が他の2社よりも実際に優れているというものではない。この点については十分に注意すべきである。

表8 就職先の選定について

	規模	勤務	社風	給料	将来
規模	1	4	3	7	1/5
勤務地	1/4	1	1/5	1/2	1/7
社風	1/3	5	1	7	1/2
給料	1/7	2	1/7	1	1/5
将来性	5	7	2	5	1

表9 規模について

	資本金	売上高	従業員
資本金	1	1/5	1/3
売上高	5	1	2
従業員	3	1/2	1

表10 資本金について

	A	B	C
A	1	1/5	7
B	5	1	9
C	1/7	1/9	1

表11 売上高について

	A	B	C
A	1	1/2	8
B	2	1	9
C	1/8	1/9	1

表12 従業員数について

	A	B	C
A	1	1/5	5
B	5	1	8
C	1/5	1/8	1

表13 勤務地について

	A	B	C
A	1	3	4
B	1/3	1	3
C	1/4	1/3	1

表14 社風について

	A	B	C
A	1	5	2
B	1/5	1	1/3
C	1/2	1/2	1

表15 給料について

	A	B	C
A	1	1	1
B	1	1	1
C	1	1	1

表16 将来性について

	A	B	C
A	1	1	2
B	1	1	2
C	1/2	1/2	1

表17 レベル1からみたレベル2の重要度

	規 模	勤務地	社 風	給 料	将来性
就職先	0.252491	0.041263	0.188408	0.051065	0.466773

表18 レベル2からみたレベル3の重要度

	資本金	売上高	従業員
規 模	0.109452	0.581552	0.308996

表20 AHPによる総合的重要度

	A 社	B 社	C 社
就職先の選定	0.413880	0.398504	0.187616

表19 レベル3からみたレベル4の重要度

	A 社	B 社	C 社
資本金	0.227057	0.721934	0.051009
売上高	0.356838	0.589127	0.054035
従業員	0.212208	0.725742	0.062050
勤務地	0.614411	0.268369	0.117221
社 風	0.581552	0.109452	0.308996
給 料	0.333333	0.333333	0.333333
将来性	0.400000	0.400000	0.200000

さて、ここで HFI の特徴を明確にするために、AHP との比較を行ってみよう。HFI では評価対象の評価値は比率尺度ではないが、AHP との結果と比較するために、比率尺度で与えることにし、表 19 の値をそのまま評価値とする。また、評価基準の重要度は表 17、表 18 の値を $w_{h,j}$ と考え、ファジィ測度を構成することにする。ただし、ファジィ測度には、可能性測度、必然性測度、確率測度を用い、ファジィ積分には Choquet 積分を用いることにする。表 20 の結果に加え、4. で示したアルゴリズムを用いて総合評価値を計算すると表 21 のような結果が得られた。

表 21 から評価値の順位を考えると、AHP、必然性測度、確率測度は、A 社、B 社、C 社の順であるが、可能性測度では、B 社、A 社、C 社の順となる。特に、必然性測度は A 社を他の測度よりも、よい評価値を算出した。これは測度の性質から、積極的な意思決定を行う場合は、可能性測度を用いた評価値から B 社に選択し、消極的な意思決定を行う場合は、必然性測度を用いた評価値から A 社を選択すべきであることを示している。

ここで、AHP による評価値と確率測度を用いた HFI による評価値が、一致していることに気がつく。これは、この HFI ではファジィ積分に Choquet 積分を用いているので、ファジィ測度に確率測度を用いると単純加重法と同じ演算となることから、AHP とまったく同じ演算を行ったことになるからである。つまり、HFI は、評価値に比率尺度を、重要度に確率測度をそれぞれ用いれば、AHP の結果に一致するのである。

前章の終わりに述べたように、一般的に λ ファジィ測度のパラメータ λ の値を一意的に決定できないのであれば、無理して決めることもないという考え方もできる。その一つの方法として考えられるのは、 λ の値を連続的に変化させて総合評価値を求め、この値を意思決定者に提示し、最終的な判断は意思決定者に委ねるというものである。

例えば、表 22 は 5. で示したワープロの選定問題に対して、ランク 1 の評価値の統合を行ったものである。ただし、ランク 2 における操作性に関

するファジィ積分は $\lambda=0$ とし、ランク 1 の評価値の統合は、 $\lambda=-1$ から $\lambda=3$ まで 0.25 刻みで変化させ、総合評価値を求めている。表 22 から分かるように、 λ が 2.00 と 2.25 の間で「ゆり」の評価値と「バラ」の評価値の順位が逆転していることに気がつく。 λ -ファジィ測度は、パラメータ λ の値が、 $-1 \leq \lambda < 0$ のとき Plausibility 測度となり、 $0 < \lambda < \infty$ のとき Belief 測度となる。そして、 $\lambda=0$ のときは確率測度 P と一致する。つまり、 λ が小さい値のときは、楽観的な評価をし、 λ が大きいときは悲観的な評価をする。つまり、この問題では、比較的楽観的な評価を必要とするならば、評価値の順位は、「菊」→「ゆり」→「バラ」となり、悲観的な評価を必要とするならば、「菊」→「バラ」→「ゆり」となる。

表21 AHP と HFI による就職先の選定

	A 社	B 社	C 社
AHP	0.4139	0.3985	0.1876
可能性測度	0.3844	0.4165	0.1991
必然性測度	0.4615	0.3751	0.1634
確率測度	0.4139	0.3985	0.1876

表22 λ の連続的变化に対する評価値

λ	ゆり	バラ	菊
-1.00	0.7232	0.6421	0.8000
-0.75	0.6794	0.6235	0.7813
-0.50	0.6585	0.6151	0.7719
-0.25	0.6445	0.6096	0.7654
0.00	0.6341	0.6056	0.7603
0.25	0.6257	0.6025	0.7561
0.50	0.6187	0.6000	0.7526
0.75	0.6128	0.5978	0.7495
1.00	0.6077	0.5960	0.7467
1.25	0.6031	0.5943	0.7442
1.50	0.5991	0.5929	0.7420
1.75	0.5954	0.5916	0.7399
2.00	0.5920	0.5905	0.7380
2.25	0.5890	0.5894	0.7363
2.50	0.5862	0.5885	0.7346
2.75	0.5836	0.5876	0.7330
3.00	0.5811	0.5868	0.7316

参 考 文 献

8. むすび

本論文では、評価基準が複雑で、かつ、評価に主観が含まれる問題に対しての意思決定法の一つとして階層化ファジィ積分(HFI)を提案した。HFIでは、ファジィ測度として可能性測度、必然性測度、 λ -ファジィ測度等を用いることができるので、従来のAHPを特別な場合として含み評価に幅をもたせた、一般化された階層化意思決定法であるということができよう。

今後の課題としては、特に、

- (1) λ の値の決定法,
- (2) 評価値の信頼性

等の問題がある。

λ をいかに定めるかというのは、 λ -ファジィ測度の本質的な議論になるが、特に、 λ を連続的に変化させる場合は、ランク1の評価値を統合するときだけ適用し、それ以外の λ の値はゼロとして計算した。これは、 λ の値の採りうる範囲が無数にあることを考えれば妥当な方法ではないかと思われる。どの階層で λ の値をいくつにしたらよいのかについては、事例的な検討も含めて今後の研究に待たなければならないであろう。

また、HFIにおける評価値の信頼性については、ファジィ積分にどの積分(菅野積分あるいはChoquet積分)を用いるかによって評価値の性質が異なってくるから、なんらかの方法でこの両者の積分から得られる評価値の基準なるものを定める必要があろう。

現在、HFIによる評価法をパソコン上で稼働するシステム(HFI評価システム)を開発がほぼ完了した。このシステムを用いるとファジィ積分の実際的な問題への応用が具体的な形で示すことができる。このHFI評価システムについては稿をあらためて報告する予定である。また、HFIの長所や問題点およびAHPとの比較を行った事例等については、さらに別の機会に報告する予定である。

- [1] Saaty: "The Analytic Hierarchy Process", McGraw-Hill, 1980.
- [2] B.L.Godon, E.A.Wasil and P.T.Harker(Eds.): "The Analytic Hierarachy Process—Applications and Studies", Springer-Verlag, 1989.
- [3] P.J.M.van Laarhoven and W. Pedrycz: "A Fuzzy Extension of Saaty's Priority Theory", Fuzzy Sets and Systems, Vol.11, No.3, pp.229-241, 1983.
- [4] J.J.Buckley: "Fuzzy Hierarchical Analysis", Fuzzy Sets and Systems, Vol.17, No.3, pp.233-247, 1985.
- [5] 室伏俊明・菅野道夫: "ファジィ測度論入門[V] ~[VII]", 日本ファジィ学会誌, Vol.3, No.4, pp.673-682; Vol.4, No.1, pp.81-89, No.2, pp.244-255, 1991年11月, 1992年2月, 4月.
- [6] 椎塚久雄・杉山孝男: "階層化ファジィ積分による主観的意思決定法について", 第8回ファジィシステムシンポジウム講演論文集, pp.33-36, 1992年5月.
- [7] H.Shiizuka and T. Sugiyama: "Hierarchical Fuzzy Integrals and Their Application to AHP", EURO/TIMS Joint International Conference on Operational Research/Management Science, p.79, Helsinki, Finland, June, 1992.

(1992年10月5日 受 付)

(1993年 2月9日 再受付)

[問い合わせ先]

〒163-91 東京都新宿区西新宿1-42-2

工学院大学 電子工学科

椎塚 久雄

☎: 03-3342-1211(内)2649

☎: 03-3348-3486

E-mail shiizuka@sin.cc.kogakuin.ac.jp

—— 著 者 紹 介 ——

杉山 孝男 (すぎやま たかお)

日本電気株式会社

1992年 工学院大学 電子工学科情報工学コース 卒業, 同年 日本電気株式会社 入社, 現在に至る。

椎塚 久雄 (しいづか ひさお)

工学院大学 電子工学科

1971年 工学院大学 工学部電気工学科 卒業, 1973年 同大学院 修士課程 修了, 1990年 工学院大学助教授, 現在に至る。工学博士。その間, 回路理論, グラフ/ネットワーク理論, システムシミュレーション, 離散事象システム, ペトリネット, ファジィ理論等の研究に従事。平成元年度日本オペレーションズ・リサーチ学会事例研究奨励賞(ソフトウェア部門)受賞。主な著書「電気回路」(コロナ社), 「実例ペトリネット」(コロナ社), 「あいまいとファジィ」(オーム社, 共著)他。日本オペレーションズ・リサーチ学会, 日本ファジィ学会, IEEE, 電子情報通信学会等の各会員。