最急降下法を用いた 学習型ファジィ結合演算子の提案†

林 勲* 内藤 榮一* 若見 昇*

従来のファジィ検索法では、検索質問文の and や or の演算子が数種類に限定されているので、検索者の個人的な検索要求を反映した結果が得られるとは限らなかった。本論文では、検索者の検索要求を反映した結果が得られるような検索質問文の and/or を構成できる新たなファジィ結合演算子を提案する。この演算子は、Schweizer が提案したパラメータ付きの t-norm と t-conorm とを重み関数を用いて線形結合して構成され、検索者によって検索結果の評価値が与えられると、最急降下法により評価値と演算子の出力値との差の 2 乗を最小にするように t-norm と t-conorm のパラメータを調整する。この演算子を学習型ファジィ結合演算子と呼ぶ。学習型ファジィ結合演算子は激烈積から激烈和までの演算子を表現でき、線形結合を用いているので、t-norm と t-conorm に対して線形性を満足した平均演算子を構成できる。ここでは、学習型ファジィ結合演算子の定式化を行い、検索質問文による検索実験を行い、その有用性を確認する。

キーワード：ファジィ検索、ファジィ結合演算子、t-norm、t-conorm、平均演算子、最急降下法、学習

1. はじめに

人間のあいまいさを取り扱う検索手法として、ファジィ理論を用いた種々の研究¹⁾⁻⁸⁾がある。これらの検索手法では、例えば、ファジィ集合を用いて「安く」や「近い」等のあいまいさを表現して、「宿泊費が安く and 出張先から近いホテルを検索せよ」といったような検索質問文を構成することができるので、より自然な形状での質問が可能である。検索は各検索データに対するファジィ集合の一致度を求め、and や or の演算を施して全体の検索質問文に対する一致度を計算する。検索結果はこの全体の一致度が高い順に出力される。しかし、従来のファジィ検索法では、異なる検索者が検索しても同じ結果となり、検索者の個人的な検索要求を反映した結果が得られているとは限

らなかった。

最近では、検索結果に対する検索者の評価を検索要求の満足度と考えて、この満足度を高めるように検索アルゴリズムのパラメータを調整し、検索者の要求する結果を出力する検索手法が提案されている。例えば、小川ら⁹⁾は、各検索者ごとに文献キーワード間の関連度を表すメンバシップ値を調整して、検索者が最も好ましいと思う文献を検索する文献検索システムを提案しており、前田ら^{10),11)}は検索質問文の and や or の演算子を調整して、各検索者の要求にあった結果を検索できる手法を提案している。しかし、前者の検索法は検索質問文にファジィ集合を用いることができない。また、文献キーワード間の関連度を表す行列を作成する必要があるので、膨大なデータベースを取り扱うためにはその 2 乗の行列を作成しなければならず、取り扱えるデータベースの規模が制限されている。後者の検索法では and や or の演算子として、t-norm¹²⁾、t-conorm¹²⁾、平均演算子¹³⁾を表現できる Zimmermann¹⁴⁾のファジィ結合演算子を拡張して用いている。Zimmermann のファジ

† A Proposal of Fuzzy Connectives with Learning Function Using Steepest Descent Method

Isao HAYASHI, Eiichi NAITO, Noboru WAKAMI

* 松下電器産業株式会社 中央研究所 電子機器基礎研究所第 6 研究室

Central Research Laboratories, Matsushita Electric Industrial Co., Ltd.

ィ結合演算子は、平均演算子を含む代数積から代数和までを表現できる多入力ファジィ結合演算子であり、前田らは入力の重みが考慮できるように演算子を構成して、演算子の結果と与えられたデータとの差が小さくなるように演算子のパラメータを調整する手法を提案している。しかし、前田らのファジィ結合演算子は代数積から代数和までの演算子しか表現できず、激烈積の t-norm や激烈和の t-conorm など表現できない。

ここで、ファジィ結合演算子を調整する意味について考える。前述のように、ファジィ検索では検索質問文の各入力のファジィ集合間での and や or 演算により多次元上のファジィ集合を構成し、データベース中の各データに対するメンバシップ値を計算して、値の高い順に結果を出力する。例えば、ファジィ集合 P_1, P_2 を用いた検索質問文 $P = P_1 \text{ and } P_2$ を考える。この検索質問文は、「従業員＝給料が高く and 年齢が約 30 歳」等が考えられる。いま、 P_1 と P_2 のメンバシップ関数を $\mu_{P_1}(x_1)$ と $\mu_{P_2}(x_2)$ で表し、and の演算子を $\oplus$ で表すと、検索質問文のメンバシップ関数は $\mu_P(x) = \mu_{P_1 \cap P_2}(x_1, x_2) = \mu_{P_1}(x_1) \oplus \mu_{P_2}(x_2)$ となる。検索の結果 x^* は、 $\{x^*\} = \{x | \max \mu_P(x)\}$ により得られる。検索者の検索要求をより満足する x^* を得るために、ファジィ結合演算子を調整するのではなく、メンバシップ関数を調整する方法が考えられる。具体的には、 $\mu_P(x^*)$ が最も高くなるように $\mu_{P_1}(x_1)$ と $\mu_{P_2}(x_2)$ の形状を調整する。そのためには、多次元のメンバシップ関数 $\mu_{P_1 \cap P_2}(x_1, x_2)$ を調整する。しかし、多次元のファジィ集合 $P_1 \cap P_2$ は、 $\oplus$ 演算子 (and や or の演算子) を用いて構成されるので、 $\mu_{P_1}(x_1)$ や $\mu_{P_2}(x_2)$ の形状を調整しても、必ずしもメンバシップ値 $\mu_{P_1 \cap P_2}(x_1^*, x_2^*)$ を大きくできるとは限らない。メンバシップ関数を調整するよりも、 x_1, x_2 に従属な $\oplus$ 演算子 (and や or 演算子) を構成し、検索者の検索要求を高めるように演算子のパラメータを調整する方が自然であるといえる。

本論文では、検索者の検索要求を反映した結果が得られるような検索質問文の and/or を構成で

きる新たなファジィ結合演算子を提案する。この演算子は Schweizer¹³⁾ が提案したパラメータ付きの t-norm と t-conorm とを入力変数に従属な重み関数を線形結合して構成する。また、最急降下法¹⁵⁾ を用いてこの演算子のパラメータを調整する手法を提案する。検索者による検索結果の評価値が与えられると、評価値と演算子の出力値との差の 2 乗を最小にするように、t-norm と t-conorm のパラメータを調整する。ここで提案するファジィ結合演算子を学習型ファジィ結合演算子^{16), 17)} と呼ぶ。前田らのファジィ結合演算子が代数積から代数和までの演算子を構成するのに対して、学習型ファジィ結合演算子は激烈積から激烈和までの演算子を表現し、t-norm と t-conorm に対して線形性を満足した平均演算子を構成できる。

ここでは、学習型ファジィ結合演算子の定式化を行い、学習型ファジィ結合演算子を用いた検索質問文による検索実験を行い、その有用性を確認する。

2. ファジィ結合演算子

ここでは、t-norm と t-conorm¹³⁾ および平均演算子¹³⁾ を総称してファジィ結合演算子と呼ぶ。t-norm T とは、 $T(x_1, x_2) : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ なる関数で、次の条件を満たすものをいう。

$$1) T(x, 1) = x, \quad T(x, 0) = 0 \quad (1)$$

$$2) T(x_1, x_2) \leq T(y_1, y_2) \quad (x_1 \leq y_1, x_2 \leq y_2) \quad (2)$$

$$3) T(x_1, x_2) = T(x_2, x_1) \quad (3)$$

$$4) T(x_1, T(x_2, x_3)) = T(T(x_1, x_2), x_3) \quad (4)$$

ここで、(1) 式は境界条件、(2) 式は単調性、(3) 式は交換性、(4) 式は結合性という。

t-conorm S は、t-norm との双対な関係を用いて次のように求める。

$$S(x_1, x_2) = 1 - T(1 - x_1, 1 - x_2) \quad (5)$$

t-conorm S は t-norm の場合と同様に、上記の 4 条件を満足する。

代表的な t-norm と t-conorm として以下の演算子がある。

1) t-norm

$$\text{論理積: } x_1 \wedge x_2 = \min\{x_1, x_2\} \quad (6)$$

$$\text{代数積: } x_1 \cdot x_2 = x_1 x_2 \quad (7)$$

$$\text{限界積: } x_1 \odot x_2 = 0 \wedge (x_1 + x_2 - 1) \quad (8)$$

$$\text{激烈積: } x_1 \triangle x_2 = \begin{cases} x_1 & (x_2 = 1) \\ x_2 & (x_1 = 1) \\ 0 & (x_1, x_2 < 1) \end{cases} \quad (9)$$

2) t-conorm

$$\text{論理和: } x_1 \vee x_2 = \max\{x_1, x_2\} \quad (10)$$

$$\text{代数和: } x_1 \dot{+} x_2 = x_1 + x_2 - x_1 x_2 \quad (11)$$

$$\text{限界和: } x_1 \oplus x_2 = 1 \vee (x_1 + x_2) \quad (12)$$

$$\text{激烈和: } x_1 \vee x_2 = \begin{cases} x_1 & (x_2 = 0) \\ x_2 & (x_1 = 0) \\ 1 & (x_1, x_2 > 0) \end{cases} \quad (13)$$

一方, t-norm, t-conorm にはパラメータを持つ種々の演算子が Schweizer, Yager, Dombi, Dubois, 水本らにより提案されている¹³⁾. 例えば, Schweizer は次のような t-norm T と t-conorm S とを提案している.

$$T = 1 - ((1-x_1)^p + (1-x_2)^p - (1-x_1)^p(1-x_2)^p)^{1/p}, \quad p > 0 \quad (14)$$

$$S = (x_1^p + x_2^p - x_1^p x_2^p)^{1/p}, \quad p > 0 \quad (15)$$

ただし, p はパラメータである. p を変化させることにより, 例えば, t-norm T は, $p = \infty$ ならば論理積 $\wedge$, $p = 1$ ならば代数積 $\cdot$, $p \rightarrow 0$ ならば激烈積 $\triangle$ を表すことができる. t-conorm S についても同様に, 種々の演算子を表すことができる.

また, 平均演算子には, 算術平均, 幾何平均, 双対な幾何平均などがある.

算術平均(Arithmetic Mean)

$$AM = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad (16)$$

幾何平均(Geometric Mean)

$$GM = \sqrt{x_1 x_2} \quad (17)$$

双対な幾何平均(Dual Geometric Mean)

$$DGM = 1 - \sqrt{(1-x_1)(1-x_2)} \quad (18)$$

これらのファジィ結合演算子には, 次のような大小関係がある.

$$\triangle \leq \odot \leq \cdot \leq \wedge \leq GM \leq AM \leq DGM \leq \vee \leq \dot{+} \leq \oplus \leq \vee \quad (19)$$

一方, t-norm, t-conorm 以外の演算子についても多くの研究がある. Zimmermann ら¹⁴⁾は, 平均演算を含めた代数積 $\cdot$ から代数和 $\dot{+}$ までの演算子を表現できる多入力 1 出力の演算子を提案している. Zimmermann の演算子は次のように表される.

$$y = \left[\prod_{j=1}^n (x_j)^{\sigma_j} \right]^{1-r} \left[1 - \prod_{j=1}^n (1-x_j)^{\sigma_j} \right]^r \quad (20)$$

$$\sum_{j=1}^n \sigma_j = n, \quad 0 \leq \gamma \leq 1 \quad (21)$$

ただし, $x_j, j=1, 2, \dots, n$ は入力, y は演算結果であり, $n (n \geq 1)$ は入力数である. また, σ_j , および γ は演算子のパラメータである. パラメータ σ_j は入力間の重みを表し, パラメータ γ は, 代数積と代数和の間の重みを表す. 例えば, γ を小さくすることにより, 代数積の重要度が増加し, γ を大きくすることにより, 代数和の重要度が増加する.

また, 前田ら¹⁰⁾は Zimmermann の演算子を拡張して, 次のような 2 つの演算子を提案している.

$$1) \quad y = \left[\prod_{j=1}^n (x_j)^{\sigma_j} \right]^{1-\gamma(x)} \left[1 - \prod_{j=1}^n (1-x_j)^{\sigma_j} \right]^{\gamma(x)} \\ \sum_{j=1}^n \sigma_j = n, \quad \gamma(x) = a_0 + \sum_{j=1}^n a_j x_j, \quad 0 \leq \gamma \leq 1 \quad (22)$$

$$2) \quad y = \left[\prod_{j=1}^n (x_j)^{\sigma_j(x)} \right]^{1-r} \left[1 - \prod_{j=1}^n (1-x_j)^{\sigma_j(x)} \right]^r \\ \sum_{j=1}^n \sigma_j(x) = n, \quad \sigma_j(x) = b_{j0} + \sum_{k=1}^n b_{jk} x_k, \\ 0 \leq \gamma \leq 1 \quad (23)$$

ただし, a_0, a_j, σ_j および b_{j0}, b_{ji}, γ は演算子のパラメータである.

(22) 式 of ファジィ結合演算子は, (21) 式 of γ を拡張して $x_1, x_2, \dots, x_n$ の入力変数からなる線形式を構成しているので, 入力の大きさに応じて代数積や代数和に対する重み度合を変えることができる. 例えば, 入力値が小さい場合には代数積を強調し, 大きい場合には代数和を強調するような演算子を構成できる.

一方, (23) 式 of ファジィ結合演算子は, (21) 式

の σ_j を拡張して $x_1, x_2, \dots, x_n$ の入力変数からなる線形式を構成しているので、入力の大きさに応じて、入力変数 $x_1, x_2, \dots, x_n$ のそれぞれの重み度合を変えることができる。例えば、入力が小さい場合には x_1 を強調し、入力が大きい場合には x_2 を強調するような演算子を構成できる。

さらに、前田らは、入出力データが与えられた場合に、演算子の結果と出力データとの差の2乗が小さくなるように、準ニュートン法¹⁵⁾を用いて最適なパラメータを求める学習法を提案している。ただし、準ニュートン法を用いているので、パラメータからなる探索領域において、局所的な最適解しか得られない。

これらの種々のファジィ結合演算子を用いたファジィ検索での検索手順について説明しよう。いま、次のような検索質問文 P と Q を考える。

$$P = p_1 \text{ and } p_2 \quad (24)$$

$$Q = q_1 \text{ or } q_2 \quad (25)$$

ただし、 p_1, p_2, q_1, q_2 はファジィ集合で表されるファジィ命題⁸⁾であり、検索質問文として、「従業員＝給料が高く and/or 年齢が約 30 歳」等が考えられる。

検索手順はデータベースに蓄積されている各データがファジィ命題を満足する一致度を計算し、and と or の演算としてそれぞれ t-norm と t-conorm とを用いて検索質問文の一致度を計算して、一致度の高い順に結果が出力される。具体的には、まずデータベースに蓄積されている W 個のデータ $\mathbf{x}_i = (x_1, x_2)$, $i=1, 2, \dots, W$ が検索質問文(24)式と(25)式を満足する一致度を次のように求める。

$$\mu_P(\mathbf{x}_i) = \mu_{p_1}(\mathbf{x}_{i1}) \oplus \mu_{p_2}(\mathbf{x}_{i2}) \quad (26)$$

$$\mu_Q(\mathbf{x}_i) = \mu_{q_1}(\mathbf{x}_{i1}) \oplus \mu_{q_2}(\mathbf{x}_{i2}) \quad (27)$$

ただし、 $\mu_{p_1}(\mathbf{x}_{i1})$, $\mu_{p_2}(\mathbf{x}_{i2})$ と $\mu_{q_1}(\mathbf{x}_{i1})$, $\mu_{q_2}(\mathbf{x}_{i2})$ はそれぞれ、データ $\mathbf{x}_i$ に対するファジィ命題 p_1, p_2 と q_1, q_2 のメンバシップ値を表し、 $\oplus$ と $\oplus$ はそれぞれ、t-norm と t-conorm を表す。次に、 $\oplus$ としてある一つの t-norm が設定され、 $\oplus$ として一つの t-conorm が設定されると、 W 個のデータ $\mathbf{x}_i = (x_{i1},$

$x_{i2})$ に対する $\mu_P(\mathbf{x}_i)$ と $\mu_Q(\mathbf{x}_i)$ を計算し、値の大きい順に結果が得られる。

しかし、検索質問文の and や or が一つの t-norm と t-conorm に設定されているので、多くの異なった検索者にとっては必ずしも最適な検索結果が得られているとはいえない。また、Zimmermann や前田の演算子を用いて検索者ごとに演算子を調整したとしても、演算子は激烈積や激烈和を表現することができないので、検索者の種々多様な and や or を表現するには不十分であるといえる。

3. 学習型ファジィ結合演算子

3.1 学習型ファジィ結合演算子の構成

ここでは、検索用の演算子として新たなファジィ結合演算子^{16), 17)}を提案する。この演算子は激烈積や激烈和までも表現し、検索者による評価値が与えられると、評価値と演算子の出力値との差の2乗が小さくなるようにファジィ結合演算子のパラメータを同定する。ここで提案するファジィ結合演算子を学習型ファジィ結合演算子と呼ぶ。

学習型ファジィ結合演算子を次のように定義する。

$$f(\mathbf{x}) = m \cdot S + (1 - m) \cdot T \quad (28)$$

$$m = p_1 - \sum_{j=1}^n (p_1 - p_{j+1}) x_j \quad (29)$$

$$0 \leq p_1, \dots, p_{n+1} \leq 1,$$

$$0 \leq -(n-1)p_1 + \sum_{j=1}^n p_j \leq 1$$

ただし、 T, S は t-norm, t-conorm を n 入力に拡張したものを表す。例えば、Schweizer の t-norm, t-conorm を用いると、t-norm T と t-conorm S はそれぞれ、次のように表される。

$$T = 1 - \left[1 - \prod_{j=1}^n \{1 - (1 - x_j)^{p_{n+2}}\} \right]^{1/p_{n+2}}, \quad p_{n+2} > 0 \quad (30)$$

$$S = \left[1 - \prod_{j=1}^n (1 - x_j^{p_{n+3}}) \right]^{1/p_{n+3}}, \quad p_{n+3} > 0 \quad (31)$$

ただし、 $p_1, p_2, \dots, p_{n+3}$ はパラメータである。

(28)式の学習型ファジィ結合演算子は、t-norm

と t-conorm とを m の値を用いて線形結合している。 m の値は(29)式により入力 $x_1, x_2, \dots, x_n$ から計算できるので、学習型ファジィ結合演算子は、入力の大小に応じて、t-norm と t-conorm 間の重みを変化させることができる。図1に x_1, x_2 からなる2入力の場合の(29)式の m の一例を示す。図1では、 x_1, x_2 が小さいときは m の値が小さく、 x_1, x_2 が大きくなるにつれて m の値が大きくなるようにパラメータを設定している。また、入力 x_1 より x_2 を重視させるために、 $x_1=0$ の平面での m の傾きを大きくしている。図1の m を用いた学習型ファジィ結合演算子の入出力関係の例を図2に示す。(29)式から、入力 x_1, x_2 が小さいときは t-norm を重視した演算子となっており、 x_1, x_2 が大きいときは t-conorm を重視した演算子となっている。また、 x_1 よりも x_2 を重視する設定になっているので、入力 x_2 が大きい場合に、より t-conorm を重視した演算子となっている。

図1 学習型ファジィ結合演算子の m の一例

図2 学習型ファジィ結合演算子の一例

学習型ファジィ結合演算子はパラメータつきの t-norm と t-conorm から構成されているので、Zimmermann や前田らのファジィ結合演算子が代数積から代数和までを表現するのに対して、激烈積から激烈和までを表現できる。 x_1, x_2 からなる2入力として、パラメータ $p_1, p_2, \dots, p_5$ を変化させた場合に表現できる種々の演算子を表1に示す。パラメータ p_4, p_5 を変化させることにより種々の t-norm や t-conorm の演算子を表現できる。また、(28)式の線形結合を用いているので、t-norm と t-conorm の変化に対して線形性を満足した平均演算子を構成できる。

従来のファジィ結合演算子を用いて(26)式と(27)式を計算したと同様に、学習型ファジィ結合演算子を用いた場合の検索質問文式の一致度は次のように得られる。

$$\mu_P(\mathbf{x}_i) = \mu_{p_1}(x_{i1}) \otimes \mu_{p_2}(x_{i2}) \quad (32)$$

$$\mu_Q(\mathbf{x}_i) = \mu_{q_1}(x_{i1}) \otimes \mu_{q_2}(x_{i2}) \quad (33)$$

ただし、 $\mu_{p_1}(x_{i1}), \mu_{p_2}(x_{i2})$ と $\mu_{q_1}(x_{i1}), \mu_{q_2}(x_{i2})$ はそれぞれ、データ $\mathbf{x}_i = (x_{i1}, x_{i2})$, $i=1, 2, \dots, W$ に対するファジィ命題 p_1, p_2 と q_1, q_2 のメンバシップ値を表し、 $\otimes$ は学習型ファジィ結合演算子を表す。ここで、学習型ファジィ結合演算子は激烈積から激烈和までに含まれる t-norm や t-conorm を表現できるので、(32)式の t-norm も(33)式の t-conorm も同じ記号 $\otimes$ を用いて表す。

3.2 学習型ファジィ結合演算子のパラメータの調整方法

ここでは、データ $(\mathbf{x}_i, y_i) = (x_{i1}, \dots, x_{im}, y_i)$, $i=1, 2, \dots, N$ が与えられた場合に、差の2乗が小さくなるように学習型ファジィ結合演算子のパラメータを調整する方法について説明する。

表1 学習型ファジィ結合演算子でのパラメータと演算子の関係

パラメータ					ファジィ
p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	結合演算子
0	0	0	任意	$\rightarrow 0$	激烈積
1	1	1	$\rightarrow 0$	任意	激烈和
0.5	0.5	0.5	∞	∞	算術平均

パラメータの調整は次のように行われる。まず、演算子の結果 $\hat{y}$ と出力 y との差の 2 乗 E を次式で表す。

$$E = \frac{(\hat{y} - y)^2}{2} \quad (34)$$

この E を最小にするようなパラメータ p_j , $j = 1, 2, \dots, n+3$ の修正量を求める。 E を最小化するため、まず、パラメータ p_j の微小変化の差 E に対する影響 $\partial E / \partial p_j$ を、 p_j の微小変化の結果 $\hat{y}$ に対する影響 $\partial \hat{y} / \partial p_j$ と結果 $\hat{y}$ の差 E に対する影響 $\partial E / \partial \hat{y}$ とを用いて、次のように表す。

$$\frac{\partial E}{\partial p_j} = \frac{\partial E}{\partial \hat{y}} \cdot \frac{\partial \hat{y}}{\partial p_j} \quad (35)$$

$\partial E / \partial \hat{y}$ は、(34) 式から次のように得られる。

$$\frac{\partial E}{\partial \hat{y}} = \hat{y} - y \quad (36)$$

一方、(35) 式の右辺の $\partial \hat{y} / \partial p_j$ は、(28) 式から (31) 式により次のように得られる。

$$\frac{\partial \hat{y}}{\partial p_1} = \left[1 - \sum_{j=1}^n x_j \right] \cdot (S - T) \quad (37)$$

$$\frac{\partial \hat{y}}{\partial p_j} = x_{j-1} \cdot (S - T), \quad j = 2, 3, \dots, n+1 \quad (38)$$

$$\frac{\partial \hat{y}}{\partial p_{n+2}} = (1 - m) \cdot \frac{\partial T}{\partial p_{n+2}} \quad (39)$$

$$\frac{\partial \hat{y}}{\partial p_{n+3}} = m \cdot \frac{\partial S}{\partial p_{n+3}} \quad (40)$$

ここで、 T と S は Schweizer の t-norm と t-conorm を用いているので、(39) 式、(40) 式の $\partial T / \partial p_{n+2}$, $\partial S / \partial p_{n+3}$ は、それぞれ、

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial p_{n+2}} = & (1 - T) \left(\frac{1}{p_{n+2}^2} \log(f) + (1 - x_2)^{p_{n+2}} \right. \\ & \cdot \log(1 - x_2) - \frac{1}{p_{n+2} \cdot f} \cdot ((1 - x_1)^{p_{n+2}} \\ & \log(1 - x_1) - (1 - x_1)^{p_{n+2}} (1 - x_2)^{p_{n+2}} \\ & \cdot \log(1 - x_1) (1 - x_2))) \end{aligned} \quad (41)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial p_{n+3}} = & S \left(-\frac{1}{p_{n+3}^2} \log(g) + \frac{1}{p_{n+3} \cdot g} \right. \\ & \cdot (x_1^{p_{n+3}} \log(x_1) + x_2^{p_{n+3}} \log(x_2) \\ & \left. - x_{n+3}^{p_{n+3}} x_{2n+3}^{p_{n+3}} \log(x_1 x_2)) \right) \end{aligned} \quad (42)$$

$$\begin{aligned} f = & (1 - x_1)^{p_{n+2}} + (1 - x_2)^{p_{n+2}} \\ & - (1 - x_1)^{p_{n+2}} (1 - x_2)^{p_{n+2}} \end{aligned} \quad (43)$$

$$g = x_1^{p_{n+3}} + x_2^{p_{n+3}} - x_1^{p_{n+3}} x_2^{p_{n+3}} \quad (44)$$

と得られる。

(36) ~ (44) 式を用いて (35) 式の $\partial E / \partial p_j$ を計算できるので、最急降下法¹⁵⁾を用いて、 $\partial E / \partial p_j$ の負の方向にパラメータ p_j を変化させることにより E を最小化できる。すなわち、定数 $\alpha (> 0)$ を用いて、

$$\Delta p_j = -\alpha \cdot \frac{\partial E}{\partial p_j} \quad (45)$$

の方向に繰り返してパラメータを変化させることにより、 E を最小化できる。

4. 学習型ファジィ結合演算子による検索実験

学習型ファジィ結合演算子の有用性を確認するため、学習型ファジィ結合演算子を用いた検索実験を行った。実験では簡単な実験的なシステムとして、ホテルに関する情報が蓄積されているデータベースから「出張に便利なホテル」を検索する場合を考えた。図 3 にホテルのデータベースを示す。データベースには、16 件のホテルに対する宿泊費(円)と駅からの時間(分)のデータが蓄積されている。次の検索質問文を用いて実験を行った。

「出張に便利なホテル」
= 「宿泊費が安い」 and/or 「駅から近い」

ただし、「安い」と「近い」はメンバシップ関数であり、図 4 と図 5 にその一例を示す。

本検索システムでは、and/or を学習型ファジィ結合演算子を用いて構成し、検索者が与えた「出張に便利なホテル」の評価値をもとに学習型ファジィ結合演算子のパラメータを調整して、その検索者が満足する結果を検索する。

図6に検索実験の概念図を示し、以下に検索の手順を示す。

- 1) 検索者が「安い」と「近い」のメンバシップ関数の形状を決定する。
- 2) 検索者が16個のホテルデータに対して「出張に便利なホテル」の評価値を与える。16個の評価値の中で、8個をパラメータの同定用データとして用いて、残りの8個を検索結果を検証するための検証用データとして用いる。

ホテル名	宿泊費(円)	駅からの時間(分)
A	15000	20
B	15000	15
C	15000	10
D	15000	3
E	12000	20
F	12000	15
G	12000	10
H	12000	3
I	10000	20
J	10000	15
K	10000	10
L	10000	3
M	5000	20
N	5000	15
O	5000	10
P	5000	3

図3 ホテルデータベース

図4 「安い」を表すメンバシップ関数

図5 「近い」を表すメンバシップ関数

- 3) 8個の同定用データを用いて、最急降下法により学習型ファジィ結合演算子のパラメータを調整する。
- 4) 学習後の and/or を用いて、16件のホテルが検索質問文を満足する一致度を(32)式や(33)式から計算し、一致度の高い順にホテルを出力する。
- 5) 検証用データを用いて検索結果を検証する。

ただし、学習型ファジィ結合演算子の有用性を確認するため、4人の検索者にそれぞれ、次の4種類の観点から評価値を入力してもらった。

- a) 激烈積的な考え方
- b) 激烈和的な考え方
- c) 算術平均的な考え方
- d) 各要因が小さいときは and を強調し、大きいときは or を強調する考え方

表2に、4人の検索者の各ホテルに対する同定用データと検証用データの評価値を示す。パラメータの調整では、(29)式から(31)式までのパラメータの初期値を $p_1=0.0$, $p_2=p_3=0.5$, $p_4=1.0$, $p_5=1.0$ に設定し、(45)式の定数を $\alpha=0.01$ とし、表2の同定用データを用いて、4人の検索者の学習型ファジィ結合演算子のパラメータの同定を行った。調整後の学習型ファジィ結合演算子のパラメータを表3に示し、検索者aとbとに対し

図6 検索実験の概念図

て、評価値と検索結果によるホテルの順位を表4に示す。表4から、同定用データのホテルだけでなく検証用データのホテルに対しても、検索結果が評価値によくあっていることがわかる。これより、検索者が激烈積や激烈和的な考え方をする人であっても、その検索者が要求するような結果が検索できることがわかる。

次に、学習型ファジィ結合演算子のかわりに、前田のファジィ結合演算子を用いて同様な検索実験を行い、学習型ファジィ結合演算子との比較を行った。前田らは参考文献¹⁰⁾の中で、(23)式よりも(22)式のファジィ結合演算子の優位性を述べているので、ここでは、学習型ファジィ結合演算子と(22)式のファジィ結合演算子とを比較した。学習型ファジィ結合演算子での実験の条件と同様にするため、(22)式のパラメータの初期値を $a_0=0.0$, $a_1=a_2=0.5$, $\sigma_1=\sigma_2=1.0$ に設定し、準ニュートン

ン法での学習係数¹⁵⁾を0.01とした。評価値と検索結果との差の2乗和を表5に示す。ただし、差の2乗和 TE は次のように計算した。

$$TE = \frac{\sum_{i=1}^8 (\tilde{y}_i - y_i)^2}{2} \quad (46)$$

ここで、 y_i は同定用データあるいは検証用データの評価値であり、 $\tilde{y}_i$ は前田のファジィ結合演算子あるいは学習型ファジィ結合演算子による検索結果である。

表5において、学習型ファジィ結合演算子を用

表2 検索者が与えた評価値

	ホテル	宿泊費 が安い 度 合	駅から 近い 度 合	評 価 値			
				a	b	c	d
同定用 データ	C	0.0	0.7	0.0	0.7	0.3	0.3
	E	0.3	0.0	0.0	0.3	0.1	0.0
	F	0.3	0.3	0.0	0.8	0.3	0.2
	G	0.3	0.7	0.1	0.9	0.5	0.5
	J	0.7	0.3	0.1	0.9	0.5	0.5
	K	0.7	0.7	0.2	1.0	0.7	0.8
	L	0.7	1.0	0.7	1.0	0.8	1.0
	N	1.0	0.3	0.3	1.0	0.7	0.8
初期パラメータ での差の2乗和				0.52091	0.52091	0.02361	0.00481
検証用 データ	A	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	B	0.0	0.3	0.0	0.3	0.1	0.0
	D	0.0	1.0	0.2	0.9	0.5	0.6
	H	0.3	1.0	0.3	1.0	0.6	0.8
	I	0.7	0.0	0.0	0.7	0.4	0.3
	M	1.0	0.0	0.2	0.9	0.5	0.5
	O	1.0	0.7	0.7	1.0	0.9	1.0
	P	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
初期パラメータ での差の2乗和				0.25705	0.32705	0.02705	0.00855

表3 学習後のパラメータ

パラメータ	検索者 a	検索者 b	検索者 c	検索者 d
p ₁	0.0044	0.9791	0.4255	0.0638
p ₂	0.0078	0.9882	0.5417	0.5168
p ₃	0.0103	0.9939	0.4087	0.5470
p ₄	1.4362	0.1943	0.7912	1.2241
p ₅	0.1973	0.5665	1.0103	0.8147

表4 評価値と検索結果によるホテルの順位

順位	検 索 者 a				検 索 者 b			
	評価値		検索結果		評価値		検索結果	
1	P	1.00	P	1.00	P	1.00	P	1.00
2	O	0.70	□	0.70	O	1.00	□	1.00
3	□	0.70	O	0.70	■	1.00	O	1.00
4	■	0.30	H	0.31	□	1.00	H	1.00
5	H	0.30	■	0.31	■	1.00	■	0.99
6	M	0.20	■	0.21	H	1.00	D	0.99
7	■	0.20	□	0.08	M	0.90	M	0.99
8	D	0.20	□	0.08	□	0.90	■	0.97
9	□	0.10	■	0.03	□	0.90	□	0.92
10	□	0.10	D	0.01	D	0.90	□	0.92
11	I	0.00	M	0.01	■	0.80	■	0.79
12	■	0.00	□	0.01	I	0.70	□	0.69
13	■	0.00	I	0.00	□	0.70	I	0.69
14	□	0.00	■	0.00	■	0.30	B	0.30
15	B	0.00	B	0.00	B	0.30	■	0.29
16	A	0.00	A	0.00	A	0.00	A	0.00

注) □印は同定用データを表す。

表5 評価値と検索結果の差の2乗和

		検索者 a	検索者 b	検索者 c	検索者 d
同定用データ	学習型ファジィ 結合演算子	0.0010	0.0010	0.0025	0.0040
	前田のファジィ 結合演算子	—	—	0.0517	0.0453
検証用データ	学習型ファジィ 結合演算子	0.03652	0.0084	0.0073	0.0052
	前田のファジィ 結合演算子	—	—	0.3379	0.3510

いた場合の差の2乗和は、表2と比べて同定用データだけでなく、検証用データまでも小さくなっている。したがって、提案した学習型ファジィ結合演算子の有用性がいえる。前田のファジィ結合演算子と比較した場合、検索者 a と b はそれぞれ、激烈積的と激烈和的な考え方に基づいて評価しているので、前田のファジィ結合演算子では表現できない。検索者 c と d に対する比較では、学習型ファジィ結合演算子を用いた場合の差の2乗和が前田のファジィ結合演算子の場合よりも小さいことから、学習型ファジィ結合演算子が、検索者の and/or の演算子をよりよく表現していることがわかる。

5. おわりに

最急降下法を用いて検索者の検索要求を表すようにファジィ結合演算子のパラメータを調整する学習型ファジィ結合演算子を提案し、この演算子の有用性を検索実験により明らかにした。実験から、この演算子が激烈積から激烈和までの演算子を表現し、検索者の種々多様な and や or を表現できることを確認した。今後、類似の検索手法¹⁸⁾との比較や提案した学習型ファジィ結合演算子を多重に用いて検索質問文を構成した場合の学習方法¹⁹⁾等について検討していく必要がある。

本研究の一部は、科学技術庁の科学技術振興調整費による「ファジィシステムとその人間・自然系への適用に関する研究」の一環として行った。

参 考 文 献

- 1) V.Tahani: A Conceptual Framework for Fuzzy Query Processing-A Step toward Very Intelligent Database Systems, Information Processing and Management, Vol.13, pp.289-303(1977).
- 2) 深海, 馬野, 水本, 田中: Fuzzy データベース検索操作言語について, 電子通信学会技術研究報告, Vol.78, No.233, pp.65-72, AL78-85, オートマトンと言語研究会(1979)
- 3) S.Miyamoto: Fuzzy Sets in Information Retrieval and Cluster Analysis, Kluwer Academic(1990)
- 4) 馬野, 深海: ファジィ・データベースの現状について, 日本ファジィ学会誌, Vol.3, No.1, pp.2-14 (1991)
- 5) 宮本, 三宅: ファジィ情報検索について, 日本ファジィ学会誌, Vol.3, No.1, pp.15-26(1991)
- 6) B.Buckles, F.Petry: Fuzzy Database and Their Applications, in M.M.Gupta and E. Sanches(eds.), Fuzzy Information and Decision Processes, North-Holland, pp.361-371(1982)
- 7) A.Bookstein: Fuzzy Requests, An Approach to Weighted Boolean Searches, Journal of the American Society for Information Science, Vol.31, pp.240-247(1980)
- 8) M. Zemankova-Leech, A. Kandel: Fuzzy Relational Data Bases-A key to Expert Systems, TUV Rheinland(1984)
(邦訳)向殿: ファジィ・リレーショナル・データベース—エキスパート・システムへの鍵, 啓学出版(1987)
- 9) Y.Ogawa, T.Morita, K.Kobayashi: A Fuzzy Document Retrieval System Using the Keyword Connection Matrix and a Learning Method, Fuzzy Sets and Systems, Vol.39, No.2, pp.163-179(1991)
- 10) 前田, 村上: ファジィ結合演算による選考表現を用いた多目的問題のファジィ意志決定手法, 計測自動制御学会論文集, Vol.23, No.5, pp.517-524(1987)
- 11) 前田, 村上: ファジィ理論の対話型ファジィ意思決定支援システムにおける自然言語処理への適用, 計測自動制御学会論文集, Vol.26, No.9, pp.1074-1080(1990)
- 12) D. Dubois and H. Prade: Possibility Thoery, Plenum Press(1988)
- 13) 水本: ファジィ集合とファジィ推論, 第3回ファジィシステムシンポジウム, pp.37-48(1987)
- 14) H.J.Zimmermann and P.Zysno: Latent Connectives in Human Decision Making, Fuzzy Sets and Systems, Vol.4, No.1, pp.37-51(1980)
- 15) 今野, 山下: 非線形計画法, 日科技連(1978)
- 16) 内藤, 林, 若見: δ ルール学習機能を有するファジィ結合演算の提案とあいまい検索処理への応

- 用, 第13回計測自動制御学会知能システムシンポジウム, pp.75-79 (1991)
- 17) I.Hayashi, E.Naito and N.Wakami: A Proposal of Fuzzy Connective with Learning Function and Its Application to Fuzzy Information Retrieval, The International Fuzzy Engineering Symposium '91, pp.446-455, Yokohama (1991)
- 18) 加藤, Arnould, 三好, 出野: ルール前件部における相関関係の処理方法, 第9回ファジィシステムシンポジウム, pp.589-592 (1993)
- 19) 林, 内藤, 若見: 学習型ファジィ結合演算子のあいまい検索への応用, 第35回システム制御情報学会研究発表講演会, pp.181-182 (1991)

(1992年10月24日 受 付)

(1993年2月17日 再 受 付)

(1993年6月22日 再々受付)

[問い合わせ先]

〒580 大阪府松原市天美東5-4-33

阪南大学 商学部 経営情報学科

林 勲

☎: 0723-32-1224(内)8412

FAX: 0723-36-2633

E-mail: ihaya@hannan-u.ac.jp

著 者 紹 介

林 勲 (はやし いさお)

松下電器産業(株) 中央研究所 電子機器基礎研究所第6研究室
(現在、阪南大学 商学部 経営情報学科)

1981年大阪府立大学工学部経営工学科卒業。1985年大阪府立大学大学院工学研究科(経営工学専攻)修了。松下電器産業(株)を経て、1993年阪南大学商学部経営情報学科講師。現在に至る。ファジィルールモデルとニューラルネットワークとの融合、ファジィ検索の研究に従事。1991年電気関係学会関西支部連合大会講演会奨励賞受賞。工学博士。日本ファジィ学会、システム制御情報学会、計測自動制御学会、IFSA(International Fuzzy Systems Association)各会員。

若見 昇 (わかみ のぼる)

松下電器産業(株) 中央研究所 電子機器基礎研究所 第6研究室

1971年大阪大学基礎工学部制御工学科卒業。同年松下電器産業(株)入社。現在、中央研究所電子機器基礎研究所第6研究室室長。ファジィ理論とその応用に従事。工学博士。日本ファジィ学会、情報処理学会、システム制御情報学会などの会員。

内藤 栄一 (ないとう えいいち)

松下電器産業(株) 中央研究所 電子機器基礎研究所 第6研究室

1988年東京大学工学部金属材料学科卒業。同年松下電器産業(株)に入社。現在、中央研究所に所属。主として、ファジィ検索、ファジィエキスパートシステムの研究に従事。情報処理学会、日本ファジィ学会などの会員。

A Proposal of Fuzzy Connectives with Learning Function Using Steepest Descent Method

Isao HAYASHI, Eiichi NAITO, Noboru WAKAMI

Central Research Laboratories, Matsushita Electric Industrial Co., Ltd.

3-1-1, Yakumo-Nakamachi, Moriguchi, Osaka 570, Japan

In conventional fuzzy retrieval systems, retrieved results do not always satisfy users' requests since only some operators for 'and' and 'or' in retrieval queries are defined. In this paper, we propose new fuzzy connectives which can express 'and' and 'or' operators that provide users with results satisfactory to their request. The fuzzy connectives are defined using a convex combination with a weighting function of parametric t-norm and t-conorm proposed by Schweizer. When users' estimate for retrieved results are given, parameters of the fuzzy connectives are adjusted to minimize the square of errors between users' estimate and output of the fuzzy connectives by steepest descent method. The fuzzy connectives are called "fuzzy connectives with learning function." The fuzzy connectives with learning function mean any operators between drastic product and drastic sum, and can also represent linear mean operator between t-norm and t-conorm by using convex combination. Reported here is the formulation of fuzzy connectives with learning function, and a retrieval experiment employing the fuzzy connectives to show its usefulness.

Keywords : Fuzzy Retrieval, Fuzzy Connectives, T-norm, T-conorm, Mean Operator, Steepest Descent Method, Learning Function

The Discriminant about the Existence of Solutions in Fuzzy Inverse Problem

Sheng Rian HAN, Takashi SEKIGUCHI

Yokohama National University Faculty

of Engineering Division of Electrical and Computer Engineering

Tokiwadai 156, Hodogaya-ku Yokohama

Hiroshi TAKAHASHI

Electronics Research Laboratory, Nissan Research Center

Nissan Motor Co., Ltd.

1, Natsusima-cho, Yokosuka, 237

The fuzzy relation equations that were proposed by Sanchez in 1976, are very useful, when we want to deal with fuzzy relations between human behaviors and subjective evaluations.

This paper presents a study on the method of finding whether or not the fuzzy relation equations have solutions. This method can be applied not only the above-mentioned fuzzy relation equations but also be extended to fuzzy relation equations such as fuzzy inequality and fuzzy relation equations whose elements are indicated by interval values between 0 and 1.

This method consists of "the Signs Matrix Technique" that was proposed. "Signs Matrix" is the matrix whose elements are a greater/less than comparison sign between 2 matrices. This technique enables us to find the existence of solutions of extended fuzzy relation equations very easily.

Key words: Fuzzy Inverse Problem, Signs Matrix, Fuzzy Relation Equations with Interval Values,