論文

ファジィ関係逆問題における解の存在性判別[†]

韓 生廉^{*1} 関口 隆^{*1} 高橋 宏^{*2}

人間の操作特性と主観評価の関係などような、あいまいな量を含む説明変数と目的変数の関係記述としてファジィ理論を用いた表現方法が有効である。本論文では、ファジィ関係式およびその拡張として、ファジィ関係不等式、区間値ファジィ関係式の3つの関係に着目し、ファジィ関係行列と目的変数行列が与えられたとき、説明変数行列を求めるファジィ関係逆問題において、解の存在する条件を上記3つの関係式について、それぞれ検討した。

著者らが提案している記号行列の概念を導入することによって、ファジィ関係式、ファジィ関係式のすべての行列において、その要素が区間値で表されている場合においても、解の存在性を容易に判別できた。本論文にて提案した判別法のアルゴリズムが極めて簡単であるので、今後のファジィ関係逆問題の解の存在性の検討に有効な判別方法を与えることができた。

キーワード：ファジィ関係逆問題、記号行列、区間値ファジィ関係式、解の存在性、判別方法。

1. はじめに

1965年にファジィ集合の理論がL.A.Zadeh教授によって提案されて以来、自然言語に含まれているような人間の主観的な思考や判断のあいまい性を定量的に取り扱った研究成果が多く得られている。

これらの研究の中で、ファジィ関係式

$$\mathbf{R} \circ \mathbf{A} = \mathbf{B}$$

とその解法(ファジィ関係逆問題)というテーマは、かなり興味の深い問題である。ファジィ関係式概念がSanchezによって最初に提示され¹⁾、その後、数多くのファジィ関係式の解法およびその応用に関する研究がなされた²⁾⁻⁸⁾。さらに人間の行

なっているような柔軟な情報処理を目指して、ファジィ関係式 $\mathbf{R} \circ \mathbf{A} = \mathbf{B}$ を拡張し、右辺の $\mathbf{B}$ に許容範囲(Tolerances)を与えた場合の同定問題、ファジィ関係不等式などの解法とその応用が提案されている⁹⁾⁻¹³⁾。ファジィ関係逆問題は医療診断、故障診断、システム解析および意志決定などの諸分野において今後、ますます重要なものになると考えられている。

一方、ファジィ関係式・ファジィ関係不等式を解く場合、もっとも重要なことのひとつは、このファジィ関係式あるいはファジィ関係不等式の解が存在するかどうかを明確に判別することである。つまり、われわれは、ファジィ関係逆問題を取り扱うとき、まずその解があるかどうかという問題を明らかにすることが前提となる。

解の存在性の判別アルゴリズムに関する報告としては、島田ら¹⁴⁾のファジィ関係式の逆問題の解の存在領域を決定する手法や、林ら¹⁵⁾が島田らの手法を拡張し、 n 次元空間の領域に検討範囲を広げた研究などがある。本研究では、記号行列を用いた逆問題の解の存在性判別法を提案する。本論文では、以下に示すような

[†] The Discriminant about the Existence of Solutions in Fuzzy Inverse Problem
Sheng Rian HAN, Takashi SEKIGUCHI and Hiroshi TAKAHASHI

^{*1} 横浜国立大学工学部電子情報工学科

Division of Electrical and Computer Engineering, Faculty of Engineering, Yokohama National University

^{*2} 日産自動車(株) 総合研究所

Electronics Research Laboratory, Nissan Research Center, Nissan Motor Co., Ltd.

1) ファジィ関係式,
およびその拡張としての

2) ファジィ関係不等式

3) 区間値ファジィ関係式

の解の存在性の有無に関して見通しの良い判別アルゴリズムを検討し、この判別方法の有効性を示す。

1) ファジィ関係式

$$\mathbf{R} \circ \mathbf{A} = \mathbf{B} \quad (1-1)$$

$$\mathbf{R} = [r_{ij}]_{m \times n},$$

$$\mathbf{A} = (a_1, a_2, \dots, a_n)^T,$$

$$\mathbf{B} = (b_1, b_2, \dots, b_m)^T,$$

2) ファジィ関係不等式

ファジィ関係式(1-1)の拡張としてのファジィ関係不等式は次の式(1-2)のように表す。

$$\mathbf{R} \circ \mathbf{A} = [\mathbf{B}] \quad (1-2)$$

$$\mathbf{R} = [r_{ij}]_{m \times n},$$

$$\mathbf{A} = (a_1, a_2, \dots, a_n)^T,$$

$$[\mathbf{B}] = ([\underline{b}_1, \overline{b}_1], \dots, [\underline{b}_m, \overline{b}_m])^T$$

3) 区間値ファジィ関係式

ここでは、 $\mathbf{R}, \mathbf{A}, \mathbf{B}$ の要素の値がすべて区間値となるファジィ関係式(1-3)を区間値ファジィ関係式と呼ぶことにする。

$$[\mathbf{R}] \circ [\mathbf{A}] = [\mathbf{B}] \quad (1-3)$$

$$[\mathbf{R}] = [[r_{ij}, \overline{r_{ij}}]]_{m \times n},$$

$$[\mathbf{A}] = ([\underline{a}_1, \overline{a}_1], \dots, [\underline{a}_n, \overline{a}_n])^T,$$

$$[\mathbf{B}] = ([\underline{b}_1, \overline{b}_1], \dots, [\underline{b}_m, \overline{b}_m])^T$$

(‘ $\circ$ ’は $\max \cdot \min$ 合成演算を表す)

2. 問題の記述

ここでは、ファジィ関係逆問題において、解の存在性判別に関連する定義について述べる。解の存在性判別については、文献 8) に示した記号行列法を適用した。再度記号行列法について簡単に記述する。

[定義 2-1-1] :

ファジィ関係式の記号行列 $\mathbf{T}^1$:

ファジィ関係式 $\mathbf{R} \circ \mathbf{A} = \mathbf{B}$, 具体的に

$$\begin{bmatrix} r_{11} & \dots & r_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{m1} & \dots & r_{mn} \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

の記号行列 $\mathbf{T}^1 = [t^1_{ij}]_{m \times n}$ の各要素を次のように定める。

[1]. $r_{ij} > b_i$ ならば, $t^1_{ij} = '>'$,

[2]. $r_{ij} = b_i$ ならば, $t^1_{ij} = '='$,

[3]. $r_{ij} < b_i$ ならば, $t^1_{ij} = '<'$,

ただし、右辺は置換することを意味し、
 $i = 1, 2, \dots, m, \quad j = 1, 2, \dots, n,$

である。

[定義 2-1-2] :

ファジィ関係不等式の記号行列 $\mathbf{T}^2$:

ファジィ関係不等式 $\mathbf{R} \circ \mathbf{A} = [\mathbf{B}]$, 具体的に

$$\begin{bmatrix} \underline{b}_1 \\ \vdots \\ \underline{b}_m \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} r_{11} & \dots & r_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{m1} & \dots & r_{mn} \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \overline{b}_1 \\ \vdots \\ \overline{b}_m \end{bmatrix}$$

の記号行列 $\mathbf{T}^2 = [t^2_{ij}]_{m \times n}$ の各要素をつぎのように定める。

1) $r_{ij} > \overline{b}_i$ ならば, $t^2_{ij} = '>'$,

2) $\underline{b}_i \leq r_{ij} \leq \overline{b}_i$ ならば, $t^2_{ij} = '='$,

3) $r_{ij} < \underline{b}_i$ ならば, $t^2_{ij} = '<'$,

ただし、 $i = 1, 2, \dots, m,$

$j = 1, 2, \dots, n$

である。

[置換 f^1] :

記号行列によるファジィ関係式

$$\mathbf{R} \circ \mathbf{A} = \mathbf{B}$$

の解 $\mathbf{A}$ を求めるとき、次のような置換 f^1, f^2 が必要となる。

$$f^1 : \mathbf{T}^1(\text{記号}) \rightarrow W^1(\text{区間値 } [p_1, q_1])$$

具体的に、

$$f^1: \begin{cases} '>' \\ '=' \\ '<' \end{cases} \rightarrow \begin{cases} b_i \text{ または } [0, b_i] \\ [b_i, 1] \text{ または } [0, 1] \\ [0, 1] \end{cases}$$

[置換 f^2] :

記号行列によるファジィ関係不等式

$$\mathbf{R} \circ \mathbf{A} = [\mathbf{B}]$$

の解 $\mathbf{A}$ を求めるとき、つぎのような置換 f^2 が必要となる。

$$f^2: T^2(\text{記号}) \rightarrow W^2(\text{区間値 } [p_2, q_2])$$

具体的に、

$$f^2: \begin{cases} '>' \\ '=' \\ '<' \end{cases} \rightarrow \begin{cases} [b_i, \bar{b}_i] \text{ または } [0, \bar{b}_i] \\ [b_i, 1] \text{ または } [0, 1] \\ [0, 1] \end{cases}$$

上記置換 f^1, f^2 における記号と区間値の対応は、文献 8) の置換ルールによって一意に定められる。

ここでは、後記の定理を理解しやすくするために、[置換 f^1] のルールを簡単にまとめる。

[ルール 1] :

$$b_i > b_p, b_i' > b_p$$

とする。記号行列 $\mathbf{T}$ の (p, s) 要素が

$t_{ps} = '>'$ ならば、区間値行列 $\mathbf{W}$ へ置き換えるとき、

$$w_{is} = [0, b_i] \text{ for all } i \in I,$$

$$w_{i's} = [0, 1] \text{ for all } i' \in I',$$

と定める。ただし

$$I = \{i \mid t_{is} = '>'\}$$

$$I' = \{i' \mid t_{i's} = '='\}$$

である。

[ルール 2] :

記号行列 $\mathbf{T}$ において、

$$\exists s \in \{1, 2, \dots, n\},$$

$$t_{ij} = '<' \text{ for } j \neq s,$$

$$t_{ij} = '>' \text{ for } j = s$$

となるとき、 $\mathbf{W}$ の要素 w_{is} を $w_{is} = b_i$ と定める。

[ルール 3] :

記号行列 $\mathbf{T}$ において、

$$\exists s \in \{1, 2, \dots, n\},$$

$$t_{ij} = '<' \text{ for } j \neq s,$$

$$t_{ij} = '=', \text{ for } j = s,$$

のとき、 $\mathbf{W}$ の要素 w_{is} を

$$w_{is} = [b_i, 1] \text{ と定める。}$$

[ルール 4] :

$b_i > b_p$ とする。上記の [ルール 1] ~ [ルール 3] により、 $\{1, 2, \dots, n\}$ に属するある s に対して、 w_{is} を

$$w_{is} = \begin{cases} b_i, & \text{for } t_{is} = '>' \\ [0, b_i], & \text{for } t_{is} = '=' \end{cases}$$

と定めたとき、 w_{ps}, w_{pj}, w_{pq} を次の $[a], [b]$ のように定める。

$$[a]. w_{ps} = [b_p, 1], \text{ for } \forall p \in P$$

$$[b]. w_{pj} = [0, b_p], \text{ for } \forall j \in J$$

$$w_{pq} = [0, 1], \text{ for } \forall q \in Q$$

ただし、 $P = \{p \mid t_{ps} = '='\}$,

$$J = \{j \mid t_{pj} = '>', j \neq s\},$$

$$Q = \{q \mid t_{pq} = '=', q \neq s\} \text{ である。}$$

[ルール 5] :

$$b_i > b_p \text{ とする。}$$

[ルール 1] により、 $\{1, 2, \dots, n\}$ に属するある s に対して、 w_{is} を

$$w_{is} = \begin{cases} [0, 1], & \text{for } t_{is} = '=', \\ [0, b_i], & \text{for } t_{is} = '>', \end{cases}$$

と定めたとき、

$$w_{ps} = [0, 1], \text{ for } \forall p \in P,$$

と定める。

ただし、 $P = \{p \mid t_{ps} = '='\}$ である。

[ルール 6] :

$b_i = b_p$ とする。上記の [ルール 2], [ルール 3], [ルール 4] により、 $\{1, 2, \dots, n\}$ に属するある s に対して、 w_{is} を

$$w_{is} = \begin{cases} b_i, & \text{for } t_{is} = '>' \\ [b_i, 1], & \text{for } t_{is} = '=' \end{cases}$$

と定めたならば、

$$w_{ps} = \begin{cases} b_p & , \text{ for } t_{ps} = '>', \\ [b_p, 1] & , \text{ for } t_{ps} = '=', \end{cases}$$

と定める。

[ルール 7]:

行列 W の行番号順に調べる。

ある第 i 行の中に上記の [ルール 1] ~ [ルール 6] で定められない要素 (u で表す) が C 個あるとし、それぞれ

$u_{is1}, u_{is2}, \dots, u_{isc}$ で表す。ただし、 i は u の行番号で、 s_j は u の列番号である。

この場合、まず、 W を下の式 (3-7-1) ~ (3-7-C) に示すように $W^1, W^2, \dots, W^C$ に分ける。

$$W = i \begin{bmatrix} \cdot & \overbrace{\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot}^{C \text{ 個}} & \cdot \\ \cdot & u & u & u & u & u & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}$$

$$W^1 = i \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \overbrace{\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot}^{C-1 \text{ 個}} & \cdot \\ \cdot & u_{is1}^e & u_{is2}^f & \cdot & \cdot & u_{isc}^f & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \quad (3-7-1)$$

$$W^2 = i \begin{bmatrix} \cdot & \overbrace{\cdot \cdot \cdot}^{1 \text{ 個}} & \overbrace{\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot}^{C-2 \text{ 個}} & \cdot \\ \cdot & u_{is1}^f & u_{is2}^e & u_{is3}^f & \cdot & u_{isc}^f & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \quad (3-7-2)$$

$$W^C = i \begin{bmatrix} \cdot & \overbrace{\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot}^{C-1 \text{ 個}} & \cdot \\ \cdot & u_{is1}^f & u_{isc-1}^f & u_{isc}^e & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \quad (3-7-C)$$

ここで、

$$u_{isj}^e = \begin{cases} b_i & , \text{ for } t_{isj} = '>', \\ [b_i, 1] & , \text{ for } t_{isj} = '=', \end{cases}$$

$$u_{isj}^f = \begin{cases} [0, b_i] & , \text{ for } t_{isj} = '>', \\ [0, 1] & , \text{ for } t_{isj} = '=', \end{cases}$$

とする。上添え字 e, f は識別のための記号である。

(この行に u が一つしか存在しないとき、 $C=1$ となり、このとき、 u を次のように定める。

もし、 $w_{ij} = b_i$ あるいは $w_{ij} = [b_i, 1]$ が存在しないとき (for all j), u を $u = u_{isj}^e$ と定め、そうではないとき、 u を $u = u_{isj}^f$ と定める)。

次に各 W^c について、[ルール 1] から各ルールを番号順に適用する。

[定義 2-1-3]

ファジィ関係式の区間値行列 W^1 :

ファジィ関係式 $R \circ A = B$ の区間値行列 W^1 は、記号行列 T^1 を置換 f^1 によって得られたもので、その要素 w^1_{ij} がすべて $[0, 1]$ 区間の区間値 $[p_1, q_1]$ ($0 \leq p_1 \leq q_1 \leq 1$) である。

[定義 2-1-4]:

ファジィ関係不等式の区間値行列 W^2 :

ファジィ関係式 $R \circ A = [B]$ の区間値行列 W^2 は、記号行列 T^2 を置換 f^2 によって得られたもので、その要素 w^2_{ij} がすべて $[0, 1]$ 区間の区間値 $[p_2, q_2]$ ($0 \leq p_2 \leq q_2 \leq 1$) である。

3. 記号行列による解の存在性の判別

3.1. ファジィ関係式の解の存在性の判別

3.1.1. 解の存在する必要十分条件

ファジィ関係式

$$\begin{bmatrix} r_{11} & \cdot & \cdot & r_{1n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ r_{11} & \cdot & \cdot & r_{mn} \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} a_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ b_m \end{bmatrix} \quad (3-1-1)$$

において、

$$b_1 \geq b_2 \geq \dots \geq b_m$$

と仮定する。

[定理 3-1-1]:

ファジィ関係式 (3-1-1) において、

$$b_1 > b_2 > \dots > b_m$$

となるとき、解 A の存在する必要十分条件は、記

号行列 $\mathbf{T}^1$ から置換 f^1 によって得られた区間値行列 $\mathbf{W}^1$ のすべての $i (i=1, 2, \dots, m)$ に対して,

$$k \in \{1, 2, \dots, n\}$$

が存在し,

$$(a) \quad w^1_{ik} = b_i, \quad \text{for } t_{ik} = '>',$$

または

$$(b) \quad w^1_{ik} = [b_i, 1], \quad \text{for } t_{ik} = '=',$$

のような w^1_{ik} が少なくとも一つ存在する.

[必要性の証明]:

仮に, ファジィ関係式

$$\bigvee_j (r_{ij} \vee a_j) = b_i, \quad i=1, 2, \dots, m,$$

の解が存在し, その中の任意の一つを

$$\mathbf{A}^p = (a^p_1, a^p_2, \dots, a^p_n)^T,$$

とする.

ただし,

$\mathbf{T}$ は転置を表し,

$$p \in \{1, 2, \dots, u\},$$

u はファジィ関係式 (3-1-1) の互いに包含関係にない解の個数である.

$\mathbf{A}^p$ は

$$(r_{i1} \wedge a^p_1) \vee \dots \vee (r_{in} \wedge a^p_n) = b_i$$

$$i=1, 2, \dots, m$$

の解であるので,

$$\exists k \in \{1, 2, \dots, n\},$$

が存在し, かつ

$$\begin{cases} (r_{ik} \wedge a^p_k) = b_i \\ (r_{i1} \wedge a^p_1) \vee \dots \vee (r_{in} \wedge a^p_n) \leq b_i \quad (j \neq k) \end{cases} \quad (3-1-2)$$

を成立させる必要となる.

先ず (a) について検討する.

$$r_{ik} > b_i$$

ならば, 連立式 (3-1-2) を満足するような a^p_k が

$$a^p_k = b_i$$

となるしかない. [ルール 2] の条件をもとに,

$$w^1_{ik} = b_i, \quad \text{for } t_{ik} = '>'$$

となる.

一方,

$$r_{ik} > b_i$$

ならば, 記号行列 $\mathbf{T}^1$ の要素 t^1_{ik} は

$$t^1_{ik} = '>'$$

となる.

置換 f^1 により,

$$w^1_{ik} = \begin{cases} b_i, & \text{for } t_{ik} = '>', \\ \text{または} \\ [0, b_i], & \text{for } t_{ik} = '>', \end{cases}$$

と置換する.

このとき, 解ベクトル $\mathbf{A}^p$ の k 番目の要素 a^p_k は,

$$a^p_k = b_i$$

となっているので,

$$a^p_k = b_i$$

を満足するような w^1_{ik} は,

$$w^1_{ik} = b_i$$

となる必要がある.

(b) について,

$$r_{ik} = b_i$$

ならば, 式 (3-1-2) の

$$(r_{ik} \wedge a^p_k) = b_i$$

を満足するような a^p_k が

$$a^p_k = [b_i, 1]$$

となるしかない. [ルール 3] の条件をもとに,

$$w^1_{ik} = [b_i, 1], \quad \text{for } t_{ik} = '=',$$

となる.

一方, $r_{ik} = b_i$

ならば,

記号行列の要素 t^1_{ik} が

$$t^1_{ik} = '='$$

となる.

置換 f^1 により,

$$w^1_{ik} = \begin{cases} [b_i, 1] \\ \text{または} \\ [0, 1] \end{cases}$$

と置換する.

このとき, 解ベクトル $\mathbf{A}^p$ の k 番目の要素 a^p_k は,

$$a^p_k = [b_i, 1]$$

となっているので、

$$a^p_k = [b_i, 1]$$

を満足するような w^1_{ik} は、

$$w^1_{ik} = [b_i, 1]$$

となる必要がある。

[十分性の証明]：

(a) について

区間値行列 $\mathbf{W}^1$ において、仮に

$$w^1_{ik} = b_i, \text{ for } t^1_{ik} = '>',$$

or

$$w^1_{ik} = [b_i, 1], \text{ for } t^1_{ik} = '=',$$

のような k が存在するとする。ただし、

$$k \in \{1, 2, \dots, n\}$$

である。

まず、 $r_{ik} > b_i$ の場合を考える。行列 $\mathbf{W}^1$ の第 k 列の要素のいくつかある可能性区間の積集合によって得られたものを a^p_k とすると、

$$w^1_{ik} = b_i$$

となっているので、

$$a^p_k = b_i$$

となる。

$$r_{ik} > b_i$$

により、

$$r_{ik} \wedge a^p_k = b_i$$

が満足され、すなわち式 (3-1-2) の解が存在する。

同様に (b) について

$$t^1_{ik} = '=' \text{ のとき,}$$

$$w^1_{ik} = [b_i, 1]$$

となれば、[ルール 1] により、 t^1_{ik} の下に ' $>$ ' が存在しない、すなわち、 w^1_{ik} の下に $b_q < b_i$ のような b_q または $[0, b_q]$ が存在しない。従って、行列 $\mathbf{W}^1$ の第 k 列の要素のいくつかある可能性区間の積集合によって得られたものを a^p_k とすると、

$$a^p_k \subseteq [b_i, 1]$$

となる。

$$r_{ik} = b_i$$

により、

$$r_{ik} \cap a^p_k = b_i \vee [b_i, 1] = b_i$$

が満足され、式 (3-1-2) の解が存在する。

Q.E.D.

以上の検討から分かるように、

$$b_1 > b_2 > \dots > b_m$$

となるとき、記号行列 $\mathbf{T}^1$ のすべての行において、

$$'>' \text{ または } '='$$

が存在しても、必ずしも解が存在しない。

従って、一般にファジィ関係式

$$\mathbf{R} \circ \mathbf{A} = \mathbf{B}$$

の解が存在する必要十分条件は、記号行列 $\mathbf{T}^1$ から直接に判別できない。

[定理 3-1-2]：

ファジィ関係式 (3-1-1) の右辺の要素は

$$b_1 = b_2 = \dots = b_m$$

となるとき、その記号行列 $\mathbf{T}^1$ のすべての i ($i = 1, 2, \dots, m$) に対して、

$$\begin{cases} t_{ik} = '>', & \text{for all } i, \\ \text{または} \\ t_{ik} = '=', & \text{for all } i, \end{cases}$$

のような t_{ik} が少なくとも 1 つ存在すれば、解が存在する。

[証明]：

$$b_1 = b_2 = \dots = b_m$$

となる場合、その記号行列 $\mathbf{T}^1$ の

$$t_{ik} = '>'$$

のような要素 t_{ik} を置換 f^1 により、

$$w_{ik} = b_i,$$

に、

$$t_{ik} = '='$$

のような要素 t_{ik} を

$$w_{ik} = [b_i, 1],$$

に置き換えることができ、区間値行列 $\mathbf{W}^1$ のすべての行に

$$w_{ik} = b_i, \quad \text{for all } i,$$

または

$$w_{ik} = [b_i, 1], \quad \text{for all } i,$$

が存在する。[定理 3-1-1] によって、解が存在す

る。この場合には、解の存在性が記号行列から直接判別できる。Q.E.D.

3.1.2. 判別アルゴリズム

ステップ[1]：

$b_1 \geq b_2 \geq \dots \geq b_m$ の順に B の各行を入れ換え、それに対応して R の各行も入れ換える。

ステップ[2]：

[定義 2-1-1]に基づいてファジィ関係式

$$R \circ A = B$$

の記号行列 T^1 を定める。

ステップ[2]：

[定義 2-1-2]の置換 f^1 により記号行列 T^1 を区間値行列 W^1 に置き換える。

ステップ[3]：

W^1 の各行において、

$$\begin{cases} w_{ik}^1 = b_i \\ \text{または} & \text{for all } i \\ w_{ik}^1 = [b_i, 1] \end{cases}$$

が存在すれば、このファジィ関係式の解が存在すると断定する。

3.1.3. 数値例による解の存在する 必要十分条件の検討

例[3-1-1]：

$$b_1 = b_2 = \dots = b_m$$

の場合を考える。

ファジィ関係式

$$\begin{bmatrix} 0.8 & 0.3 \\ 0.6 & 0.2 \\ 0.5 & 0.1 \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.4 \\ 0.4 \end{bmatrix}$$

が与えられたとする。

アルゴリズムのステップ[2]により、記号行列 T^1 は、

$$T^1 = \begin{bmatrix} > & < \\ > & < \\ > & < \end{bmatrix}$$

となる。

$$b_1 = b_2 = b_3$$

となるので、

ステップ[3]の置換 f^1 により、

$$W^1 = \begin{bmatrix} 0.4 & [0,1] \\ 0.4 & [0,1] \\ 0.4 & [0,1] \end{bmatrix}$$

となる。

W^1 の各行において、 b_i があるので、解が存在すると断定できる。

解 A は、

$$A = (0.4, [0,1])^T$$

となる。

例[3-1-2]：

$b_1 > b_2 > \dots > b_m$ となる場合を考える。

ファジィ関係式

$$\begin{bmatrix} 0.8 & 0.7 \\ 0.6 & 0.3 \\ 0.5 & 1.0 \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.6 \\ 0.5 \\ 0.4 \end{bmatrix}$$

が与えられたとする。

ステップ[2]により、

$$T^1 = \begin{bmatrix} > & > \\ > & < \\ > & > \end{bmatrix}$$

となる。

ステップ[3]の置換 f^1 により、

$$W^1_1 = \begin{bmatrix} [0,0.6] & [0,0.6] \\ [0,0.5] & [0,1.0] \\ 0.4 & [0,0.4] \end{bmatrix}$$

$$W^1_2 = \begin{bmatrix} [0,0.6] & [0,0.6] \\ [0,0.5] & [0,1.0] \\ [0,0.4] & 0.4 \end{bmatrix}$$

上記の W^1_1 および W^1_2 において

$$\begin{cases} w_{ik} = b_i, & \text{for all } i, \\ \text{または} \\ w_{ik} = [b_i, 1], & \text{for all } i, \end{cases}$$

が少なくとも一つ存在するという条件が満足されないので、[定理 3-1-1]によってファジィ関係式の解が存在しない。

解を求めてみれば、 W_1 の列の要素の積集合から得られた

$$A_1 = (0.4, [0, 0.4])^T$$

および

W_2 の列の要素のいくつかある可能性区間の積集合から得られた

$$A_2 = ([0, 0.4], 0.4)^T$$

は、両者とも例[3-1-2]の解ではない。

以上の例[3-1-2]によって、

$$b_1 > b_2 > \dots > b_m$$

となるとき、

たとえ記号行列 T^1 のすべての行に ' $>$ ' または ' $=$ ' が存在しても、必ずしも解が存在しない。

従って、一般に、ファジィ関係式の右辺の B は、

$$b_1 > b_2 > \dots > b_m$$

となる場合、解の存在する必要十分条件は、記号行列 T^1 から直接に判別できない。

3.2. ファジィ関係不等式の解の存在性の判別

ファジィ関係不等式

$$R \circ A = [B] \quad (3-2-1)$$

は、ファジィ関係式

$$R \circ A = B$$

の目的変数行列 B の要素を実数値から区間値に拡張したものである。

解の存在性判別アルゴリズムが、上記の 3.1 に述べたファジィ関係式のアルゴリズムと類似しているので、これについての記述を略すことにする。

3.3. 区間値ファジィ関係式の解の存在性の判別

一般的に、ファジィ関係式

$$R \circ A = B$$

のファジィ関係行列 R の要素値および目的変数行列 B の要素値は、 $[0, 1]$ 区間の実数値で与えられたが、実際に応用上でそれらの値を区間値に拡張する必要となることが少なくない。

例えば、説明変数行列 A の要素 a_i と目的変数行列 B の要素 b_j のある性質についての関連の深さを r_{ij} で表すとき、 r_{ij} の値を $[0, 1]$ 区間のある実数

値 g に限定するよりも、区間値 $[p, q]$ として設定するほうが、より人間の柔軟性に富んだ情報処理機能に近いと考えられる。

ファジィ関係式

$$R \circ A = B$$

において、さらに実用性、柔軟性を考慮した区間値ファジィ関係式という概念を提案し、その解法についての考え方、解の存在性の判別方法およびそのアルゴリズムを以下に述べる。

3.3.1. 区間値ファジィ関係式の解法の考え方

[定義 3-3-1] :

区間値ファジィ関係式

$$[R] \circ [A] = [B]$$

において、

与えられた $[R]$ および $[B]$ の要素が、すべて区間値 $[p, q]$ ($0 \leq p \leq q \leq 1$) であるものを区間値ファジィ関係式と呼ぶ。

ここでは、区間値ファジィ関係式を式(3-3-1)で表すことにし、式(3-3-1)を行列で表すと、式(3-3-2)のようになる。

$$[R] \circ [A] = [B] \quad (3-3-1)$$

$$\begin{bmatrix} [r_{11}, \overline{r_{11}}] & \cdot & \cdot & \cdot & [r_{1n}, \overline{r_{1n}}] \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ [r_{m1}, \overline{r_{m1}}] & \cdot & \cdot & \cdot & [r_{mn}, \overline{r_{mn}}] \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} [a_1, \overline{a_1}] \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ [a_n, \overline{a_n}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [b_1, \overline{b_1}] \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ [b_n, \overline{b_n}] \end{bmatrix} \quad (3-3-2)$$

式(3-3-2)において、 $[R]$ と $[B]$ の要素は、すべて区間値であるので、 $[r_{ij}, \overline{r_{ij}}]$ と $[b_i, \overline{b_i}]$ とは互いに重なったり、1つは他に包含されたりし、 $[R]$ と $[B]$ の大小関係が容易に判断できない。従って、ファジィ関係式・不等式のように、 R の要素と B の要素の大小を比較することによる演算が適用できなくなる。

ここでは、前述した大小関係を比較できないの

で、筆者らが提案している区間値ファジィ関係式¹³⁾の解法についての考え方を概説する。

[1]. 区間値ファジィ関係式(3-3-2)を解くことは、その下限関係式と上限関係式とを解くことと同等である。

[2]. 区間値ファジィ関係式(3-3-2)の下限関係式と上限関係式は、それぞれ式(3-3-2)と式(3-3-2)に示すものである。

$$\begin{bmatrix} \underline{r}_{11} & \cdot & \cdot & \cdot & \underline{r}_{1n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \underline{r}_{m1} & \cdot & \cdot & \cdot & \underline{r}_{mn} \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} \underline{a}_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \underline{a}_n \end{bmatrix} \geq \begin{bmatrix} \underline{b}_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \underline{b}_m \end{bmatrix} \quad (3-3-2)$$

$$\begin{bmatrix} \overline{r}_{11} & \cdot & \cdot & \cdot & \overline{r}_{1n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \overline{r}_{m1} & \cdot & \cdot & \cdot & \overline{r}_{mn} \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} \overline{a}_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \overline{a}_n \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \overline{b}_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \overline{b}_m \end{bmatrix} \quad (3-3-2)$$

[3]. 式(3-3-2)は、式(a)と式(b)の2つのファジィ関係式で、また、式(3-3-2)は、式(a)と式(b)の2つのファジィ関係式に分解することができる。

$$\begin{bmatrix} \underline{r}_{11} & \cdot & \cdot & \cdot & \underline{r}_{1n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \underline{r}_{m1} & \cdot & \cdot & \cdot & \underline{r}_{mn} \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} \underline{a}_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \underline{a}_n \end{bmatrix} > \begin{bmatrix} \underline{b}_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \underline{b}_m \end{bmatrix} \quad (a)$$

$$\begin{bmatrix} \underline{r}_{11} & \cdot & \cdot & \cdot & \underline{r}_{1n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \underline{r}_{m1} & \cdot & \cdot & \cdot & \underline{r}_{mn} \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} \underline{a}_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \underline{a}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{b}_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \underline{b}_m \end{bmatrix} \quad (b)$$

$$\begin{bmatrix} \overline{r}_{11} & \cdot & \cdot & \cdot & \overline{r}_{1n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \overline{r}_{m1} & \cdot & \cdot & \cdot & \overline{r}_{mn} \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} \overline{a}_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \overline{a}_n \end{bmatrix} < \begin{bmatrix} \overline{b}_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \overline{b}_m \end{bmatrix} \quad (a)$$

$$\begin{bmatrix} \underline{r}_{11} & \cdot & \cdot & \cdot & \underline{r}_{1n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \underline{r}_{m1} & \cdot & \cdot & \cdot & \underline{r}_{mn} \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} \underline{a}_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \underline{a}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{b}_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \underline{b}_m \end{bmatrix} \quad (\bar{b})$$

[4]. [u,v]を下限式uと上限式vから得られた解の組み合わせとすると、次の式が成立する。

$$\begin{aligned} [(\underline{a}), (\overline{a})] &\subseteq [(\underline{b}), (\overline{b})], \\ [(\underline{a}), (\overline{b})] &\subseteq [(\underline{b}), (\overline{b})], \\ [(\underline{b}), (\overline{a})] &\subseteq [(\underline{b}), (\overline{b})], \end{aligned}$$

[5]. 上記の[1]~[4]によって、区間値ファジィ関係式(3-3-2)を解くことは、次の連立方程式を解くことと同等である。

$$\begin{bmatrix} \underline{r}_{11} & \cdot & \cdot & \cdot & \underline{r}_{1n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \underline{r}_{m1} & \cdot & \cdot & \cdot & \underline{r}_{mn} \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} \underline{a}_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \underline{a}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{b}_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \underline{b}_m \end{bmatrix} \quad (b)$$

$$\begin{bmatrix} \overline{r}_{11} & \cdot & \cdot & \cdot & \overline{r}_{1n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \overline{r}_{m1} & \cdot & \cdot & \cdot & \overline{r}_{mn} \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} \overline{a}_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \overline{a}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{b}_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \overline{b}_m \end{bmatrix} \quad (\bar{b})$$

3.3.2. 区間値ファジィ関係式の解の存在性の判別

[定理 3-3-1]:

区間値ファジィ関係式(3-3-2)の解の存在する必要十分条件は、その下限関係式(3-3-2)および上限関係式(3-3-2)の解が同時に存在することである。

[証明]:

3.3.1.に述べたことによって、この定理は明らかである。

ただし、下限式

$$\begin{bmatrix} \underline{r}_{11} & \cdot & \cdot & \cdot & \underline{r}_{1n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \underline{r}_{m1} & \cdot & \cdot & \cdot & \underline{r}_{mn} \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} \underline{a}_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \underline{a}_n \end{bmatrix} \geq \begin{bmatrix} \underline{b}_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \underline{b}_m \end{bmatrix} \quad (3-3-2)$$

の解の存在する必要十分条件は、ファジィ関係式

$$\mathbf{R} \circ \mathbf{A} = \mathbf{B}$$

の解の存在する必要十分条件と同じであるので、ファジィ関係式の解の存在性判別法の適用ができる。

上限式

$$\begin{bmatrix} \overline{r}_{11} & \cdot & \cdot & \cdot & \overline{r}_{1n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \overline{r}_{m1} & \cdot & \cdot & \cdot & \overline{r}_{mn} \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} \overline{a}_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \overline{a}_n \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \overline{b}_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \overline{b}_m \end{bmatrix} \quad (3-3-2)$$

において、Rの要素とBの要素の大小関係の如何に関わらず、解が存在するのは自明であるので、解の存在性を検討する必要がない。

従って、区間値ファジィ関係式(3-3-2)の解の存在性を判別するとき、ただその下限式(3-3-2)の解が存在するか、否かだけを判別すればよい。

3.3.3. 判別アルゴリズム

ステップ[1]:

区間値ファジィ関係式

$$[\mathbf{R}] \circ [\mathbf{A}] = [\mathbf{B}]$$

の下限式

$$\underline{\mathbf{R}} \circ \underline{\mathbf{A}} = \underline{\mathbf{B}}$$

上限式

$$\overline{\mathbf{R}} \circ \overline{\mathbf{A}} = \overline{\mathbf{B}}$$

を求める。

ステップ[2]:

下限式について、

$$\underline{b}_1 \geq \underline{b}_2 \geq \dots \geq \underline{b}_m$$

の順にBの各行を入れ換え、それに対応してRの各行も入れ換える。

ステップ[3]:

下限式の記号行列 $\mathbf{T}^1$ を求める。

ステップ[4]:

置換 $f^1: \mathbf{T}^1 \rightarrow \mathbf{W}^1$ を行う。

ただし、 $b_1 = b_2 = \dots = b_m$ のとき、記号行列 $\mathbf{T}^1$ から直接に判別できる。

ステップ[5]:

下限式の区間値行列 $\mathbf{W}^1$ についてファジィ関係式

$$\mathbf{R} \circ \mathbf{A} = \mathbf{B}$$

の解の存在性判別法([定理 3-1-1])を適用する。

例[3-3-1]:

次のような区間値ファジィ関係式を考える。

$$\begin{bmatrix} [0.2, 0.4] & [0.3, 0.6] \\ [0.1, 0.5] & [0.3, 0.7] \\ [0.4, 0.9] & [0.5, 0.6] \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} [\underline{a}_1, \overline{a}_1] \\ [\underline{a}_2, \overline{a}_2] \\ [\underline{a}_3, \overline{a}_3] \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} [0.6, 0.8] \\ [0.3, 0.4] \\ [0.4, 0.7] \end{bmatrix}$$

ステップ[1]により、下限式は

$$\begin{bmatrix} 0.2 & 0.3 \\ 0.1 & 0.3 \\ 0.4 & 0.5 \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} \underline{a}_1 \\ \underline{a}_2 \\ \underline{a}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.6 \\ 0.3 \\ 0.4 \end{bmatrix} \quad (1)$$

となる。

ステップ[2]により、Bの要素の大きい順でBとRの各行を同時に入れ換えると、式(1)は

$$\begin{bmatrix} 0.2 & 0.3 \\ 0.4 & 0.5 \\ 0.1 & 0.3 \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} \underline{a}_1 \\ \underline{a}_2 \\ \underline{a}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.6 \\ 0.4 \\ 0.3 \end{bmatrix} \quad (2)$$

となる。

ステップ[3]により、

$$\mathbf{T}^1 = \begin{bmatrix} < & < \\ = & > \\ < & = \end{bmatrix}$$

となる。

ステップ[4]の置換 f^1 により,

$$\underline{W}^1 = \begin{bmatrix} [0,1] & [0,1] \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \end{bmatrix}$$

の第1行に, $b_i=0.6$ または $[b_i,1]=[0.6,1]$ が存在しない. [定理 3-1-1]により, 解が存在しない.

4. 逆判別法

以上でファジィ関係逆問題の解の存在する必要十分条件を述べたが, 記号行列 T から置換 f によって区間値行列 W に置き換える必要があり, 検討手順が煩雑になる.

この点に鑑み, ここでは, 筆者らが文献8)に提案した解の存在しない場合の記号行列のパターンについてのみ示す.

次のようなパターンとなると, 解が存在しない.

[1]. for all j :

$\exists i, i=1,2,\dots,m,$

$$T^1 = i \begin{bmatrix} * & * & * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * & * & * \\ < & < & < & < & < < \\ * & * & * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * & * & * \end{bmatrix} \quad (4-1)$$

ならば, 解が存在しない.

例[4-1]:

$$\begin{bmatrix} 0.6 & 0.2 & 0.7 \\ 0.5 & 0.1 & 0.4 \\ 0.3 & 0.4 & 0.2 \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9 \\ 0.4 \\ 0.3 \end{bmatrix}$$

記号行列 T^1 は[定義 2-1-1]により

$$T^1 = \begin{bmatrix} < & < & < \\ > & < & = \\ = & > & < \end{bmatrix}$$

となり, よって解が存在しない.

[2]. $b_i > b_p$ とする.

$\exists k \in \{1,2,\dots,n\}$

記号行列 T^1 は

$$T^1 = i \begin{bmatrix} * & * & * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * & * & * \\ < & < & < & > & < & < \\ * & * & * & * & * & * & * \\ * & * & * & > & * & * & * \end{bmatrix} \quad (4-2)$$

ならば, 解が存在しない.

例[4-2]:

$$\begin{bmatrix} 0.6 & 1.0 & 0.7 \\ 0.5 & 0.1 & 0.4 \\ 0.3 & 0.4 & 0.2 \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9 \\ 0.4 \\ 0.3 \end{bmatrix}$$

$$T^1 = \begin{bmatrix} < & > & < \\ > & < & = \\ = & > & < \end{bmatrix}$$

よって, 解が存在しない.

[3]. $b_i > b_p$ とする.

$\exists k \in \{1,2,\dots,n\}$

記号行列 T^1 は

$$T^1 = i \begin{bmatrix} * & * & * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * & * & * \\ < & < & < & = & < & < \\ * & * & * & * & * & * & * \\ * & * & * & > & * & * & * \end{bmatrix} \quad (4-3)$$

ならば, 解が存在しない.

例[4-3]:

$$\begin{bmatrix} 0.6 & 0.9 & 0.7 \\ 0.5 & 0.1 & 0.4 \\ 0.3 & 0.4 & 0.2 \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9 \\ 0.4 \\ 0.3 \end{bmatrix}$$

記号行列 T^1 は

$$T^1 = \begin{bmatrix} < & = & < \\ > & < & = \\ = & > & < \end{bmatrix}$$

となり, よって解が存在しない.

[4]. $b_1 > b_2 > \dots > b_m$ とする.

$$\exists p \in \{1, 2, \dots, m\}$$

$$P \geq 2, \quad t_{pj} = '>', \quad \text{for all } j,$$

$$T^1 = i \begin{bmatrix} * & * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * & * \\ > & > & > & > & > \\ * & * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * & * \end{bmatrix} \quad (4-4)$$

ならば, 解が存在しない.

例[4-4]:

$$\begin{bmatrix} 0.6 & 0.9 & 0.7 & 0.2 & 0.5 \\ 0.3 & 0.8 & 0.6 & 0.9 & 0.4 \\ 0.8 & 0.9 & 0.7 & 0.1 & 0.4 \\ 0.5 & 0.6 & 0.8 & 0.3 & 0.2 \\ 0.7 & 0.9 & 0.2 & 0.3 & 0.5 \\ 0.6 & 0.9 & 0.1 & 0.3 & 0.7 \\ 0.5 & 0.7 & 0.4 & 0.8 & 1.0 \\ 0.2 & 0.6 & 0.1 & 0.3 & 0.2 \\ 0.9 & 0.1 & 0.2 & 0.8 & 0.4 \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \\ a_8 \\ a_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.8 \\ 0.7 \\ 0.6 \\ 0.6 \\ 0.5 \\ 0.5 \\ 0.3 \\ 0.2 \\ 0.2 \end{bmatrix}$$

記号行列 T^1 は

$$T^1 = \begin{bmatrix} < & > & < & < & < \\ < & > & < & > & < \\ > & > & > & < & < \\ < & = & > & < & < \\ > & > & < & < & = \\ > & > & < & < & > \\ > & > & > & > & > \\ = & > & < & > & = \\ > & < & = & > & > \end{bmatrix}$$

となり, よって解が存在しない.

ただし, [1], [2], [3], [4]の記号行列 T^1 の要素 '*' は, 任意の記号を意味する.

先述したように, 解の存在性の判別方法としては文献 15)があるが, 9行5列の上記の例では, ${}_9C_5 \cdot {}_5C_2 (=360)$ 個の2行2列の部分行列を抽出し, それぞれについて解の存在性を検討する必要がある. しかし, 本手法では記号行列を用いることにより, 簡単に解の存在性を判別できる.

5. おわりに

本論文では, ファジィ関係逆問題を取り扱うとき, 解決しなければならない, 解の存在性判別に, 記号行列の概念を導入した. これによって, ファジィ関係式, ファジィ関係不等式および区間値ファジィ関係式において, 容易に解が存在するか否かを判別でき, 今後のファジィ関係逆問題の解の存在性の検討に有効な判別方法を与えることができた.

参 考 文 献

- 1) E.Sanchez: Resolution of Composite Fuzzy Relation Equations. Information and Control, 30, pp.38-48 (1976)
- 2) 塚本, 田代: Fuzzy 逆問題の解法, 計測自動制御学会論文集, Vol.15, No.1, pp.21-25. (1979)
- 3) R.R.Tong: Analysis and Control of Fuzzy Systems Using Finite Discrete Relations Int.J, Control, Vol.27, No.3, pp.431-442 (1978).
- 4) M.Higashi, G.J.Klir: Resolution of Finit Fuzzy Relation Equations. Fuzzy Sets and Systems, 13, pp.65-82 (1984)
- 5) C.P.Pappis, M.Sugeno: Fuzzy Relation Equations and The Inverse Problem. Fuzzy Sets and Systems, 15, pp.79-90 (1985)
- 6) M.Miyakoshi, M.Shimbo: Lower Solutions of Systems of Fuzzy Equations. Fuzzy Sets and systems, 19, pp.37-46 (1986)
- 7) 韓, 関口: ファジィ関係式の区間値記号法, 6th Fuzzy System Symposium, pp.319-322 (Tokyo, Sep, 1990)
- 8) 韓, 関口: 記号行列によるファジィ関係式の解法

- 日本ファジィ学会誌, Vol.4, No.1, pp.160-171(1992)
- 9) M.Wagenknecht, K.Hartmann:Fuzzy Modeling With Tolerances. Fuzzy Sets and Systems, 20, pp.325-332(1986)
- 10) M.Wagenknecht, K.Hartmann: On Direct and Inverse Problems for Fuzzy Equation Systems With Tolerances. Fuzzy Sets and Systems, 24, pp.93-102(1987)
- 11) M.Wagenknecht, K.Hartmann: On The Existence of Minimal Solutions for Fuzzy Equations With Tolerances. Fuzzy Sets and Systems, 34, pp.237-244(1990)
- 12) 韓, 関口: ファジィ関係不等式の一般解法. 日本ファジィ学会誌, Vol.4, No.4, pp.710-721(1992)
- 13) 高橋, 韓, 関口: 区間値ファジィ関係式の逆問題解法による走行環境推定. 日本ファジィ学会誌, Vol.5, No.4, pp.827-839(1993)
- 14) 島田, 中村, 吉田: ファジィ逆問題解における解なし現象の発見法と知識の整合性の検討. 第9回医療情報学連合大会論文集, pp.301-304(1990)
- 15) 林, 井村: ファジィ対応の逆問題の解の存在領域の決定法. 第7回ファジィシステムシンポジウム講演論文集, pp.189-191(1991)
- (1992年7月24日 受付)
(1993年3月24日 再受付)
(1993年6月30日 再々受付)

[問い合わせ先]

〒240 横浜市保土ヶ谷区常盤台156
横浜国立大学工学部電子情報工学科
関口研究室
韓 生廉
TEL: 045-335-1451(内)2930
FAX: 045-338-1157

著者紹介

韓 生廉 (かん せいれん)

横浜国立大学 工学部客員研究員
昭和35年ハルビン工業大学に入学, 39年東北大学に転校, 44年東北大学卒業(無線電技術), 昭和64年横浜国立大学大学院電子情報工学科博士課程前期修了, 平成4年同大学大学院博士課程後期修了, ファジィ関係・ファジィ関係逆問題の理論と応用等に関する研究に従事, 計測自動制御学会, ファジィ学会会員, 工学博士。

関口 隆 (せきぐち たかし)

横浜国立大学 工学部教授
昭和34年横浜国立大学工学部電気工学科卒業, 34年4月から36年7月まで安川電機製作所勤務, 36年8月横浜国立大学工学部助手, 39年8月講師, 43年7月助教授, 52年8月教授, 主として, FA, CIMシステム, ファジィ理論とその応用に関する研究に従事, 電気学会, IEEE, 日本ファジィ学会, 計測自動制御学会, システム制御情報学会会員, 工学博士。

高橋 宏 (たかはし ひろし)

日産自動車(株) 総合研究所 電子研究所
昭和56年 横浜国立大学工学部情報工学科卒業, 58年 東京工業大学総合理工学研究科電子システム修士課程修了, 同年(株)東芝入社, 次時代医療装置の開発に従事, 61年3月同社退職, 同年4月日産自動車(株)中央研究所電子研究所に入社, ファジィ理論等を用いたヒューマン・マシン研究に興味がある, 日本ファジィ学会, 計測自動制御学会, 電子情報通信学会, 日本機械学会, 日本人間工学会等会員, 工学博士。

A Proposal of Fuzzy Connectives with Learning Function Using Steepest Descent Method

Isao HAYASHI, Eiichi NAITO, Noboru WAKAMI

Central Research Laboratories, Matsushita Electric Industrial Co., Ltd.

3-1-1, Yakumo-Nakamachi, Moriguchi, Osaka 570, Japan

In conventional fuzzy retrieval systems, retrieved results do not always satisfy users' requests since only some operators for 'and' and 'or' in retrieval queries are defined. In this paper, we propose new fuzzy connectives which can express 'and' and 'or' operators that provide users with results satisfactory to their request. The fuzzy connectives are defined using a convex combination with a weighting function of parametric t-norm and t-conorm proposed by Schweizer. When users' estimate for retrieved results are given, parameters of the fuzzy connectives are adjusted to minimize the square of errors between users' estimate and output of the fuzzy connectives by steepest descent method. The fuzzy connectives are called "fuzzy connectives with learning function." The fuzzy connectives with learning function mean any operators between drastic product and drastic sum, and can also represent linear mean operator between t-norm and t-conorm by using convex combination. Reported here is the formulation of fuzzy connectives with learning function, and a retrieval experiment employing the fuzzy connectives to show its usefulness.

Keywords : Fuzzy Retrieval, Fuzzy Connectives, T-norm, T-conorm, Mean Operator, Steepest Descent Method, Learning Function

The Discriminant about the Existence of Solutions in Fuzzy Inverse Problem

Sheng Rian HAN, Takashi SEKIGUCHI

Yokohama National University Faculty

of Engineering Division of Electrical and Computer Engineering

Tokiwadai 156, Hodogaya-ku Yokohama

Hiroshi TAKAHASHI

Electronics Research Laboratory, Nissan Research Center

Nissan Motor Co., Ltd.

1, Natsusima-cho, Yokosuka, 237

The fuzzy relation equations that were proposed by Sanchez in 1976, are very useful, when we want to deal with fuzzy relations between human behaviors and subjective evaluations.

This paper presents a study on the method of finding whether or not the fuzzy relation equations have solutions. This method can be applied not only the above-mentioned fuzzy relation equations but also be extended to fuzzy relation equations such as fuzzy inequality and fuzzy relation equations whose elements are indicated by interval values between 0 and 1.

This method consists of "the Signs Matrix Technique" that was proposed. "Signs Matrix" is the matrix whose elements are a greater/less than comparison sign between 2 matrices. This technique enables us to find the existence of solutions of extended fuzzy relation equations very easily.

Key words: Fuzzy Inverse Problem, Signs Matrix, Fuzzy Relation Equations with Interval Values,

Existence of Solutions, Method of Discr

Keywords : Fuzzy Inverse Problem, Signs Matrix, Fuzzy Relation Equations with Interval Values, Existence of Solutions, Method of Discrimination.

A Proposal of Hierarchical Fuzzy Modeling Method

Shoichi NAKAYAMA

Fujitsu VLSI Limited

Kozoji-cho, Kasugai, Aichi, 487, Japan

Takeshi FURUHASHI, Yoshiki UCHIKAWA

Faculty of Engineering, Nagoya University

Furo-cho, Chikusa-ku, Nagoya, 464-01, Japan

Fuzzy modeling is a method to describe the characteristics of complex systems using fuzzy inference. The method has a distinguishing feature in that it can express complex nonlinear systems linguistically. However in the case where the system has multi-inputs, the acquired fuzzy rules through some sorts of learning are hard to understand. And when it is difficult to obtain sufficient input-output data from the system with multi-inputs, the fuzzy model cannot be made precise.

This paper presents a hierarchical fuzzy modeling method. The proposed fuzzy modeling method uses fuzzy neural networks(FNNs). The identified fuzzy rules with the new method are easy to understand. The proposed method enables to obtain a precise fuzzy model even with limited number of input-output data.

Keywords : Fuzzy Modeling, Fuzzy Neural Network, Neural Network

Method of Curve Recognition Using Fuzzy Reasoning — In the Case of Elliptic Curves —

Takashi KATO

Kogakuin University Faculty

2665-1, Nakano-machi, Hatioji-shi, Tokyo 192, Japan

A personal computer has developed as a tool which is effectively used by designers and engineers. In recent years, it has required to read a drawing by machine automatically. It has become very important to develop the method which recognizes automatically the segment of a line. Many kinds of method for the curve recognition, such as the segment chain encoding and vector method, have developed. The curve recognition has many cases that the human vagueness are treated. The author doesn't use the method of the old recognition techniques and has a try to do the curve recognition by using the approximate reasoning. In this study, it is convenient to apply the elliptic curve that the radius of curvature is changed by the length of a major or minor axis. As the result of the test, a method of curve recognition by fuzzy reasoning can be obtained sufficiently recognition for the curved lines that a major and minor axis in the elliptic form is the ratio 4.6 : 1.0. And it became clear that this method is useful.

Keywords : Fuzzy Inference, Curve Recognition, Inner Product of Vector, Pixel Follow-Up Method, Elliptic Curve