田中-菅野のファジィシステム安定定理の拡張[†]

川本 俊治* 多田 憲正* 石亀 篤司* 谷口 経雄*

田中と菅野のファジィシステム安定定理では、リアプノフ直接法に基づいて複数のリアプノフ不等式を満足する正定対称行列 P の存在が重要な役割を果たしている。本論文では、まず $P(2 \times 2)$ を求めるための P -領域計算法を提案し、一般的な $P(n \times n)$ の場合の計算法へと発展させている。さらに、安定定理の系を与え、提案する計算法によって安定定理および系の十分性を定量的に比較し、田中-菅野のファジィシステム安定定理をファジィ制御の設計などへ応用する場合、提案法および系による安定定理の拡張がより実用的な解析法を与えることを示している。

キーワード： ファジィ制御, ファジィシステム, 安定性解析, リアプノフの方法

1. はじめに

ファジィ制御¹⁾が工学の分野で目覚ましく発展している。特に最近では、ヘリコプターおよびロボットへの応用が注目を集めている²⁾。しかしながら、宇宙航空や電力システム分野など、絶対的な安全性と広い意味での信頼性を必要とする分野へのファジィ制御の導入については、その基本的な安定性解析手法の開発が要求されている³⁾。

一方、高木と菅野によってファジィモデルが構成され⁴⁾、田中と菅野によりファジィシステム安定定理および制御器設計への応用例が示された⁵⁾⁻⁹⁾。その安定定理では、ファジィシステムの線形サブシステム行列より得られる複数のリアプノフ不等式が十分条件として導出されている。そして定理による安定性解析は、不等式に共通な正定対称行列 P を求めるいわゆる共通リアプノフ問題に帰着する。この P を求める問題は、たとえば線形・非線形システムのパラメータが変動し不確定となる場合のシステムのロバスト性、すなわ

ちポリトープ行列の安定性¹⁰⁾とも深い関係を持っている。

工学における非線形システムにファジィ制御を応用し、その安定性を解析する場合には、ファジィシステムを構成して安定定理に必要な行列 P の存在を調べなければならない。本論文では、ファジィシステム安定定理で重要な役割を果たす行列 P について、まず $P(2 \times 2)$ の場合の P -領域計算法^{11),12)}を提案し、領域内のすべての点の座標によってそれぞれの P が構成できることを示す。そして、 $P(2 \times 2)$ の場合の手法を一般的な $P(n \times n)$ の計算アルゴリズムへと発展させ、例題計算として田中-菅野の論文⁷⁾で検討されている問題の P -領域を調べている。次に、ファジィシステム安定定理の系を新しく導入し、安定定理と系の十分性を $P(2 \times 2)$ -領域の計算により定量的に調べ、その結果を比較検討している。そして最後に、田中-菅野のファジィシステム安定定理をファジィ制御の設計などへ応用する場合、提案する P -領域計算法と系を含む安定定理の拡張がより実用的な解析法を与えること、および今後検討したい課題などを要約している。

2. ファジィシステム

ファジィシステムの概要として、まず高木と菅

[†] An Extension of Tanaka-Sugeno's Stability Theorem for Fuzzy Systems

Shunji KAWAMOTO, Kensho TADA, Atsushi ISHIGAME and Tsuneo TANIGUCHI

* 大阪府立大学 電気電子システム工学科

Department of Electrical and Electronic Systems, University of Osaka Prefecture

野のファジィモデル⁴⁾において、 m 個の線形サブシステムを

$$\mathbf{x}_i(k+1) = A_i \mathbf{x}(k) \quad (i=1, 2, \dots, m) \quad (1)$$

と表現する。ただし $A_i \in R^{n \times n}$ はシステム行列で安定かつ正則とし、 $\mathbf{x} \in R^n$ は入力ベクトル、 $\mathbf{x}_i \in R^n$ は出力ベクトルである。この $\mathbf{x}(k)$ についてのファジィシステムは、メンバーシップ関数 w_i による重み平均をとって

$$\mathbf{x}(k+1) = \frac{\sum_{i=1}^m w_i A_i}{\sum_{i=1}^m w_i} \mathbf{x}(k) \quad (2)$$

と表せる。ここでメンバーシップ関数は

$$w_i \geq 0 \quad \text{および} \quad \sum_{i=1}^m w_i > 0 \quad (3)$$

を満たしている。

3. 田中-菅野の安定定理

離散的ファジィシステム(2)に関する田中-菅野の安定定理⁵⁾⁻⁹⁾を要約すると次のとおりとなる。(証明略)

[定理 1] リアプノフ安定定理⁵⁾

離散的システム

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(k)), \quad \mathbf{f}(\mathbf{0}) = \mathbf{0} \quad (4)$$

に対するスカラ状態関数 $V(\mathbf{x}(k))$ を仮定する。もしも

- 1) $V(\mathbf{0}) = 0$
- 2) $V(\mathbf{x}(k) \neq \mathbf{0}) > 0$
- 3) $\|\mathbf{x}(k)\| \rightarrow \infty$ の時 $V(\mathbf{x}(k)) \rightarrow \infty$
- 4) $\Delta V(\mathbf{x}(k) \neq \mathbf{0}) < 0$

ならば、平衡状態 $\mathbf{x}(t) = \mathbf{0}$ はすべての時間 t に対して大域的漸近安定で、 $V(\mathbf{x}(k))$ はリアプノフ関数である。

[定理 2]⁶⁾⁻⁹⁾

m 個の連立リアプノフ不等式

$$A_i^T P A_i - P < 0 \quad (i=1, 2, \dots, m) \quad (5)$$

を満足する正定対称行列 P が存在するならば、ファジィシステム(2)は大域的漸近安定である。ただし A_i は安定かつ正則行列とする。

[定理 3]⁶⁾⁻⁹⁾

不等式(5)を満足する行列 P が存在するならば、 $i, j \in \{1, 2, \dots, m\}$ に対して各行列の積

$$A_i A_j \quad (6)$$

は安定行列である。したがって、この定理の対偶は「 $A_i A_j$ 中の少なくともひとつの行列が不安定ならば、不等式(5)を満足する P は存在しない」となる。

連立リアプノフ不等式(5)に共通な正定対称行列 P を求める問題、すなわち共通リアプノフ問題が安定定理では重要な役割を果たしていることがわかる。ただし、この安定定理はファジィシステム(2)の安定性に関する十分条件にすぎず、また A_i がすべて安定行列であっても A_i により構成されるファジィシステムが安定であるとは限らないことに注意しなければならない。

4. 共通リアプノフ問題

田中-菅野の安定定理に基づき、 m 個の線形サブシステムから構成されるファジィシステム(2)において、正定対称行列 P の集合(P -領域)を求める手法を以下に示している。

4.1 P -領域計算法

簡単のために $P(2 \times 2)$ の場合を検討してみよう¹¹⁾。連立リアプノフ不等式(5)を書き直して

$$A_1^T P A_1 - P = -Q_1 < 0 \quad (7)$$

$$A_2^T P A_2 - P = -Q_2 < 0 \quad (8)$$

.....

$$A_m^T P A_m - P = -Q_m < 0 \quad (9)$$

が得られる。ただし行列 Q_i は正定対称行列で、まず $P(2 \times 2)$ すなわち

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{12} & p_{22} \end{bmatrix} \quad (10)$$

の場合を取り扱う。式(7)-(9)の両辺を p_{12} に従って $|p_{12}| > 0$ で割れば、一般性を失うことなく

$$P = \begin{bmatrix} p_1 & \pm 1 \\ \pm 1 & p_2 \end{bmatrix} \quad (11\pm)$$

$$p_1 = p_{11}/|p_{12}|, \quad p_2 = p_{22}/|p_{12}|$$

と表すことができる。ここで式(11±)の記号±は、 P の要素±1の複号と同順である。こうすることにより、行列 P の独立な要素をふたつに減らすことができ、後に説明する P -領域が平面領域として議論できることに注意する。式(11)および

$$A_1 = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$Q_1 = \begin{bmatrix} q_1 & q_2 \\ q_2 & q_3 \end{bmatrix} \quad (13)$$

を式(7)に代入すると次の関係式

$$q_1 = -\{(a_1^2 - 1)p_1 + a_3^2 p_2 \pm 2a_1 a_3\} \quad (14)$$

$$q_2 = -\{a_1 a_2 p_1 + a_2 a_4 p_2 \pm (a_1 a_4 + a_2 a_3 - 1)\} \quad (15)$$

$$q_3 = -\{a_2^2 p_1 + (a_4^2 - 1)p_2 \pm 2a_2 a_4\} \quad (16)$$

が求められる。 $P > 0$ であるためには、式(11±)より条件式として

$$p_1 > 0 \quad (17)$$

$$p_1 p_2 > 1 \quad (18)$$

が得られ、さらに $Q_1 > 0$ であるためには式(14)より $q_1 > 0$ すなわち

$$(a_1^2 - 1)p_1 + a_3^2 p_2 \pm 2a_1 a_3 < 0 \quad (19)$$

が満足されなければならない。同時に、 $q_1 q_3 - q_2^2 > 0$ については式(14)-(16)を代入することによって

$$\begin{aligned} & a_2^2 p_1^2 + a_3^2 p_2^2 \\ & - \{(a_1 a_4 - a_2 a_3)^2 - (a_1^2 + a_4^2) + 1\} p_1 p_2 \\ & \pm 2a_2(a_4 - a_1)p_1 \pm 2a_3(a_1 - a_4)p_2 \\ & + \{(a_1 a_4 - a_2 a_3)^2 - 2(a_1 a_4 + a_2 a_3) + 1\} < 0 \end{aligned} \quad (20)$$

が導出される。これらの条件不等式(17)-(20)は $(p_1 - p_2)$ 平面においてそれぞれ直線または2次曲線による平面領域を与えている。

[定義1]

m 個のリアプノフ不等式

$$A_i^T P_i A_i - P_i < 0 \quad (21)$$

$$(i=1, 2, \dots, m)$$

を満足するそれぞれの正定対称行列 P_i の要素の集合を“ $P^{(i)}$ -領域”と呼び、各領域に共通な領域

$$R(P) = \{P | P^{(1)} \cap P^{(2)} \cap \dots \cap P^{(m)}\} \quad (22)$$

を共通リアプノフ問題の“ P -領域”と定義する。

図1に示すように式(17)-(20)によって $P^{(i)}$ -領域が決定され、共通リアプノフ問題を P -領域の問題として図的にとらえることが可能となり、不等式(21)の数が多い場合も簡単に行列 P の存在が検討できる。ゆえに、 P -領域に含まれる任意の座標 $(p_1 - p_2)$ により、リアプノフ不等式(21)に共通な行列 P は

$$P = |p_{12}| \begin{bmatrix} p_1 & \pm 1 \\ \pm 1 & p_2 \end{bmatrix}, \quad (p_{12} \neq 0) \quad (23)$$

として構成することができる。特に、式(10)において $p_{12} = 0$ の場合は、式(17)-(20)に対応する不等式として

$$\begin{aligned} & p_1 > 0 \\ & p_1 p_2 > 0 \\ & (a_1^2 - 1)p_1 + a_3^2 p_2 < 0 \\ & a_2^2 p_1^2 + a_3^2 p_2^2 \\ & - \{(a_1 a_4 - a_2 a_3)^2 - (a_1^2 + a_4^2) + 1\} p_1 p_2 \\ & + \{(a_1 a_4 - a_2 a_3)^2 - 2(a_1 a_4 + a_2 a_3) + 1\} < 0 \end{aligned} \quad (24)$$

図1 $P^{(i)}$ -領域

が得られる。しかしながら、この場合の数値計算結果によると、 $P^{(i)}$ -領域は $p_{12} \neq 0$ の場合に比較して極めて狭いので、以下の議論には含めていない。

$P(2 \times 2)$ の場合は行列要素をふたつに減らすことができたので、 P -領域を平面で与えることが可能となった。 $P(n \times n)$ の場合を考えると、一般性を失わずに行列要素をふたつに減らすことは不可能であるが、以下では $P(2 \times 2)$ の場合の手法を一般的な $P(n \times n)$ の計算アルゴリズムへ発展させている。 $P(3 \times 3)$ については、制御器を含む電力系統におけるファジィ制御の安定性解析で報告している¹³⁾。

ステップ 1

リアプノフ不等式

$$A_i^T P_i A_i - P_i = -Q_i < 0 \quad (25)$$

$$(i=1, 2, \dots, m)$$

のそれぞれの正定対称行列 P_i を求める。たとえば P_i の要素を変数とする連立方程式を解いて P_i を求めることができる。簡単な場合としては、 $Q_i =$ 単位行列を与え、正定対称とならない P_i が得られた場合は与えた Q_i を変更して P_i の計算を繰り返す。

ステップ 2

得られた各 P_i においてそれぞれ対応する要素の大小を比較し、各 P_i 間で最も差異のあるふたつの要素を各 P_i の変数 $\{p_1, p_2\}$ とする。各 P_i の残る要素は全 P_i の平均値をとり、そのまま定数として $\{p_1, p_2\}$ およびそれらの定数から構成される行列を P 、たとえば

$$P = \begin{bmatrix} \dots\dots\dots p_1 \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ p_1 \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots p_2 \dots\dots\dots \end{bmatrix} \quad (26)$$

とすると、不等式 (25) はその P_i を共通な P で置換した式 (5) に書き換えられる。ゆえに不等式 (5) に含まれる変数はふたつとなり、 $P(2 \times 2)$ の場合の式 (11±)-(20) と同様に $(p_1 - p_2)$ 平面でその P -領域を調べることができる。

ステップ 3

P -領域計算法により、各不等式の $P^{(i)}$ -領域を図示し、共通な P -領域を $P^{(1)} \cap P^{(2)} \cap \dots \cap P^{(m)}$ により求める。

以上のステップで図 2 (i) のように $P^{(i)}$ -領域が共通領域を持たない場合は、工学の制御システムにおけるファジィシステム構成の自由度に基づいて、行列 A_j に近い行列で検討し直し、図 2 (ii) の P -領域を有する安定なファジィシステムを構成することができる¹³⁾。

4.2 計算例

P -領域の計算例として、田中一菅野によって検討された 3 つの例題⁷⁾ を取り扱う。

図 2 $P^{(i)}$ -領域と P -領域

【例題 1】 与えられた行列 A_1, A_2 は

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1.0 & -0.5 \\ 1.0 & 0.0 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -1.0 & -0.5 \\ 1.0 & 0.0 \end{bmatrix}$$

であり、提案する P -領域計算法による結果を図 3 に示す。(i) は式(11+), (ii) は式(11-)による場合であり、共に P -領域は存在しない。文献 7) の結果 “ P は存在しない” に一致している。

【例題 2】

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1.503 & -0.588 \\ 1.0 & 0.0 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 1.0 & -0.361 \\ 1.0 & 0.0 \end{bmatrix}$$

この計算結果は図 4 に示すように、式(11-)による場合のみ P -領域が存在する。文献 7) で求められている行列 P は、図 4 (ii) の P -領域(斜線部)内の 1 点として含まれている。

【例題 3】

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0.2 & -0.5 \\ 1.0 & 0.0 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -1.0 & -0.5 \\ 1.0 & 0.0 \end{bmatrix}$$

この場合の結果は図 5 のとおり P -領域が存在しない。これも文献 7) の結果に同じである。

以上のように、線形サブシステムの行列 A_i が与えられると、 P -領域計算法により共通リアプノフ問題の正定対称行列 P の要素の集合が求められる。 P -領域が 1 点で構成される場合、すなわち $P^{(i)}$ -領域がそれぞれ 1 点で接する場合は、ファジィシステムの安定性を田中-菅野の安定定理によって保証可能な限界を与え、ファジィシステムのファジィ制御器を安定性解析する場合の設計指針となることが期待できる。

(i) 式(11+)による場合

(ii) 式(11-)による場合

図 3 【例題 1】 P -領域なし

(i) 式(11+)による場合

(ii) 式(11-)による場合

図 4 【例題 2】 P -領域(斜線部)

図5 [例題3] P -領域なし

5. 定理の拡張

5.1 系

定理2より次の系1が得られる。

[系1]

m 個の連立リアプノフ不等式(5)を満足する正定対称行列 P が存在するならば、 $\forall n \in \{1, 2, \dots, m\}$ に対して

$$\left(\frac{A_1 + A_2 + \dots + A_n}{n} \right)^T P \left(\frac{A_1 + A_2 + \dots + A_n}{n} \right) - P < 0 \quad (27)$$

が成立し、

$$(A_1 + A_2 + \dots + A_n) / n \quad (28)$$

は安定行列である。

(証明)

連立リアプノフ不等式(5)を満たす P が存在すれば、 $\forall i, j \in \{1, 2, \dots, n\}$ に対して、まず

$$\begin{aligned} & (A_i^T P A_j - P) + (A_j^T P A_i - P) \\ &= -(P A_i - P A_j)^T P^{-1} (P A_i - P A_j) \\ &+ (A_i^T P A_i - P) + (A_j^T P A_j - P) \end{aligned} \quad (29)$$

と書き直すと、右辺では

$$P^{-1} > 0 \quad (30)$$

$$A_i^T P A_i - P < 0 \quad (31)$$

$$A_j^T P A_j - P < 0 \quad (32)$$

であるので、式(29)は

$$(A_i^T P A_j - P) + (A_j^T P A_i - P) < 0 \quad (33)$$

となる。式(31), (32), (33)におけるすべての $\{i, j\}$ についての和をとると

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (A_i^T P A_j - P) < 0 \quad (34)$$

が得られ、さらに書き換えて

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (A_i^T P A_j - P) \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (A_i^T P A_j) - n^2 P \\ &= \left(\sum_{i=1}^n A_i \right)^T P \left(\sum_{j=1}^n A_j \right) - n^2 P < 0 \end{aligned} \quad (35)$$

となり、式(27)が成立する。■

この系1は定理3に対応し、その対偶をとると「行列 $(A_1 + A_2 + \dots + A_n)/n$ が不安定行列ならば式(5)を満たす正定対称行列 P は存在しない」ということが言える。

5.2 定理3・系1の十分性

ここでは定理3および系1の十分性を調べるために、提案する P -領域に基づいて $P(2 \times 2)$ の場合を定量的に比較検討している。

定理3と系1により、行列 A_1 および A_2 が安定でリアプノフ不等式に共通な P が存在すれば

$$\text{タイプ [1]: } A_1 A_2, A_2 A_1 \quad (36)$$

$$\text{タイプ [2]: } (A_1 + A_2) / 2 \quad (37)$$

はそれぞれ安定行列である。その十分性を調べるために、タイプ[1]および[2]のそれぞれの P -領域を図示し、リアプノフ不等式(5)の真の共通 P -領域と比較する。

図6(i)には、安定行列 A_1 および A_2 に対する $P^{(1)}$, $P^{(2)}$, P -領域(斜線部)が存在する場合の結果を示す。(ii)には定理3に基づく A_1A_2 の $P^{(12)}$ -領域および A_2A_1 の $P^{(21)}$ -領域、そして(iii)には系1に基づく $(A_1+A_2)/2$ の $P^{(1+2)}$ -領域を図示している。 $P^{(12)}$, $P^{(21)}$, $P^{(1+2)}$ -領域にはほとんど差異がなく、しかもそれぞれが(i)の P -領域を十分条件として含んでいる。しかしながら、図7に示すように本当の共通な P -領域が

1点となる臨界の場合も、定理3および系1による $P^{(12)}$, $P^{(21)}$, $P^{(1+2)}$ -領域は、それぞれ図6の場合に比較して狭くなってはいるものの、十分条件として広い領域を与えている。ただし真の P -領域(1点)は各領域に含まれていることがわかる。さらに図8には、共通な P -領域が存在しない場合を示している。実際に、 P -領域が存在しないにもかかわらず、行列 A_1A_2 , A_2A_1 , $(A_1+A_2)/2$ はそれぞれ安定で $P^{(12)}$, $P^{(21)}$, $P^{(1+2)}$ -領域が存在している。

(i) $P^{(1)}$, $P^{(2)}$, P -領域 (i) $P^{(1)}$, $P^{(2)}$, P -領域 (ii) $P^{(12)}$, $P^{(21)}$ -領域 (ii) $P^{(12)}$, $P^{(21)}$ -領域 (iii) $P^{(1+2)}$ -領域 (iii) $P^{(1+2)}$ -領域

図6 十分性の比較-1-
(P -領域が存在する場合)

図7 十分性の比較-2-
(P -領域が1点で存在する場合)

連立リアプノフ不等式(5)を満たす正定対称行列 $P(n \times n)$ を求める共通リアプノフ問題において、定理3および系1の十分性については P -領域計算法により、図6-8のように (2×2) 行列の定量的な十分性の検討が可能となる。しかも、計算例では、定理3による $P^{(12)}$, $P^{(21)}$ -領域は系1による $P^{(1+2)}$ -領域にほぼ等しい。定理3および系1の十分性に関する P -領域の一般的な比較は不明であるが、系1によれば領域計算が1回で済み、連立リアプノフ不等式の数が多い場合により実用的であると考えられる。

(i) $P^{(1)}$, $P^{(2)}$ -領域 (ii) $P^{(12)}$, $P^{(21)}$ -領域 (iii) $P^{(1+2)}$ -領域

図8 十分性の比較-3-
(P -領域が存在しない場合)

6. まとめ

本論文では、まず離散的ファジィシステムに関する田中－菅野の安定定理を概説し、複数のリアプノフ不等式を満足する正定対称行列 $P(n \times n)$ を求める問題、いわゆる共通リアプノフ問題を定式化した。次に、 P -領域を定義し、 $P(2 \times 2)$ の場合の領域計算法を提案し、そしてその手法を $P(n \times n)$ の場合の計算アルゴリズムへと発展させ、 P -領域計算法が有効であることを田中－菅野の3例題により示した。さらに系1を与えて定理3との十分性を提案手法により定量的に比較した。

その結果、田中－菅野のファジィシステム安定定理における共通リアプノフ問題では、 $P(n \times n)$ -領域計算法および系1による安定定理の拡張がより実用的な解析手法となることが期待できる。ただし、 $P(n \times n)$ の $n \geq 4$ の場合の計算例は今後の課題であるが、 $P(2 \times 2)^{11),12)}$ および $P(3 \times 3)^{13)}$ の計算例に関する限り、最終的な P -領域はすべて不等式(20)すなわち

$$\det[A^T P A - P] > 0 \quad (38)$$

により決定された事実注意到おきたい。その上、連続的ファジィシステム $\dot{x} = (\sum w_i A_i / \sum w_i) x$ の場合も同様に P -領域の議論が可能であり、特に P -領域が1点で構成される臨界の場合の条件式より、システムのロバスト性の安定余裕¹⁴⁾を検討することができる。以上から、田中－菅野のファジィシステム安定定理の拡張、特に一般的な $P(n \times n)$ の場合の P -領域計算、そしてファジィ制御の安定性解析および設計への応用は、非線形システム全般へ展開可能な興味深い研究課題であると思われる。

謝 辞 貴重なご検討を下さった関西電力(株)総合技術研究所 田中裕幸氏、野尻弘輔氏に感謝申し上げます。また、数値計算については本学卒研究生 細川博之君(現 (株)きんでん)に協力いただいた。

参 考 文 献

- 1) 菅野道夫：「ファジィ制御」，日刊工業新聞社，1988.
- 2) D. G. Schwartz and G. J. Klir: "Fuzzy Logic Flowers in Japan", IEEE Spectrum, pp.32-35, July 1992.
- 3) 井原廣一：「ファジィとニューロは宇宙航空へ適用されるか」，計測と制御，Vol.30, No.10, pp.928-931, 1991.
- 4) T. Takagi and M. Sugeno: "Fuzzy Identification of Systems and Its Applications to Modeling and Control", IEEE SMC, Vol.15, No.1, pp.116-132, 1985.
- 5) たとえば R. E. Kalman and J. E. Bertram: "Control System Analysis and Design Via the Second Method of Lyapunov II Discrete-Time Systems", Trans. ASME, J. of Basic Engineering, Vol.82, No.6, pp.394-400, 1960.
- 6) 田中一男，菅野道夫：「ファジィ制御系の解析と設計に関する一考察」，第5回ファジィシステムシンポジウム，pp.127-132, 1989.
- 7) 田中一男，菅野道夫：「リアプノフの直接法を用いたファジィシステムの安定解析とリアプノフ関数の構成法について」，第6回ファジィシステムシンポジウム，pp.353-356, 1990.
- 8) K. Tanaka and M. Sugeno: "Stability Analysis of Fuzzy Systems Using Lyapunov's Direct Method", Proc. of NAFIPS'90, pp.133-136, 1990.
- 9) K. Tanaka and M. Sugeno: "Stability Analysis and Design of Fuzzy Control Systems", Fuzzy Sets and Systems, Vol.45, No.2, pp.135-156, 1992.
- 10) たとえば 森 武宏，小亀英己：「構造的不確かさをもつ制御系の安定解析」，システム／制御／情報，Vol.35, No.5, pp.268-277, 1991.
- 11) S. Kawamoto, K. Tada, A. Ishigame and T. Taniguchi: "An Approach to Stability Analysis of Second Order Fuzzy Systems", Proc. of FUZZ-IEEE'92, pp.1427-1434, 1992.
- 12) 川本俊治，多田憲正，尾上典央，石亀篤司，谷口経雄：「非線形システムの厳密なファジィシステム構成と安定性解析」，第8回ファジィシステムシンポジウム，pp.517-520, 1992.
- 13) 川本俊治，多田憲正，石亀篤司，谷口経雄：「電力システムのファジィ制御におけるファジィシステム構成と安定性解析」，電気学会電力・エネルギー部門大会，pp.9-10, 1992.
- 14) S. Kawamoto, A. Ishigame and T. Taniguchi: "Robustness and Stability Margin of Dynamical Systems with Structured Uncertainties", IEEE TENCON'93 (to appear).

(1993年2月5日 受付)

(1993年6月7日 再受付)

[問い合わせ先]

〒593 堺市学園町1-1

大阪府立大学 工学部

電気電子システム工学科第2講座

川本 俊治

☎：0722-52-1161(内)2266

☎：0722-59-3340

E-mail:kawamoto@uoeps.denki.osakafu-u.ac.jp

著者紹介

川本 俊治 (かわもと しゅんじ)

大阪府立大学工学部電気電子システム工学科

'70年 大阪府立大学工学部電気工学科 卒業。同年 (株)日立製作所 入社。'80年 大阪府立大学大学院工学研究科博士課程 修了。同年 大阪工業大学・大阪電気通信大学 各非常勤講師。'85年 米国クラークソン大学・ミネソタ大学 各研究員。'89年 大阪府立大学工学部電気工学科 講師、'91年 同助教授となり現在に至る。ソリトンに関連する非線形偏微分方程式論、電力システムの安定性解析・安定化制御など非線形問題に関する研究に従事。工学博士(電気)、Ph.D.(数学)、ニューヨーク科学アカデミー外国人会員、日本ファジィ学会、電気学会、IEEE など10学会の会員。

石亀 篤司 (いしかめ あつし)

大阪府立大学工学部電気電子システム工学科

'87年 大阪府立大学工学部電気工学科 卒業。'89年 同大学大学院博士前期課程電気工学専攻 修了。同年 大阪府立大学工学部電気工学科助手となり現在に至る。ファジィ制御、電力システムの安定化制御に関する研究に従事。日本ファジィ学会、電気学会、計測自動制御学会などの会員。

多田 憲正 (ただ けんしょう)

中国電力(株) 東岡山変電所

'90年 大阪府立大学工学部電気工学科 卒業。'92年 同大学大学院博士前期課程電気工学専攻 修了。同年 中国電力(株) 入社、現在に至る。在学中は、電力システムのファジィシステム構成と安定性解析に関する研究に従事。電気学会の会員。

谷口 経雄 (たにぐち つねお)

大阪府立大学工学部電気電子システム工学科

'55年 大阪府立大学工学部電気工学科 卒業。同年 近畿電気工事(株) 入社。'61年 大阪府立大学工学部電気工学科 助手、同講師、助教授を経て現在同教授。主として、電力システムの安定度と安定化制御に関する研究に従事。工学博士。日本ファジィ学会、電気学会、計測自動制御学会、IEEE の会員。

Fuzzy Flip-Flop Expressible with logical Expression and Their Properties

Yuichiro MORI, Masao MUKAIDONO

*Dept. of Science and Technology Meiji University
1-1-1 Higashi-mita, Tama-ku, Kawasaki-shi 214 Japan*

With the progress of the research of fuzzy theory and technology, it gets to be desired to develop computers and various logic circuits treatable fuzzy information directly. However at present, such circuit design method and the characteristic are not clarified like it is so in the classics two-valued logic. Fuzzy flip-flops will be basic sequential circuits for the research of fuzzy computer as flip-flops are so in two-valued computers, where fuzzy flip-flops is a flip-flops expanded into fuzzy. A usual flip-flops uses 0 and 1 as the inputs. However, fuzzy flip-flops permits not only 0 or 1 but also any value in $[0,1]$ as the inputs. Fuzzy flip-flops is a typical example of fuzzy sequential circuits. By now, some researches have proposed basic circuits of fuzzy computers. In these researches fuzzy flip-flops has been investigated by Mr. K.Hirota, Mr. K.Ozawa, Mr. W.Pedrycz, and Mr. L.T.Koczy, etc. until now. In those researches, a fuzzy logic function representing fuzzy JK flip-flops has two expressions for set and reset respectively. These two expressions are switched if necessary for the use. In this paper, JK flip-flops is taken up also as a typical fuzzy circuit expressible by a fuzzy logical expression. Karnaugh graph for basic circuit design had been paid to attention before thinking of the logical expression. Here, we expand it into ternary logic case which satisfies the same axiomatic system of fuzzy logic. Then characteristics of fuzzy logic function was paid to attention. All V2-equivalent (equivalent in two-valued sense) fuzzy logic functions are derived from the ternary Karnaugh graph. As a result, we can derived one logical expression for the fuzzy JK flip-flops which we need not to switch two expression.

Keywords : Fuzzy Hardware, Fuzzy flip-flops, Fuzzy Switching Function, Logic Circuit, Karnaugh Graph

An Extension of Tanaka-Sugeno's Stability Theorem for Fuzzy Systems

Shunji KAWAMOTO, Kensho TADA, Atsushi ISHIGAME, Tsuneo TANIGUCHI

*Department of Electrical and Electronic Systems
University of Osaka Prefecture
1-1 Gakuen-cho, Sakai-shi, Osaka 593, Japan*

In Tanaka-Sugeno's stability theorem for fuzzy systems, the existence of a symmetric positive definite matrix P satisfying the Lyapunov inequalities plays an important role. The aim of this paper is to propose the P-region method for finding a set of $P(2 \times 2)$, and to generalize it into an extended case $P(n \times n)$. Also, a corollary for the theorem is given, and it is shown that for applications of Tanaka-Sugeno's stability theorem to the design of fuzzy control, an extension based on the proposed method and corollary will present a more actual and helpful tool.

Keywords : Fuzzy control, Fuzzy system, Stability analysis, Lyapunov's method