論文

最適性を考慮したファジィフィードバック制御[†]

北條 達也^{*1} 寺野 寿郎^{*2} 増井 重弘^{*3}

従来の制御理論は、制御偏差を除去することを目的とする古典制御と、積分型の評価値を最適にするような動的操作を求める現代制御とに分れ、両者は設計思想も構造も相異なり、融合することはなかった。一方、ファジィ制御もその大部分はPD制御をファジィ化したもので、古典制御の枠から出ていない。ファジィ動的計画の研究も多いが、フィードフォワード型であるため制御に利用することは困難である。だが、ファジィ制御は、本来目的もルールも自由に選ぶことができるので、両者の長所を組み合わせた制御系を設計することが可能なはずである。

本論文は、状態量が目標値から離れた領域にある場合にはファジィ動的計画を利用して最短時間で目標値付近までもってゆく。そして、状態量が目標値に近づいたならば従来の安定性やオフセットを重視するファジィフィードバック制御ルールに切り換えるという新しい制御方式を提案する。最適制御の方法は、まず位相面を離散化し、各状態に対して言語的に表現された目標および制約をもった離散型のファジィ動的計画を構成し、これによって最適なコントローラ出力を求める。次に状態量を入力とするファジィルールとしてこれを表現する。これにより、ほぼ最適なフィードバック制御ルールが得られる。

このようにして設計された制御系をシミュレーション実験したところ、非常によい制御結果が得られた。また、ここで得られたフィードバック制御ルールは、ファジィスライディングモード制御とよく似た性質をもっていることが確かめられた。

キーワード： ファジィ制御、最適制御、ファジィダイナミックプログラミング、フィードバック制御、準最適ファジィコントローラ

1. 緒言

最近、ファジィ制御はあらゆる方面に応用されている。その理由はこれまでの自動制御が数学モデルを中心にした理論的なものであったため自ら機能に制限があった。これに反して、ファジィ制御は言語ルールを用いるので、人工知能のように幅広く、かつ、高度に知的な制御行動が容易に実現できる。言い換えると、今までより一層人間に近い制御が可能になったのである。しかし、その反面数学モデルを欠くことによる理論の不備を批

判する声は最初からあった。その一つはフィードバック制御系の安定に関する指摘であるが、これは多くの研究^{1)~10)}によって実用的にはほぼ解決済みである。もう一つの問題は最適制御との関連である。現代制御理論による最適制御の本質は、制御対象の数学モデルを知ることによってその最適解を理論的に導き、フィードフォワード制御によってそれを実行する。実際にはフィードフォワードでは外乱変化やモデル誤差に対するロバスト性がないので、解を状態変数の関数として導きフィードバック型にするのが普通であるが、本質的にはフィードフォワード制御である。ファジィ制御は微分方程式表現の数学モデルをもたないため、現代制御理論でいう最適解は求められない。しかし、ファジィ制御でもほぼ最適に近い制御系を設計するという思想や方法論は研究されるべきである。

[†] Fuzzy Feedback Control Rules Based on Optimality
Tatsuya HOJO, Toshiro TERANO and Shigehiro MASUI

^{*1} 山武ハネウェル株式会社
Yamatake-Honeywell Co., Ltd.

^{*2} 国際ファジィ工學研究所
Laboratory of International Fuzzy Engineering Research

^{*3} 法政大学工学部
Faculty of Engineering, Hosei University

ファジィダイナミックプログラミングを用いた最適制御、あるいは多段意思決定の研究は古くから非常に多く、最近でもいくつかの論文^{11),12),17),18)}が発表されている。しかし、これらはフィードフォワード型であるため、上記の理由で実際のでない。このほか、フィードバック型の最適化の研究としてはスライディングモード制御のファジィ化^{14),15),16)}や、位相面上でのパラメータの最適化¹³⁾、あるいは位相面を分割して解を組み合わせ最適ルールを合成する方法¹⁹⁾などがある。しかし、これらは通常の最適制御とは意味が異なったり、計算が非常に面倒であったりして実用的ではない。

ファジィ制御はプロダクションルールによる制御であるから、フィードバックもフィードフォワードも混在している。したがって、前者に伴う安定問題と後者に関する最適問題とは切り離して論じることが好ましくない。本論文では最適制御のパフォーマンスを取り入れたファジィフィードバック制御系の設計方法を提案する。これは、図1に示すように制御対象の状態量が目標状態から離れた領域においてはファジィ最適制御ルールを用い、目標状態に近い領域に対しては安定性やオフセットの問題を解決するために、通常のファジィPD制御またはPI制御のルールに自動的に切り替えるものである。

本研究では、ファジィ最適制御としてファジィダイナミックプログラミングを用いる。しかし、ファジィ最適制御は基本的にフィードフォワード制御であるため、その制御性能は制御対象の特性に大きく依存しており、また、外乱の影響なども考慮されないため、フィードバック型の制御に置

き換える必要がある。そこで、ファジィダイナミックプログラミングによって得られた最適制御列を状態量のファジィ関数として表現し、フィードバックタイプのコントローラのファジィルールを求める。これによって、最適性を満足し、かつ、安定性も満足する準最適なファジィフィードバック制御系を構成する。

2. 制御対象の特性

ファジィコントローラは、コンピュータによって実現されることが多いため、ファジィ制御系を離散時間系としてあつかう。

プロセス制御の場合、一般にサーボ系と比較して応答がゆっくりしており、また、非振動的であるため、複雑な制御対象の動特性を簡単な1次遅れ+むだ時間として近似することができる。ここでは、制御対象の動特性をゲインK、時定数T、むだ時間Lの1次遅れ+むだ時間で表されるものとする。制御対象の状態量を $x(t)$ とする。ここで、 t は離散化したサンプリング時刻を示す整数である。ファジィコントローラに対する入力は、目標値 R (=一定値)と制御対象の出力 $x(t)$ より計算される偏差 $e(t)$ ($=R-x(t)$)および偏差の変化分 $\Delta e(t)$ ($=e(t)-e(t-1)$)であり、コントローラ出力を $u(t)$ とする。制御系のブロック線図を図2に示す。

図2において、 τ はサンプリング時間であり、 $G(s)$ は0次ホールドを含んだ制御対象の伝達関数である。離散時間における制御対象の伝達関数 $G(z)$ は、0次ホールドの伝達関数と1次遅れ+むだ時間のモデル $G(s)$ とをZ変換により離散化することによって、次式で表される。

$$G(z) = \frac{(1 - \exp(-\tau/T))z^{-d}}{z - \exp(-\tau/T)} \quad (1)$$

ここで、 $d=L/\tau$ (整数)である。

図1 位相面の領域分割

図2 ファジィ制御系

制御対象の特性を離散時間での状態方程式で表す。いま、サンプリング時間 τ をむだ時間 L と等しいと仮定すると、式(1)より次式を得る。

$$\begin{bmatrix} x_1(t+1) \\ x_2(t+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & \exp(-\tau/T) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ K(1-\exp(-\tau/T)) \end{bmatrix} u(t) \quad (2)$$

ここで、 $x_1(t) = x(t)$, $x_2(t) = x_1(t+1)$

コントローラに対する入力ベクトル $e(t)$ は、次のように定義される。

$$e(t) = [e(t) \quad \Delta e(t)]^T \quad (3)$$

3. ファジィダイナミックプログラミングを用いた最適制御¹²⁾

3.1 ファジィダイナミックプログラミング

制御系に対してファジィダイナミックプログラミングを適用することによって、最適なコントローラ出力の時系列を求める。ここでは、制御対象は式(2)で表される様に非ファジィの線形系であり、時間にも依存しないとする。

コントローラ出力 u に対して言語的に表された制約が課せられているものとし、それをファジィ制約 μ_c で表す。また、目標値も言語的に表されているものとし、それをファジィ目標 μ_G で表す。

制御の目標は、コントローラ出力 u が与えられたファジィ制約を満足し、かつ、制御対象の最終状態が与えられたファジィ目標にできるだけ短時間で到達するようなコントローラ出力の時系列 $u(t)$ を求めることである。すなわち、本制御は、状態遷移過程は式(2)で表されるように非ファジィであるが、コントローラ出力幅にファジィ制約が課され、かつ、最終目標状態がファジィ領域である場合に、目標到達時間(非ファジィ)を最小にするというファジィ動的計画である。

その物理的意味は次のようなものである。まず、出力に制約がなければ、出力幅が大きいほど(理論的には無限大)到達時間は短い、出力があまり大きいのは実際的でない。また、クリスプな制約を

設けると最適解は一般にバンバン制御になるが、出力が大きく急変することは好ましくない。そこで両者の妥協として出力にあいまいな幅を持たせるのがよいことになる。

一方、目標状態をファジィにするのは次の理由による。最初に述べたように、本制御は状態量が位相面原点に近づくまでは最適制御が行なわれ、原点近傍でPD制御に切り替える。この領域は広いほうが当然到達時間は短くなる。しかし、あまりに広いと到達の精度が悪くなるため、両者を妥協させるために領域をあいまいにする。

このファジィ動的計画を定式化するには、まず、図3に示すように、位相面を離散化し、各点をベクトル $e_i (i=1, \dots, n)$ で表し、位相面原点 e_F を目標ファジィ集合の最適値、すなわち $\mu_G=1$ となる点とする。したがって、位相面は有限集合 $E = \{e_0, \dots, e_i, \dots, e_n\}$ および原点 e_F で表すことができる。そして、原点を中心として終了ファジィ集合 F が存在する。

図3 位相面上の格子点

制御の終了時刻 N は、状態遷移の後、終了集合 F に初めて入った時の時刻であり、あらかじめ明示的には指定されていない。この問題は水本の指摘するファジィ多段決定過程¹²⁾の問題に帰着し、水本の方法を用いて E の各要素に対して最適なコントローラ出力列を求めることができる。

コントローラ出力列を $u(0), \dots, u(i), \dots$ とし、 $U = \{a_1, \dots, a_n\}$ を位相面上の各状態 e_i に対応するコントローラ出力の集合とする。終了集合 F におけるファジィ目標 G は、メンバーシップ関数 $\mu_G(e_i)$ によって定義され、ま

た、コントローラ出力 u に対するファジィ制約 C は、 $\mu_C(u(t))$ によって定義されるものとする。

さて、初期時刻 $t=0$ での初期状態 $\mathbf{e}(0) \in \overline{F}$ ($\overline{F}$ は、 F の補集合) に対して、ファジィ目標とファジィ制約を同時に満足するような代替案の集合であるファジィ決定 D は次のように定義される。

$$D(\mathbf{e}(0)) = C(u(0)) \cap C(u(1)) \cap \dots \cap C(u(N-1)) \cap G \quad (4)$$

ここで、 $C(u(i))$ は $u(i)$ のファジィ制約、また、 G は状態 $\mathbf{e}(N)$ が F に入るような出力列のファジィ集合である。ファジィ決定 D は、任意の時刻 t に対して、

$$D(\mathbf{e}(t)) = C(u(t)) \cap D(\mathbf{e}(t+1)) \\ = C(u(t)) \cap D(f(\mathbf{e}(t), u(t))) \quad (5)$$

と表される。ここで、 $f(\mathbf{e}(t), u(t))$ は制御対象の特性であり、式(2)および(3)により得られる。式(5)をメンバーシップ関数により表すと、

$$\mu_D(u(0), \dots, u(N-1) | \mathbf{e}(0)) \\ = \mu_C(u(0)) \wedge \mu_D(u(1), \dots, \\ u(N-1) | f(\mathbf{e}(0), u(0))) \quad (6)$$

終了時刻 N は、制御対象の特性と終了条件 ($\mathbf{e}(N) \in F$ かつ $\mathbf{e}(t) \in \overline{F} (t < N)$) によって決定される。

各状態 $\mathbf{e}(t)$ に対するコントローラ出力 $u(t)$ を決める汎関数 π を次式のように定義する。

$$u(t) = \pi(\mathbf{e}(t)), \quad t=0, 1, \dots, N-1, \\ \mathbf{e}(t) \in F \quad (7)$$

これを用いると多段決定過程は次のように表される。

$$\mu_D(\mathbf{e}(0) | \pi) = \mu_C(\pi(\mathbf{e}(0))) \\ \wedge \mu_D(f(\mathbf{e}(0), \pi(\mathbf{e}(0))) | \pi) \quad (8)$$

いま、目標到達ベクトル $\mu_D(\pi)$ を次式で定義する。

$$\mu_D(\pi) = [\mu_D(\mathbf{e}_1 | \pi), \dots, \mu_D(\mathbf{e}_n | \pi)]^T \quad (9)$$

目標到達ベクトルの要素は、各状態 $\mathbf{e}_1, \dots, \mathbf{e}_n$ における決定のメンバーシップ関数の値である。 π が最適であるときの目標到達ベクトルを

$$\mu_D^{\text{Max}}(\mathbf{e}_i) = \text{Max}_{\pi} \mu_D(\pi) \quad (10)$$

と表せる。この最適政策は、ベクトル $\mu_D(\pi)$ の各要

素で表すことができるため、次に示されるような動的計画の漸化式が得られる。

$$\mu_D^{\text{Max}}(\mathbf{e}_i) = \bigvee_j \{ \mu_C(\alpha_j) \wedge \mu_D^{\text{Max}}(f(\mathbf{e}_i, \alpha_j)) \} \quad (11)$$

計算の便のため本稿の方法に従い、式(11)をファジィ行列で表現すると、

$$\omega = \mathbf{B} \omega \oplus \gamma \quad (12)$$

ここで、 $\oplus$ はファジィ行列和であり、また、 ω 、 $\mathbf{B}$ 、 γ は次式で与えられる。

$$\omega = [\mu_D^{\text{Max}}(\mathbf{e}_1), \dots, \mu_D^{\text{Max}}(\mathbf{e}_n)]^T \quad (13)$$

$\mathbf{B} = [b_{ij}] : n \times n$ ファジィ行列

$$b_{ij} = \begin{cases} 0, & (\mathbf{e}_j \text{ が } \mathbf{e}_i \text{ の次の状態でない場合}) \\ \bigvee_j \mu_C(\alpha_j), & (\mathbf{e}_j \text{ が } \mathbf{e}_i \text{ の次の状態である場合}) \end{cases} \quad (14)$$

$$\gamma = [\gamma_1, \dots, \gamma_n]^T, \\ \gamma_i = \bigvee_j \{ \mu_C(\alpha_j) \wedge \mu_G(f(\mathbf{e}_i, \alpha_j)) \}, \quad (15)$$

初期状態 $\omega^0 = (0, \dots, 0)^T$ を用いて、式(12)は、次式のように表される。

$$\omega^{k+1} = \mathbf{B} \omega^k \oplus \gamma \quad (16)$$

式(16)は、 $\omega^k = (\mathbf{B}^{k-1} \oplus \mathbf{B}^{k-2} \oplus \dots \oplus \mathbf{B} \oplus \mathbf{I}) \gamma$ と表され、 $\omega^0, \omega^1, \omega^2, \dots$ は非単調減少であり、任意の k に対して $\omega^k \leq (1, \dots, 1)^T$ である。したがって、 ω^k は式(12)の解に収束する。式(16)を偏差ベクトル E およびファジィ目標 μ_G 、ファジィ制約 μ_C について繰り返し計算することによって、最適政策 π を求めることができる。

3.2 ファジィ目標とファジィ制約

本章では、ファジィ目標 μ_G およびファジィ制約 μ_C を定義する。偏差ベクトル $\mathbf{e}_i$ に対するファジィ目標 μ_G は、言語的に“偏差ベクトルは、小さくなる(ほぼ0になる)べきである”のように表現される。これを、メンバーシップ関数を用いて次式のように表す。

$$\mu_G(\mathbf{e}_i) = \mu_{G_e}(\mathbf{e}_i) \wedge \mu_{G_{\Delta e}}(\Delta \mathbf{e}_i) \quad (17)$$

μ_{G_e} および $\mu_{G_{\Delta e}}$ は、それぞれ偏差 $\mathbf{e}_i$ および偏差の変化分 $\Delta \mathbf{e}_i$ に対して定義されたメンバーシップ

関数である。ここでの制御の目的は制御対象の状態量を目標値に近づけることであるため、 μ_G は三角型や釣鐘型のように、状態量が目標状態に近づくとき大きな値を持ち、逆に状態量が目標状態と離れている場合には小さな値となるような形状を選ぶ。

コントローラ出力に対するファジィ制約 μ_C は、言語的に“コントローラ出力の大きさは、10 程度の範囲内でなければならない”のように表現される。すなわち、出力の大きさが、あるファジィなレンジによって抑さえられていることを意味している。故に、 μ_C は、コントローラ出力のある範囲では 1.0 の値を持っており、その範囲の外側では値が減少する台形のような形状に選ぶ。また、ファジィ制約のメンバーシップ関数の形状が矩形の場合は、通常のリミッタのようなクリスパな制約条件を表す。

3.3 ファジィ最適制御数値例

本章では、前章で述べたファジィダイナミックプログラミングを用いた最適制御のシミュレーション例を示す。

制御対象を

$$G(s) = \frac{\exp(-2s)}{10s+1} \quad (18)$$

とする。ダイナミックプログラミングは、制御対象のモデルの次数が高くなると計算量が大幅に増大する。この問題を避けるため、サンプリング間隔 τ は、制御対象のむだ時間に等しい、すなわち、 $\tau=2.0$ とする。また、目標値は $R=3.0$ (一定) および $R=0.0$ (一定) の 2 種類とし、図 4 および図 5 に示すファジィ目標 μ_{Ge} 、 $\mu_{G\Delta e}$ およびファジィ制約 μ_C を用いる。ダイナミックプログラミングの計算範囲は、 $R=3.0$ の場合は $-3.0 \leq e(t) \leq 9.0$ 、 $R=0.0$ の場合は $-6.0 \leq e(t) \leq 6.0$ とし、その間を 12 等分して計算を行なう。最適制御の結果をそれぞれ図 6、図 7 および図 8、図 9 に示す。

図 4 ファジィ目標およびファジィ制約 (制約条件が緩い場合)

図 5 ファジィ目標およびファジィ制約 (制約が比較的厳しい場合)

図 6 ファジィ最適制御 ($R=0.0$) (制約条件が緩い場合)

図 7 ファジィ最適制御 ($R=0.0$) (制約が比較的厳しい場合)

図5に示されたファジィ制約は、図4のファジィ制約と比較すると、メンバーシップ関数の値が1である範囲が狭い。これは、コントローラ出力の大きさに対する制約条件がより厳しくなっていることを表している。その結果、コントローラ出力はファジィ制約によって抑えられ、制御開始時、図7の出力は図6と比較してコントローラ出力が小さくなっている。そのため、制御対象の状態が目標値に収束するまでの時間は、若干長くなっていることがわかる。また、いずれの場合もオーバーシュートやオフセットは見られず、良好な制御結果が得られている。

図8 ファジィ最適制御($R=3.0$)
(制約条件が緩い場合)

図9 ファジィ最適制御($R=3.0$)
(制約が比較的厳しい場合)

水本のアプローチでは、評価関数が時間の関数ではなく、制御対象の最終状態量(この場合は、偏差 e と偏差の変化分 Δe)と途中のコントローラ出力の制約とによって表されているため、最小時間制御の考えは明示的には含まれていない。しかし、目標状態集合 F に到達後は、評価値が変わらないこと、また、到達時間が長いと最終段階で Δe の制約が作用することなどから考えると、ダイナミックプログラミングによって得られる結果は、最初に F に入る解、すなわち、与えられたファジィ目標およびファジィ制約に対して最短時間制御の解が選ばれるものと思われる。

4. 準最適ファジィフィードバック制御^{20),21)}

4.1 フィードバック制御系の構成

通常のファジィダイナミックプログラミングによって得られる最適制御は、基本的にはフィードフォワード制御である。フィードフォワード制御は、制御対象の特性に大きく依存しているため、制御対象の特性を正確に知る必要がある。また、フィードフォワード制御のみでは、制御対象のモデルの不正確さ、外乱の影響などが考慮されていないため、実用的には満足な制御性能を得られない。3.1節で示したファジィダイナミックプログラミングの場合、制御出力は時系列ではなく、制御対象の状態量、すなわち、制御対象状態量の偏差と偏差の変化分との関係として記述されているので、一応、フィードバック型となっている。ただし、位相面を離散化することによって制御対象の状態量を離散化して最適なコントローラ出力を計算しているが、実際の制御対象は連続量であるため、離散的な各状態点の中間の状態に対しては出力は決まらない。また、ダイナミックプログラミングは、制御対象の次数が高くなると計算量が莫大に増加するため、前節ではサンプリング間隔を制御対象のむだ時間と等しくとるなどの仮定によって制御対象のモデルの次数を抑え、計算量の低減化を図っているため、そのままの形で実用化するのは好ましくない。そこで、得られた最適制御結果をファジィフィードバック制御ルールに書

き換える。

本最適制御は、コントローラへの入力 $e(t)$ および $\Delta e(t)$ と、コントローラ出力 $u(t)$ との間の最適な関係を表している。すなわち、図3に示された位相面上の各状態点 e_i に対してファジィで表現された最適条件を満足する出力 α_i を出力する。これは「最適性の原理」からも明らかなようにユニークな値である。

コントローラへの2つの入力に対してファジィラベルを定義し、位相面を各ファジィラベルによってファジィ分割を行ない、位相面上の状態点 e_i を以下のように分類する。

コントローラへの入力 e_i および Δe_i に対して各ファジィラベルのメンバーシップ関数 $\mu_{e, NB}, \dots, \mu_{e, PB}$ および $\mu_{\Delta e, NB}, \dots, \mu_{\Delta e, PB}$ を図10(a)に示すように定義する。一方、コントローラ出力に対しても同図(b)のように $\mu_{\alpha, NB}, \dots, \mu_{\alpha, PB}$ を定義する。入力変数 e_i および Δe_i はファジィ制御ルールの前件部変数となり、出力変数 α_i は後件部変数となる。

位相面上の各点 e_i の e_i および Δe_i に対する状態ファジィラベルを L_{e_i} および $L_{\Delta e_i}$ とする。この点に対してダイナミックプログラミングによって得られた最適な出力を $\alpha_{opt,i}$ とし、この出力に対応する出力ファジィラベルを L_{α_i} とする。このとき、ファジィラベル L_{e_i} 、 $L_{\Delta e_i}$ および L_{α_i} は、それらのラベルを定義するメンバーシップ関数の値が最大になるように選ぶ。すなわち、

$$\mu_{L_{e_i}}(e_i) = \bigvee_{k=NB, \dots, PB} \mu_{e_i, k}(e_i) \quad (19)$$

$$\mu_{L_{\Delta e_i}}(\Delta e_i) = \bigvee_{k=NB, \dots, PB} \mu_{\Delta e_i, k}(\Delta e_i) \quad (20)$$

$$\mu_{L_{\alpha_i}}(\alpha_{opt,i}) = \bigvee_{k=NB, \dots, PB} \mu_{\alpha_i, k}(\alpha_{opt,i}) \quad (21)$$

ここで、 $\mu_{L_{e_i}}(e_i)$ 、 $\mu_{L_{\Delta e_i}}(\Delta e_i)$ 、 $\mu_{L_{\alpha_i}}(\alpha_{opt,i})$ は、状態 e_i およびそのときの最適出力 $\alpha_{opt,i}$ に対して選択されたファジィラベルのメンバーシップ値を表す。

このようにして、位相面上の各点 e_i の状態ラベル L_{e_i} および $L_{\Delta e_i}$ をファジィ制御ルール前件部変数 e_i および Δe_i のラベルとし、この状態に対応する出力ラベル $L_{\alpha_{opt,i}}$ をファジィ制御ルール後件部

変数 u_i のラベルとして分類することによってファジィ制御ルールを構成する。

このとき、ファジィ制御ルールの前件部の1つの組み合わせに対して複数の後件部ファジィラベルが対応する場合がある。例えば、図10(a)の領域Aはファジィルール前件部が“ $e_i = NM$, $\Delta e_i = PM$ ”の領域である。ダイナミックプログラミングを行なう際の位相面の離散化の細かさと前件部変数のファジィラベルの定義との関係により、この領域に対応する後件部変数のファジィラベルは図に示すように複数存在することになる。このような場合には、その領域の点で $\mu_{\alpha}^{\max}(e_i)$ の値が最も大きい点のファジィラベルをその領域に対する後件部ファジィラベルとする。すなわち、その領域に対する後件部をその領域に存在する状態点のな

(a) ファジィ状態

(b) ファジィ出力

図10 ファジィ制御ルールの生成

かで最も最適条件を満たしている点のファジィラベルで代表する。

ファジィ最適制御において用いた位相面上のすべての点に対して上述の方法を行なうことによって、フィードバック型のファジィ制御ルールを導くことができる。

4.2 準最適ファジィフィードバック制御数値例

前節で述べた方法により得られたファジィフィードバック制御ルールを表1～表4に示す。これらのルールを用いてフィードバック制御を行なった結果を述べる。ただし、ここでは、サンプリング間隔 $\tau_f = 0.5$ とする。ファジィダイナミックプログラミングでは、サンプリング間隔 τ をむだ時

間と等しいとして計算を行なったので、サンプリング間隔に依存する Δe_i にスケーリングファクタ $k_s = \tau / \tau_f = 2.0 / 0.5$ を乗算し、 Δe_i のファジィラベリングに用いたメンバーシップ関数のスケールに換算して出力の計算を行なう。

目標値 $R=0.0$ の場合は、表1および表2に示されるように、得られたファジィ制御ルールは $e_i = ZO$, $\Delta e_i = ZO$ を中心に対称な構成となる。

目標値が 0.0 ではない場合では、表3および表4に示されるように、得られたファジィ制御ルールは、一般的なファジィルールと異なり、 $e_i = ZO$, $\Delta e_i = ZO$ を中心に対称な構成にはなっておらず、特に $e_i = ZO$, $\Delta e_i = ZO$ 付近では e_i が正の場合の出力がやや大きめに出力されるようなルール構成

表1 制約条件が緩い場合の
ファジィ制御ルール ($R=0.0$)

		e						
		NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
Δe	PB	PB	PB	PM	PM	PM	PM	PM
	PM	NB	PM	PB	PB	PM	PM	PM
	PS	NB	NM	PM	PM	PB	PB	PM
	ZO	NB	NS	NM	ZO	PM	PS	PB
	NS	NM	NB	NB	NM	NM	PM	PB
	NM	NM	NM	NM	NB	NB	NM	PB
	NB	NM	NM	NM	NM	NM	NB	NB

表2 制約条件が比較的厳しい場合の
ファジィ制御ルール ($R=0.0$)

		e						
		NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
Δe	PB	PS	PS	PS	PS	PS	PS	PS
	PM	NM	PM	PS	PS	PS	PS	PS
	PS	NM	ZO	PM	PM	PS	PS	PS
	ZO	NS	NS	NM	ZO	PM	PS	PS
	NS	NS	NS	NS	NM	NM	ZO	PM
	NM	NS	NS	NS	NS	NS	NM	PM
	NB	NS	NS	NM	NS	NS	NS	NS

図11 フィードバック制御システム応答
(制約条件が緩い場合、 $R=0.0$)

図12 フィードバック制御システム応答
(制約条件が比較的厳しい場合、 $R=0.0$)

になっている。例えば、表 3 において $e_i = NS$, $\Delta e_i = ZO$ の時 $u_i = NM$ であるのに対して $e_i = PS$, $\Delta e_i = ZO$ の時 $u_i = PB$ となっている。これは、この例の場合目標値 R が正の値であるため、目標値付近でオフセットを小さくするためのルールが自動的に生成されているためである。

この制御ルールによるファジィ制御結果をそれぞれ図 11、図 12 および図 13、図 14 に示す。図 11 および図 12 は、 $R=0.0$ の場合の制御結果であるが、制約が緩い場合には応答の収束が早く、制約が厳しい場合には出力が抑さえられるため、目標値への収束が遅くなっていることがわかる。

次に、 $R=3.0$ の場合では、通常、位置型 (PD 型) コントローラを用いるとオフセットが残るが、表 3 または表 4 のファジィ制御ルールを用いた場合では、図 13 または図 14 を見てもわかるように、わずかしかなオフセットが残らない。これは、最適

制御の効果である。

また、制御ルールについて言えば、ファジィ制約が厳しくなった場合、コントローラの出力が抑さえられるため、大きくオーバシュートした時に制御対象の状態量を目標値に抑さえることができないため、全体的に保守的な制御ルールとなっている。例えば、表 3 において $e_i = PM$, $\Delta e_i = NS$ の時 $u_i = PB$ であるのに対し、表 4 では $u_i = PS$ となっている。このルールは、状態量の立ち上がりに対応し、制約があまり厳しくない場合では大きな出力を出すことによって急速に目標値に近付けようとする。また、表 3 において $e_i = NS$, $\Delta e_i = NM$ の時 $u_i = NM$ であるのに対し、表 4 では $u_i = NS$ となっている。このルールは、オーバシュートが発生した場合に抑さえられるはたらきをもつ。コントローラの出力に対する制約が厳しい場合では出力が抑さえられるため、状態量の立ち上がり時にあ

表 3 制約条件が緩い場合の
ファジィ制御ルール ($R=3.0$)

		e							
		NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB	
Δe	PB	PB	PB	PB	PB	PB	PM	PM	
	PM	PB	PB	PM	PM	PM	PB	PB	
	PS	NM	NS	PB	PB	PM	PM	PB	
	ZO	NM	NM	NS	ZO	PB	PM	PB	
	NS	NM	NM	NM	NM	NS	PB	PB	
	NM	NM	NM	NM	NM	NM	NM	NS	
	NB	NM	NM	NM	NM	NM	NM	NM	

表 4 制約条件が比較的厳しい場合の
ファジィ制御ルール ($R=3.0$)

		e							
		NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB	
Δe	PB	PM	PM	PM	PM	PM	PM	PM	
	PM	PS	PB	PM	PM	PM	PS	PM	
	PS	NS	NS	PS	PB	PM	PM	PM	
	ZO	NS	NS	NS	ZO	PB	PM	PM	
	NS	NS	NS	NS	NS	NS	PS	PB	
	NM	NS	NS	NS	NS	NS	NS	NS	
	NB	NS	NS	NS	NS	NS	NS	NS

図 13 フィードバック制御システム応答
(制約条件が緩い場合、 $R=3.0$)

図 14 フィードバック制御システム応答
(制約条件が比較的厳しい場合、 $R=3.0$)

まり大きな出力を出すことができない。制御結果を比較しても、コントローラ出力に対する制約が大きい場合では立ち上がりが悪い。しかし、目標値への収束性については制約条件が緩い場合と比較して向上している。これは、出力が全体として抑さえられているため、目標値付近でのコントローラ出力の変化が小さい(ゲインが小さい)ためと考えられる。

図 13、14 のいずれの場合も目標値付近での振動が長く残っているが、これは全領域にわたってダイナミックプログラミングから得られた制御ルールのみを使用し、通常の PD フィードバック制御ルールへの切り替えを行っていないためであり、目標値付近で安定性を考慮したファジィ PD 制御ルールを採用することによって容易に安定性を向上させることができると考えられる。

興味深いことに、ここで得られたファジィ制御ルールは、特徴として出力の符号が制御ルールテーブル上のある線に沿って切り替わることである。(例えば PB や PM と NM や NB がルールテーブル上で隣り合っている。)これは、言語ルールによってスイッチングラインを表現したファジィスライディング・モード制御^{14),16)}と同様の結果になっている。

5. 結 言

従来のファジィ制御は多くの場合、古典制御における PI、または PD 制御のルールをそのままファジィ化したものであった。これまでの研究にもメンバーシップ関数の最適調整についての論文は多い^{22),23)}が、これは PID 制御の最適パラメータ調整に対応するもので制御動作自体を最適化するものではない。また、ファジィ動的計画やファジィ線形計画を用いた最適制御の研究もあるが、それらは本質的にフィードフォワード制御であり、ロバスト性や安定性の問題は考慮されていない。

本研究では、最適制御の考え方を取り入れ、かつ、安定性についても考慮できるフィードバック型のファジィ制御系の構成法を提案した。すなわち、制御対象の状態量に対して言語的に与えた目

標とコントローラに対して与えられた言語的な制約を満足するようなコントローラ出力をファジィダイナミックプログラミングによって決定し、さらに、その結果得られた最適制御の入出力関係からフィードバック型のファジィ制御ルールを求めた。目標値から離れた領域においては、フィードフォワード制御であるため、可制御性があれば状態を目標値に近付けることができる。目標値近傍の領域については、フィードバック型の制御ルールであるため安定性の問題を生じるが、この領域の安定解析については既に提案されている方法¹⁰⁾により解析することができる。これによって、与えられた条件に対して最適性を考慮し、かつ、安定性も満足する準最適なフィードバック制御ルールを決定することができる。

シミュレーション実験により、本方法によってオフセットが小さく、また、目標値に対する収束も良好なフィードバック型のファジィ制御系を構成することができることを示した。

この数値例では、目標値付近でファジィルールをダイナミックプログラミングによって得られたルールから通常の PD タイプのルールに切り替えなくてもオフセットやオーバーシュートを小さくするルールが得られ、良好に制御することが可能であった。しかし、一般には外乱の存在やダイナミックプログラミングのモデルの誤差などにより、フィードフォワードだけで常に良好な制御が行なわれるとは言えないので、PD ルールに切り替えることが望ましい。

最初に述べたように、従来の制御理論では、古典制御と現代制御とでは全く視点が異なっているため両者の融合は考えられなかった。しかし、ファジィ制御はルールが自由に選べるので、フィードバックもフィードフォワードも、あるいは両者の混合も容易に実現できる。この特徴を活かせば、新しい制御システム設計法を展開することができる。本論文は、状態量が目標値から離れた領域にある場合は最適制御理論により、素早く目標値近傍に近付けるという大胆な制御動作を行ない、状態量が目標値に近くなったならば安定性やオフセ

ットを重視したフィードバック制御に切り替えるという新しい制御方式をファジィで実現することを提案した。

ここでは最適制御を実現するのにファジィダイナミックプログラミングを用いたが、これは汎用性があるので計算量の問題を無視すれば制御対象をここで仮定したような1次遅れ+むだ時間に限定する必要はなく、線形、非線形を問わずどのような制御対象にも適用可能である。また、ファジィ状態量は三角型、ファジィ制約は台形のメンバーシップ関数で表したが、どのような選択も自由である。重要な点はファジィ最適制御の操作を状態量の関数としてファジィルールに変換することであり、それによって準最適なフィードバック制御系を構成することが可能である。

シミュレーションによって得られた制御結果は、ほぼ最適に近いものであり、本方法の有効性を確認することができた。また、ここで得られたフィードバック制御のルールは、Palmや川路、松永のスライディングモードファジィ制御¹⁶⁾の切り替え線とよく似た位置で出力が変化しており、その点からも興味深い。

参 考 文 献

- 1) 田中、菅野：リアプノフの直接法を用いたファジィシステムの安定解析とリアプノフ関数の構成について；6th Fuzzy System Symposium, pp. 353~356(1990)
- 2) 張、荒木：ファジィ制御系の数理解析と産業応用の可能性について；計測自動制御学会論文集、Vol.26, No.11, pp.1267~1274(1990)
- 3) 張、荒木：ファジィ制御系の安定性の十分条件；第33回自動制御連合講演会、pp.149~152(1990)
- 4) 北村：ファジィルール制御系の安定解析のための円板条件；計測自動制御学会論文集、Vol.27, No. 5, pp.532~537(1991)
- 5) 前田、村上：位相面を用いたファジィ制御系の安定性の解析；日本ファジィ学会誌、Vol.3, No.2, pp.329~338(1991)
- 6) F.Bousslama, A.Ichikawa: Application of Limit Fuzzy Controllers to Stability Analysis; Fuzzy Sets and Systems, 49, pp.103~120(1992)
- 7) S.Singh: Stability Analysis of Discrete Fuzzy Control System; FUZZ-IEEE'92, pp. 527~534(1992)
- 8) G.Abdelnour, J.Y.Cheng: Transient Response Analysis of a Fuzzy Logic Controller, FUZZ-IEEE'92, pp.503~510, (1992)
- 9) C.J.Harris, C.G.Moore: Phase Plane Analysis Tools for a class of Fuzzy Control Systems; FUZZ-IEEE'92, pp.511~518(1992)
- 10) 北條、寺野、増井：位相面によるファジィ制御系の安定解析；日本ファジィ学会誌 Vol.4, No.6 pp.893~905(1992)
- 11) 寺野、浅井、菅野編：ファジィシステム入門；11.3節、pp.167~174、オーム社(1987)
- 12) 水本：ファジィ理論とその応用；サイエンス社、pp.240~248(1988)
- 13) 小松崎、王：ファジィ理論を用いたレギュレータ問題、SICE'91, pp.327~328(1991)
- 14) S.Kawaji, N.Matsunaga : Fuzzy Control of VSS Type and Its Robustness, IFSA'93, pp.81~84, Eng. (1991)
- 15) G.C.Hwang, S.C.Lin : Stability approach to fuzzy control design for nonlinear systems, Fuzzy Sets and Systems, 48, pp.279~287(1992)
- 16) R.Palm: Sliding Mode Fuzzy Control; 1st International IEEE Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE '92), pp.519~526(1992)
- 17) J.Kacprzyk : Fuzzy Optimal Control Revisited : Toward a new generation of fuzzy control?; 2nd Int. Conf. on Fuzzy Logic & Neural Networks, pp.429~432(1992)
- 18) D.Filev, P.Angelov : Fuzzy optimal control ; Fuzzy Sets and Systems 47 pp.151~156(1992)
- 19) H.Kang, Y.Kim, H.Jeon : A Systematic Design of Automatic Fuzzy Rule Generation for Dynamic Systems ; Proc. of the Korea-Japan Joint Conference on Fuzzy Systems and Engineering, pp.41-47(1992)
- 20) T.Hojo, T.Terano, S.Masui : Fuzzy Optimal Control Applying Dynamic Programming; 2nd International Symposium on Uncertainty Modeling & Analysis, pp.619-635(1993)
- 21) T.Hojo, T.Terano, S.Masui : Design of Quasi-Optimal Fuzzy Controller by Fuzzy Dynamic Programming; 2nd IEEE International Conference on Fuzzy Systems(FUZZ-IEEE '93), pp.

1253-1258(1993)

22) 朝山、森永、佐野、田中：一次遅れ＋むだ時間系におけるファジィコントローラの最適調整； 6th Fuzzy System Symposium, pp.193~196(1990)

23) 藤本、村上：ファジィ制御系(一次遅れ＋無駄時間系、積分系)におけるスケーリングファクタの最適調整； 8th Fuzzy System Symposium, pp.553~556(1990)

(1993年1月11日 受付)

[問い合わせ先]

〒144 東京都大田区西六郷4-28-1

山武ハネウエル株式会社

北條 達也

TEL: 03-3730-2314

FAX: 03-3730-2115

 著 者 紹 介

北條 達也 (きたはら たつや)

山武ハネウエル株式会社工業システム事業部システム開発部

昭和61年3月 大阪大学大学院工学研究科産業機械工学専攻前期課程修了。同年4月 山武ハネウエル株式会社入社。平成4年3月 法政大学大学院工学研究科システム工学専攻博士後期課程修了。工学博士。主として、制御システムソフトウェア開発、ファジィ制御に関する研究に従事。計測自動制御学会、日本機械学会、電気学会会員。

増井 重弘 (ますい しげひろ)

法政大学工学部システム制御工学科

昭和37年 工学院大学電子工学コース卒業。昭和39年 工学院大学助手、昭和41年 法政大学付属工業高校教諭、昭和60年 法政大学工学部講師。弁理士。工学博士。主としてファジィシステムに関する研究に従事。日本ファジィ学会監事、計測自動制御学会、電気学会、電子通信情報学会会員。

寺野 寿郎 (てらの しろう)

国際ファジィ工学研究所所長

昭和20年 東京大学第二工学部卒業。専攻 制御工学、システム工学、あいまい工学。主著 「システム工学入門」、「システム工学の手法」、「あいまい工学のすすめ」、「ボイラの自動制御」、「機械設計システム」、「ファジィシステム入門」、「応用ファジィシステム入門」など。東京工業大学名誉教授。工学博士。

Fuzzy Feedback Control Rules Based on Optimality

Tatsuya HOJO

Yamatake-Honeywell Co., Ltd.

4-28-1, Nishi-Rokugo, Ohta-ku, Tokyo, JAPAN

Toshiro TERANO

Laboratory of International Fuzzy Engineering Research

Siber Hegner Building, 89-1, Yamashita-cho, Naka-ku, Yokohama-shi, JAPAN

Shigehiro MASUI

Faculty of Engineering, Hosei University

3-7-2, Kajino-cho, Koganei-shi, Tokyo, JAPAN

The conventional control theories can be divided into two classes, that is, classical control theory whose objective is to minimize the control error and modern control theories whose objective is to obtain the dynamic control which optimize the integral type performance index. The both class of control theories are different in design concept and structure. On the other hand, control action of most of the fuzzy control is a fuzzified PD or PI control action used in classical control theory. There are many studies on fuzzy dynamic programming. But it is hard to apply fuzzy dynamic programming to control, because it is basically considered as a feedforward control. Since fuzzy control rules can be chosen more freely in order to achieve a higher goal, it should be possible to design fuzzy control system which has both advantages of classical control theory and modern control theory.

This paper proposes the new control strategy that the fuzzy optimal control rules are selected when the state variables are apart from the goal and it is switched to ordinary fuzzy PD control rules automatically near the goal in order to solve the problem of stability and off-set. For the optimal control, phase plane is digitized and the optimal output of the controller is obtained by applying fuzzy dynamic programming which has linguistically explained goals and constraints to each state on the phase plane. Quasi-optimal feedback control rules are obtained by describing the optimal output of controller for each state as fuzzy rules whose inputs are state variables.

The effectiveness of the system designed with this method is verified by simulations and it was also found that the characteristic of the system is similar to that of fuzzy sliding mode control.

Keywords : Fuzzy Control, Optimal Control, Fuzzy Dynamic Programming, Feedback Control, Quasi-Optimal Fuzzy Controller