論文

ファジィパラメータを含む 大規模多目的線形計画問題に対する 対話型意思決定[†]

坂和 正敏* 加藤 浩介* 溝内 竜士*

本論文では、これまで定式化されてきた角型構造の大規模多目的線形計画問題に含まれる数多くのパラメータに対して、問題の定式化に携わった専門家の人間としての判断をより適切に表現するために、パラメータのあいまい性がファジィ数として特性づけられているという、ファジィ数を含む角型構造の大規模多目的線形計画問題の定式化によって、現実の意思決定状況をより適切に近似することを可能にする。また、ファジィ数のベクトルや行列のすべてのメンバシップ関数の帰属度が α 以上となる係数ベクトルや行列の中で、特に意思決定者が最も望ましいように、その値を設定するという、非ファジィな α -多目的線形計画問題を導入した後、通常のパレート最適解の概念を素直に拡張して、問題に含まれるあいまい性を考慮した α -パレート最適解の概念を定義する。さらに、意思決定者が主観的に設定した基準値にミニマックスの意味で近い α -パレート最適解を求め、もし意思決定者が満足しなければ基準値を対話的に更新することにより、 α -パレート最適解の集合の中から意思決定者の満足解を導出するという対話型意思決定を提案する。ここで、 α -パレート最適解を求めるためのミニマックス問題は、本論文で導入する手法により、線形性と角型構造が保持されることになるので、Dantzig-Wolfeの分解原理の適用により、 α -パレート最適解が求められる。

キーワード：大規模多目的線形計画法、角型構造、ファジィ数、 α -パレート最適解、対話型意思決定

1. はじめに

現実の数多くの大規模な最適化問題は、通常、角型構造をしている数理計画問題として定式化される。このような大規模な数理計画問題に対しては、なんらかの工夫により、いくつかの小規模な問題に分割して解くことが望ましい。このような観点からの最初の試みは、1960年代初めのDantzig-Wolfe[1]の、角型構造の大規模線形計画問題に対する分解原理の提案に見い出される。その後、これを契機として、一目的のみならず多目的をも考慮した、角型構造の大規模数理計画問題

に対する数多くの研究が活発に行われるようになってきている[6,7,17]。

しかし、人間の判断のあいまい性を考慮すれば、意思決定者は、角型構造の大規模多目的計画問題として定式化された問題の各々の目的関数に対して、「だいたいある値以下にしたい」というようなファジィ目標をもっていると考えの方が、より適切であると思われる[8-10,20]。このような観点から、筆者らはすでに、角型構造の大規模線形計画問題に焦点をあて、多目的線形計画問題の各目的関数に対してファジィ目標を取り入れたZimmerman[20]のアプローチを角型構造の大規模多目的線形計画問題に導入して変換した問題に、Dantzig-Wolfeの分解原理を適用して、意思決定者のファジィ目標を考慮した満足解[8-10,17]を導くための新しい手法を提案してきた[11-14]。

これらの論文では、まず、単一目的の角型構造

[†] Interactive Decision Making for Large-Scale Multiobjective Linear Programming Problems with Fuzzy Parameters

* Masatoshi SAKAWA, Kosuke KATO and
Ryuji MIZOUCHI
広島大学工学部 第二類 (電気系)
Faculty of Engineering, Hiroshima University

の大規模線形計画問題に対する意思決定者のファジィ目標とファジィ制約を線形のメンバシップ関数で規定した後、凸ファジィ決定で統合すれば、ある適切な条件のもとで、意思決定者の満足解は独立な小規模の線形計画問題を解くことにより得られるのみならず、その条件が満たされない場合にも、Dantzig-Wolfe の分解原理[1]が適用できることを明らかにした[12]。次に、複数個の相競合する目的関数を同時に考慮した多目的の角型構造の大規模線形計画問題の各目的関数に対する意思決定者のファジィ目標を線形のメンバシップ関数で規定した後、ファジィ決定に基づいて変換した問題に Dantzig-Wolfe の分解原理[1]を適用して、パレート最適性の保証された意思決定者の満足解を導くことを提案した[13]。しかし、凸ファジィ決定やファジィ決定は、複数個のメンバシップ関数の統合法のある 1 つの特別な場合であり、一般の状況においては、必ずしも満足できる統合法であるとはいいがたいとの観点から、角型構造の大規模多目的線形計画問題の各目的関数に対する意思決定者のファジィ目標を線形のメンバシップ関数で規定した後、メンバシップ関数空間において、意思決定者の設定する基準点にミニマックスの意味で近いパレート解を求めるためのミニマックス問題を導入するとともに、ミニマックス問題に Dantzig-Wolfe の分解原理を適用して、得られたパレート最適解に、意思決定者が満足できなければ対話的に基準点を更新することにより、最終的にパレート最適性の保証された意思決定者の満足解を求めるという対話型手法を提案した[14,15]。

ところが、複雑に依存しあう現実の意思決定状況を、これらの論文で考察してきたような角型構造の大規模多目的線形計画問題として定式化する場合、これまでの定式化では、問題の定式化に携わった専門家の判断により、定式化される問題に含まれる数多くのパラメータの値は、何らかの経験的あるいは主観的な方法で明確な数値として設定されてきたが、現実のシステムの近似としては、やはり不十分なものであったと思われる。このような角型構造の大規模多目的線形計画問題に含ま

れるパラメータに対する専門家の人間としてのあいまい性を含む判断を、より適切に表現するためには、従来のように何らかの方法で無理やりある値に設定するよりはむしろ、含まれるパラメータそのものを「だいたい y ぐらいの数」であるというようなファジィ数[2,3]としてとらえた方が、現実の多目的意思決定状況における専門家の判断をより適切に表現することが可能になるものと期待できる。このような観点から、本論文では、これまで考察されてきた角型構造の大規模多目的線形計画問題の一般化として、角型構造の大規模多目的線形計画問題の各々の目的関数や制約式に含まれるパラメータに対する専門家の判断のあいまい性がファジィ数として特性づけられているという、ファジィ数を含む角型構造の大規模多目的線形計画問題の定式化を試みる。

しかし、残念ながら、このようなファジィ数を含む角型構造の大規模多目的線形計画問題に対しては、これまで提案してきた手法[11-14]をそのまま適用することはできない。このような問題点に対処するため、本論文では、問題に含まれるファジィ数のベクトルや行列のすべてのメンバシップ関数の帰属度が α 以上となるような係数ベクトルや行列の中で、特に意思決定者が最も望ましいように、その値を設定するという、非ファジィな α -多目的線形計画問題を導入するとともに、通常のパレート最適解の概念を素直に拡張して、問題に含まれるあいまい性を考慮した α -パレート最適解の概念を定義する。

さらに、 α -多目的線形計画問題の各々の目的関数に対して、意思決定者が主観的に設定した基準値にミニマックスの意味で近い α -パレート最適解を求め、もし意思決定者が満足しなければ基準値を対話的に更新することにより、 α -パレート最適解の集合の中から意思決定者の満足解を導出するという対話型意思決定を提案する。ここで、 α -パレート最適解を求めるためのミニマックス問題は、本論文で導入する手法により、線形性と角型構造が保持されることになるので、Dantzig-Wolfe[1]の分解原理の適用により、 α -パレート

最適解が求められることを示す。

2. ファジィ数を含む多目的線形計画問題と解の概念

一般に、角型特殊構造の大規模多目的線形計画 (Large-Scale Multiobjective Linear Programming : LSMOLP) 問題は次のように定式化される。

$$\left. \begin{array}{l} \text{minimize } \mathbf{c}_1 \mathbf{x} = \mathbf{c}_{11} \mathbf{x}_1 + \cdots + \mathbf{c}_{1p} \mathbf{x}_p \\ \text{minimize } \mathbf{c}_2 \mathbf{x} = \mathbf{c}_{21} \mathbf{x}_1 + \cdots + \mathbf{c}_{2p} \mathbf{x}_p \\ \vdots \\ \text{minimize } \mathbf{c}_k \mathbf{x} = \mathbf{c}_{k1} \mathbf{x}_1 + \cdots + \mathbf{c}_{kp} \mathbf{x}_p \\ \text{subject to } \mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{A}_1 \mathbf{x}_1 + \cdots + \mathbf{A}_p \mathbf{x}_p \leq \mathbf{b}_0 \\ \quad \quad \quad \mathbf{B}_1 \mathbf{x}_1 \quad \quad \quad \leq \mathbf{b}_1 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \ddots \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \mathbf{B}_p \mathbf{x}_p \leq \mathbf{b}_p \\ \quad \quad \quad \mathbf{x}_j \geq \mathbf{0}, j=1, \dots, p \end{array} \right\} \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{c}_{ij} (i=1, \dots, k; j=1, \dots, p)$ は n_j 次元係数行ベクトル、 $\mathbf{x}_j (j=1, \dots, p)$ は n_j 次元列ベクトルの決定変数である。制約式 $\mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{A}_1 \mathbf{x}_1 + \cdots + \mathbf{A}_p \mathbf{x}_p \leq \mathbf{b}_0$ は m_0 次元ベクトルからなる結合制約で、 $\mathbf{A}_j$ は $m_0 \times n_j$ の係数行列である。さらに、 $\mathbf{B}_j \mathbf{x}_j \leq \mathbf{b}_j (j=1, \dots, p)$ は $\mathbf{x}_j$ に対する m_j 次元ベクトルからなるブロック制約式で、 $\mathbf{B}_j$ は $m_j \times n_j$ の係数行列である。簡略化のため、LSMOLP の制約領域を X と書き表すことにする。

このような構造の問題はブロック角型構造をもつと言われ、現実の大規模な多変数の多目的線形計画問題にしばしば現れる。例えば、いくつかの事業部をもつ製造会社の利潤のみならず環境汚染などをも考慮した生産計画の問題を多目的線形計画問題として定式化すれば、このような構造になるであろう。というのは、製造会社の各事業部ごとに、それぞれ独自の利用可能な資源の最大量が与えられており、これらの各事業部は、さらに、会社全体としての利用可能な最大量に制限のある共通の資源をわけあって利用しなければならないという制約によって結ばれ、これらの制約のもとで全体の利益を最大にし、汚染物の排出量を最小にするなどの複数の目的が存在しているような状況が多目的線形計画問題としての定式化に反映さ

れるからである。

一般に、与えられた制約条件の下で、複数個の相競合する目的関数を同時に最適化するという多目的線形計画問題においては、一目的の最適解の概念をそのまま単純に拡張した解としての、すべての目的関数を同時に最適にする完全最適解は存在しないので、ある目的関数の値を改善するためには少なくとも他の1つの目的関数の値を改悪せざるを得ない解として、パレート最適解の概念が導入されている[9,10,18]。

定義1 (パレート最適解)

$\mathbf{x}^* \in X$ に対して、 $\mathbf{c}_i \mathbf{x} \leq \mathbf{c}_i \mathbf{x}^*, i=1, \dots, k$ で、しかも、ある l について $\mathbf{c}_l \mathbf{x} < \mathbf{c}_l \mathbf{x}^*$ となるような $\mathbf{x} \in X$ が存在しないとき、 $\mathbf{x}^*$ をパレート最適解という。

ところが、このように定式化されてきた LSMOLP に含まれる数多くのパラメータに対して、問題の定式化に携わった専門家の人間としての判断をより適切に表現するためには、従来のように何らかの経験的あるいは主観的な方法である値に設定するよりはむしろ、含まれるパラメータそのものを「だいたいぐぐらゐの数」であるというようなファジィ数としてとらえた方が、現実の多目的意思決定状況をより適切に表すことが可能になるものと期待できる。このような観点から、LSMOLP の目的関数と制約式に含まれるパラメータのあいまい性がファジィ数として特性づけられているという、次のようなファジィパラメータを含む多目的線形計画 (LSMOLP-FP) 問題を考察してみよう。

$$\left. \begin{array}{l} \text{minimize } \tilde{\mathbf{c}}_1 \mathbf{x} = \tilde{\mathbf{c}}_{11} \mathbf{x}_1 + \cdots + \tilde{\mathbf{c}}_{1p} \mathbf{x}_p \\ \text{minimize } \tilde{\mathbf{c}}_2 \mathbf{x} = \tilde{\mathbf{c}}_{21} \mathbf{x}_1 + \cdots + \tilde{\mathbf{c}}_{2p} \mathbf{x}_p \\ \vdots \\ \text{minimize } \tilde{\mathbf{c}}_k \mathbf{x} = \tilde{\mathbf{c}}_{k1} \mathbf{x}_1 + \cdots + \tilde{\mathbf{c}}_{kp} \mathbf{x}_p \\ \text{subject to } \tilde{\mathbf{A}} \mathbf{x} = \tilde{\mathbf{A}}_1 \mathbf{x}_1 + \cdots + \tilde{\mathbf{A}}_p \mathbf{x}_p \leq \tilde{\mathbf{b}}_0 \\ \quad \quad \quad \tilde{\mathbf{B}}_1 \mathbf{x}_1 \quad \quad \quad \leq \tilde{\mathbf{b}}_1 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \ddots \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \tilde{\mathbf{B}}_p \mathbf{x}_p \leq \tilde{\mathbf{b}}_p \\ \quad \quad \quad \mathbf{x}_j \geq \mathbf{0}, j=1, \dots, p \end{array} \right\} \quad (2)$$

ここで、例えば、ベクトル $\mathbf{y}$ や、行列 Z に対して、 $\tilde{\mathbf{y}}$ や $\tilde{Z}$ は、それぞれ、対応する要素がファジ

ィ数であるようなベクトルあるいは行列を表している。

これらの、ファジィ数は問題の定式化に携わった専門家の判断のあいまい性を表しており、Dubois と Prade[2,3]により導入されたファジィ数として特性づけられるものとしよう。メンバシップ関数 $\mu_{\tilde{y}}(x)$ が次のように定義されるファジィ数 $\tilde{y}$ であると仮定する。

- (1) R^1 から閉区間 $[0,1]$ への連続写像である。
- (2) $\mu_{\tilde{y}}(x) = 0 \quad \forall x \in (-\infty, c]$
- (3) 閉区間 $[c,a]$ 上で強意増加で連続関数である。
- (4) $\mu_{\tilde{y}}(x) = 1 \quad \forall x \in [a,b]$
- (5) 閉区間 $[b,d]$ 上で強意減少で連続関数である。
- (6) $\mu_{\tilde{y}}(x) = 0 \quad \forall x \in [d, +\infty)$ 。

LSMOLP-FP は、目的関数や制約式に含まれる係数がファジィ数として特性づけられているため、これまでの LSMOLP に対して定義されてきたパレート最適解の概念をそのまま適用することはできない。そこで、LSMOLP-FP に含まれているすべてのファジィ数のベクトルや行列のメンバシップ関数の値が α 以上であるような α -レベル集合 [2,10] を導入し

$$\begin{aligned}
 (\tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{b}, \tilde{c})_{\alpha} = \{ (A, B, b, c) \mid & \mu_{\tilde{a}_{ij}}(a_{ij}^s) \geq \alpha, \\
 & \mu_{\tilde{b}_{hj}}(\tilde{b}_{hj}^s) \geq \alpha, \mu_{\tilde{b}'_{h'j}}(b'_{h'j}) \geq \alpha, \\
 & \mu_{\tilde{c}_j^s}(c_j^s) \geq \alpha, \quad i=1, \dots, m_0, \\
 & j=1, \dots, n_s, \quad s=1, \dots, p, \\
 & t=1, \dots, k, \quad h=1, \dots, m_s, \\
 & h'=1, \dots, m_{s'}, \quad s'=0, \dots, p \}
 \end{aligned} \quad (3)$$

と書き表すことにしよう。

さて、意思決定者(Decision Maker: DM)が LSMOLP-FP の目的関数と制約式に含まれるファジィ数のベクトルや行列を規定するメンバシップ関数の帰属度が、すべてある値 α 以上であればよいと判断したと仮定しよう。以下では、このような LSMOLP-FP の現実性の度合いを表す α の値を、DM の LSMOLP-FP に対する許容レベル値とよぶことにする。このとき、LSMOLP-FP は係数ベクトルや行列 $(A, B, b, c) \in (\tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{b}, \tilde{c})_{\alpha}$ に依存する通常の多目的線形計画問題(LSMOLP-FP (A, B, b, c))と解釈できる。このような LSMOLP-

FP (A, B, b, c) は、係数ベクトルや行列 (A, B, b, c) に依存して無限個存在することになるが、係数ベクトルや行列 (A, B, b, c) の値は α -レベル集合 $(\tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{b}, \tilde{c})_{\alpha}$ に属する任意の値に対して、ファジィ数のベクトルや行列のすべてのメンバシップ関数の帰属度が α 以上であるという意味においては任意である。しかし、DM の立場になって考えてみると、このような係数ベクトルや行列 $(A, B, b, c) \in (\tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{b}, \tilde{c})_{\alpha}$ を任意に選ぶことが可能であれば、特に、LSMOLP-FP (A, B, b, c) の制約式を満たし目的関数を最小にするように $(A, B, b, c) \in (\tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{b}, \tilde{c})_{\alpha}$ を決定することが最も望ましい。このような観点から、ファジィ数のベクトルや行列のすべてのメンバシップ関数の帰属度が α 以上となる係数ベクトルや行列 $(A, B, b, c) \in (\tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{b}, \tilde{c})_{\alpha}$ 、すなわち問題の現実性の度合いが α 以上であるような (A, B, b, c) の中で、特に DM が最も望ましいように、その値を設定するという、次のような非ファジィな α -多目的線形計画(α -LSMOLP)問題を導入する。

$$\left. \begin{aligned}
 & \text{minimize } c_1 x = c_{11}x_1 + \dots + c_{1p}x_p \\
 & \text{minimize } c_2 x = c_{21}x_1 + \dots + c_{2p}x_p \\
 & \quad \vdots \\
 & \text{minimize } c_k x = c_{k1}x_1 + \dots + c_{kp}x_p \\
 & \text{subject to } Ax = A_1x_1 + \dots + A_px_p \leq b_0 \\
 & \quad B_1x_1 \leq b_1 \\
 & \quad \quad \quad \ddots \\
 & \quad B_px_p \leq b_p \\
 & \quad x_j \geq 0, \quad j=1, \dots, p \\
 & \quad (A, B, b, c) \in (\tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{b}, \tilde{c})_{\alpha}
 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

このように、 α -LSMOLP においては、係数ベクトルや行列 (A, B, b, c) は、もはや単に係数としてではなく、変数として取り扱われていることに注意しよう。

このとき、通常のパレート最適解を素直に拡張することにより、問題に含まれるあいまい性をも考慮した α -LSMOLP に対する α -パレート最適解の概念を導入することができる。

定義 2(α -パレート最適解)

α -LSMOLP に対して、 $c_i x \leq c_i^* x^*$, $i=1, \dots, k$ で、しかも、ある l について $c_l x < c_l^* x^*$ となるよう

な $x \in X(A, B, \mathbf{b}, \mathbf{c})$, $(A, B, \mathbf{b}, \mathbf{c}) \in (\tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{\mathbf{b}}, \tilde{\mathbf{c}})_\alpha$ が存在しないとき, $\mathbf{x}^* \in X(A^*, B^*, \mathbf{b}^*, \mathbf{c}^*)$ を α -パレート最適解, 対応するパラメータ値 $(A^*, B^*, \mathbf{b}^*, \mathbf{c}^*)$ を α -レベル最適係数とよぶ.

ここで, α -LSMOLP に対する α -パレート最適解と α -レベル最適係数の意味についてもう少し詳しく考えてみよう. LSMOLP-FP に含まれるファジィ数としての係数は, α -LSMOLP においてはそのメンバシップ関数値が α 以上であるという α -レベル集合上で自由に動くことができる決定変数であるので, もとの LSMOLP と比較すれば, 問題の定式化に生じるあいまい性を反映した解を得ることが可能になる. ここで, LSMOLP-FP に含まれるすべてのファジィ数の現実性の度合いを表す許容レベル α は, DM が最も望ましい値に主観的に設定するべきものである. 定義より, α -LSMOLP において決定変数を $(\mathbf{x}, A, B, \mathbf{b}, \mathbf{c})$ と見なしたときの通常の意味でのパレート最適解 $(\mathbf{x}^*, A^*, B^*, \mathbf{b}^*, \mathbf{c}^*)$ に対して, $\mathbf{x}^*$ が α -パレート最適解で, $(A^*, B^*, \mathbf{b}^*, \mathbf{c}^*)$ が α -レベル最適係数であることが容易にわかる.

ここで, 定義からもわかるように, α -パレート最適解は, 一般に, 無限個存在するので, 現実の意思決定においては, 人間としての意思決定者が, 自己の選好に基づいて, α -パレート最適解の集合の中から最終的な合理的な解を選択しなければならないことに注意しよう.

3. ミニマックス問題

意思決定者(Decision Maker: DM)の設定した α に対して, 各目的関数に DM の志望水準を反映する基準値 $\bar{z}_i (i=1, \dots, k)$ を DM が主観的に設定すれば DM の満足解の候補となりうる α -パレート最適解は, 次のミニマックス問題を解くことにより求められる.

$$\left. \begin{array}{l} \text{minimize } \max_{i=1, \dots, k} (\mathbf{c}_i \mathbf{x} - \bar{z}_i) \\ \text{subject to } \mathbf{x} \in X(A, B, \mathbf{b}, \mathbf{c}) \\ (A, B, \mathbf{b}, \mathbf{c}) \in (\tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{\mathbf{b}}, \tilde{\mathbf{c}})_\alpha \end{array} \right\} \quad (5)$$

あるいは等価的に

$$\left. \begin{array}{l} \text{minimize } v \\ \text{subject to } \mathbf{c}_i \mathbf{x} - \bar{z}_i \leq v, \quad i=1, \dots, k \\ \mathbf{x} \in X(A, B, \mathbf{b}, \mathbf{c}) \\ (A, B, \mathbf{b}, \mathbf{c}) \in (\tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{\mathbf{b}}, \tilde{\mathbf{c}})_\alpha \end{array} \right\} \quad (6)$$

この問題を解くことにより, DM の設定した α に対する α -レベル集合 $(A, B, \mathbf{b}, \mathbf{c}) \in (\tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{\mathbf{b}}, \tilde{\mathbf{c}})_\alpha$ 内で, DM が主観的に設定した基準値 $\bar{z}_i$ にミニマックスの意味で近い解が得られる. ここで, 基準点の考えは, Wierzbicki[19]によって最初に提案されたものである.

しかし, 残念ながら, このようなミニマックス問題においては, 係数ベクトルや行列 $(A, B, \mathbf{b}, \mathbf{c})$ は, もはや単に係数としてではなく, 変数として取り扱われているので, 制約条件式はもはや線形ではなく, 非線形になってしまっていることに注意しよう.

このような制約条件の非線形性に対処するため, ここでは, 次のような集合値関数を導入してみよう.

$$\begin{aligned} S_i(\mathbf{c}_i) &= \{(\mathbf{x}, v) \mid \mathbf{c}_i \mathbf{x} - \bar{z}_i \leq v, \quad i=1, \dots, k\} \\ T_j(B_j, \mathbf{b}_j) &= \{\mathbf{x}_j \mid B_j \mathbf{x}_j \leq \mathbf{b}_j, \quad j=1, \dots, p\} \\ U(A, \mathbf{b}_0) &= \{\mathbf{x} \mid A\mathbf{x} \leq \mathbf{b}_0\} \end{aligned} \quad (7)$$

このとき, 幸いにも, これらの集合値関数 $S_i(\cdot)$, $T_j(\cdot, \cdot)$, $U_j(\cdot, \cdot)$ に対して, $\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$ のとき, 次の関係が成立することが容易に示される.

[命題]

- (1) $\mathbf{c}_i^1 \leq \mathbf{c}_i^2 \Rightarrow S_i(\mathbf{c}_i^1) \supseteq S_i(\mathbf{c}_i^2)$
- (2) $B_j^1 \leq B_j^2 \Rightarrow T_j(B_j^1, \mathbf{b}_j) \supseteq T_j(B_j^2, \mathbf{b}_j)$
- (3) $\mathbf{b}_j^1 \leq \mathbf{b}_j^2 \Rightarrow T_j(B_j, \mathbf{b}_j^1) \supseteq T_j(B_j, \mathbf{b}_j^2)$
- (4) $A^1 \leq A^2 \Rightarrow U(A^1, \mathbf{b}_0) \supseteq U(A^2, \mathbf{b}_0)$
- (5) $\mathbf{b}_0^1 \leq \mathbf{b}_0^2 \Rightarrow U(A, \mathbf{b}_0^1) \supseteq U(A, \mathbf{b}_0^2)$

ここで, ファジィ数の行列 A_i , B_i , ファジィ数のベクトル $\mathbf{b}_h$, $\mathbf{c}_j$ に対する α -レベル集合の性質より, A_i , B_i , $\mathbf{b}_h$, $\mathbf{c}_j$ の実行可能領域は, それぞれ対応する α -レベル集合の左右の端点により, 閉区間 $[A_{ia}^L, A_{ia}^R]$, $[B_{ia}^L, B_{ia}^R]$, $[\mathbf{b}_{h'a}^L, \mathbf{b}_{h'a}^R]$, $[\mathbf{c}_{ja}^L, \mathbf{c}_{ja}^R]$ のように表されることを考慮すれば, 命題よりミニマックス問題の最適解は次の線形計画問題を解くことにより得られることがわかる.

$$\begin{aligned}
& \text{minimize } v \\
& \text{subject to } \left. \begin{aligned}
c_{1a}^l x &= c_{1a}^l x_1 + \cdots + c_{1pa}^l x_p - \bar{z}_1 \leq v \\
c_{2a}^l x &= c_{2a}^l x_1 + \cdots + c_{2pa}^l x_p - \bar{z}_2 \leq v \\
&\vdots \\
c_{ka}^l x &= c_{ka}^l x_1 + \cdots + c_{kpa}^l x_p - \bar{z}_k \leq v \\
A_a^l x &= A_{1a}^l x_1 + \cdots + A_{pa}^l x_p \leq b_a^R \\
B_{1a}^l x_1 &\leq b_{1a}^R \\
&\vdots \\
B_{pa}^l x_p &\leq b_{pa}^R
\end{aligned} \right\} \quad (8) \\
& x_j \geq 0, j=1, \dots, p
\end{aligned}$$

ここで、この問題の結合制約式とブロック制約式は、もとの問題 LSMOLP (1) の角型構造の制約式と全く同様に角型構造を保持しており、さらに k 個の目的関数を変換した制約式も結合制約式と同じ形になっているので、この問題は角型構造の大規模線形計画問題となり、Dantzig-Wolfe の分解原理が直接適用できることに注目しよう。

さて、ミニマックス問題を変換して得られた問題 (8) を解いて得られる最適解と α -LSMOLP の α -パレート最適解との関係は、次の 2 つの定理に与えられる。

定理 1 もし x^* がある基準値に対する問題 (8) の一意的な最適解であれば、 x^* は、係数が (A^*, B^*, b^*, c_a^l) で与えられる α -LSMOLP の α -パレート最適解である。

(証明) いま x^* が α -LSMOLP の α -パレート最適解ではないと仮定すれば $c_i x \leq c_{ia}^l x^*$, $i=1, \dots, k$ で、しかも、ある l について $c_l x < c_{la}^l x^*$ となるような $x \in X(A, B, b, c)$ と $(A, B, b, c) \in (\tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{b}, \tilde{c})_\alpha$ が存在する。このことは

$$\begin{aligned}
\max_{i=1, \dots, k} (c_{ia}^l x - \bar{z}_i) &\leq \max_{i=1, \dots, k} (c_i x - \bar{z}_i) \\
&\leq \max_{i=1, \dots, k} (c_{ia}^l x^* - \bar{z}_i)
\end{aligned}$$

を意味し、 x^* が問題 (8) の一意的な最適解であることに矛盾するので、 x^* は α -LSMOLP の α -パレート最適解である。□

定理 2 もし x^* が α -LSMOLP の α -パレート最適解で、 (A^*, B^*, b^*, c^*) が α -レベル最適パラメータであれば、 x^* はある基準値 $\bar{z} = (\bar{z}_1, \dots, \bar{z}_k)$ に対する問題 (8) の最適解である。

(証明) もし x^* が

$$c_i^* x^* - \bar{z}_1 = \cdots = c_k^* x^* - \bar{z}_k = v^*$$

を満たすような任意の基準値 $\bar{z} = (\bar{z}_1, \dots, \bar{z}_k)^T$ に対して、問題 (8) の最適解ではないと仮定すれば

$$c_i^* x^* - \bar{z}_i > c_i x - \bar{z}_i \geq c_{ia}^l x - \bar{z}_i$$

となるような $x \in X(A, B, b, c)$ と $(A, B, b, c) \in (\tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{b}, \tilde{c})_\alpha$ が存在する。このことは $c_{ia}^l x < c_i^* x^*$ を意味するので x^* が α -LSMOLP の α -パレート最適解であることに矛盾する。□

定理 1 より、問題 (8) を解いて得られる最適解 x^* が一意であれば、 α -パレート最適解となるが、もし一意性が保証されなければ、 x^* は必ずしも、 α -LSMOLP の α -パレート最適解になるとはいえない。しかし、いうまでもなく意思決定者の満足解は α -パレート最適解の集合の中から選択することが望ましいので、 x^* が α -パレート最適解であるかどうかをテストし、 α -パレート最適解でない場合には、 α -パレート最適解となるような満足解を選ぶという操作が必要となる。 α -パレート最適解の定義より、現在の最適解 x^* の α -パレート最適性をテストするために、次の線形計画問題を解けばよいことがわかる。

$$\begin{aligned}
& \text{maximize } \varepsilon = \sum_{i=1}^k \varepsilon_i \\
& \text{subject to } \left. \begin{aligned}
c_{ia}^l x + \varepsilon_i &= c_{ia}^l x^* \\
A_a^l x &\leq b_a^R \\
B_{ja}^l x_j &\leq b_{ja}^R \\
x_j &\geq 0, \varepsilon_i \geq 0 \\
i &= 1, \dots, k \quad j = 1, \dots, p
\end{aligned} \right\} \quad (9)
\end{aligned}$$

この x, ε_i を変数とする α -LSMOLP の最適解 $\bar{x}, \bar{\varepsilon}$ に対して、次の定理が成立する。

定理 3 α -パレート最適性のテスト問題の最適解 $\bar{x}, \bar{\varepsilon}$ に対して

1. $\bar{\varepsilon} = 0$ であれば x^* は、 α -LSMOLP の α -パレート最適解である。
2. $\bar{\varepsilon} \neq 0$ であれば x^* は、 α -LSMOLP の α -パレート最適解ではなく、 $\bar{x}$ が α -パレート最適解となる。

ここで、 α -パレート最適性のテスト問題 (9) に関しても、線形性と角型構造を保持しているので、

角型構造の大規模線形計画問題となり、Dantzig-Wolfe の分解原理により容易に最適解が求められることに注目しよう。

4. 対話型意思決定手法

さて、意思決定者が設定した α と基準値に対して、対応するミニマックス問題を解いて得られた α -パレート最適解が与えられたとしよう。このとき、意思決定者は現在の α -パレート最適解で満足するか、あるいは基準値や α を更新することになる。意思決定者が現在の α -パレート最適解で満足するか、あるいは基準値や α を更新するのかの判断のための有益な情報として、現在の解における各目的関数間のトレード・オフ比や α と目的関数とのトレード・オフ比を与えることが考えられる。幸い、このようなトレード・オフ比の情報は、ミニマックス問題の結合制約式のシンプレックス乗数に密接に関連しているので容易に求められる。

トレードオフ比の情報を得るために、ミニマックス問題を変換した問題(8)の結合制約式に関するラグランジュ関数 L を次のように定義する。

$$L = v + \sum_{i=1}^k \pi_i (c_{ia}^L x - \bar{z}_i - v) + \lambda (A_a^L x - b_a^R) \quad (10)$$

もし、各 i に対してすべての $\pi_i > 0$ であれば、Haimes と Chankong[5]の結果を拡張することにより、次の関係式が得られる。

$$-\frac{\partial (c_{ia}^L x)}{\partial (c_{ia}^L x)} = \frac{\pi_i}{\pi_1}, \quad i=2, \dots, k. \quad (11)$$

さらに、 $c_i x$ と α とのトレードオフに関しては、感度定理[4]に基づけば、各 $i=1, \dots, k$ に対して、次の関係式が導ける。

$$\frac{\partial (c_{ia}^L x)}{\partial \alpha} = \sum_{i=1}^k \pi_i \frac{\partial (c_{ia}^L)}{\partial \alpha} x + \lambda \left\{ \frac{\partial (A_a^L)}{\partial \alpha} x - \frac{\partial (b_a^R)}{\partial \alpha} \right\} \quad (12)$$

ところで、(11), (12)式からもわかるように、トレード・オフ比を求めるためには、ミニマックス問題を変換した問題(8)のメンバシップ関数に関する制約式 $c_{ia}^L x - \bar{z}_i \leq v$, $i=1, \dots, k$ がすべて活性となる必要がある。したがって、もし不

活性な制約式が存在すれば、基準値 $\bar{z}_i$ を現在の α -パレート最適解に対する目的関数値 $c_{ia}^L x^* - v^*$ に置き換えて、ミニマックス問題を解き、対応するシンプレックス乗数を求める必要がある。

対話型意思決定手法では、意思決定者は設定した基準点に対して得られた自己の要求にミニマックスの意味において近い α -パレート最適解の目的関数の達成レベルに、もし満足できなければ、満足のできる α -パレート最適解が得られるまで、対話的に次々と基準点を更新することになる。このような意思決定者の α -パレート最適性の保証された満足解を求めるための対話型アルゴリズムは、次のように構成することができる。

ここで、*印のついた手順では、意思決定者との対話が行われる。

対話型意思決定手法

手順 0: $\alpha=0, 1$ に対して、Dantzig-Wolfe の分解原理を適用することにより、与えられた制約領域における各目的関数の個別の最大値と最小値を求める。

手順 1*: 初期の α の値 ($0 \leq \alpha \leq 1$) と基準値, $\bar{z}_i$ ($i=1, \dots, k$) を決定する。

手順 2: 設定された α と基準値に対して、Dantzig-Wolfe の分解原理を適用することにより、対応するミニマックス問題を解き、その解に α -パレート最適テストを施し、 α -パレート最適解を求め、各目的関数間のトレードオフ比や α と目的関数とのトレードオフ比を求める。

手順 3*: 現在の α -パレート最適解の目的関数の値に満足ならば終了。そうでなければ、現在の目的関数の値とトレードオフ比の情報を考慮して、基準値や α の値を更新して手順 2 へ戻る。

ここで、得られる解は α -パレート最適性を満たしているため、意思決定者は、(1)ある固定された α に対して、ある目的関数を改善するためには、他のいずれかの目的関数を犠牲にせざるを得ないこと、および、(2)ある固定された基準値に対

しては、 α の値を改善するためには、目的関数の値を犠牲にせざるを得ないことに注意しよう。

5. 数値例

提案した対話型意思決定手法の対話過程を示すために、数値例として、次のような3目的、20変数、30制約式の問題を取り上げてみよう。

$$\text{minimize } \mathbf{c}_{11}\mathbf{x}_1 + \mathbf{c}_{12}\mathbf{x}_2 + \mathbf{c}_{13}\mathbf{x}_3 + \mathbf{c}_{14}\mathbf{x}_4$$

$$\text{minimize } \mathbf{c}_{21}\mathbf{x}_1 + \mathbf{c}_{22}\mathbf{x}_2 + \mathbf{c}_{23}\mathbf{x}_3 + \mathbf{c}_{24}\mathbf{x}_4$$

$$\text{minimize } \mathbf{c}_{31}\mathbf{x}_1 + \mathbf{c}_{32}\mathbf{x}_2 + \mathbf{c}_{33}\mathbf{x}_3 + \mathbf{c}_{34}\mathbf{x}_4$$

$$\text{subject to } A_1\mathbf{x}_1 + A_2\mathbf{x}_2 + A_3\mathbf{x}_3 + A_4\mathbf{x}_4 [\leq \text{or} \geq] \mathbf{b}_0$$

$$B_1\mathbf{x}_1 \leq \mathbf{b}_1$$

$$B_2\mathbf{x}_2 \leq \mathbf{b}_2$$

$$B_3\mathbf{x}_3 \leq \mathbf{b}_3$$

$$B_4\mathbf{x}_4 \leq \mathbf{b}_4$$

$$\mathbf{x}_i \geq \mathbf{0} (i=1, \dots, 4)$$

ここで

$$\mathbf{x}_1 = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5), \quad \mathbf{x}_2 = (x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10})$$

$$\mathbf{x}_3 = (x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{15}), \quad \mathbf{x}_4 = (x_{16}, x_{17}, x_{18}, x_{19}, x_{20})$$

$$\mathbf{c}_{11} = (-2, 1.2, c_1^1, -4.8, c_1^2),$$

$$\mathbf{c}_{12} = (1, 2, c_1^3, -1.3, -1)$$

$$\mathbf{c}_{13} = (c_1^4, -3.5, 1, c_1^5, -9.6),$$

$$\mathbf{c}_{14} = (c_1^6, 1, 1.1, -2.2, 1)$$

$$\mathbf{c}_{21} = (7, c_2^1, 3.8, c_2^2, -7.1),$$

$$\mathbf{c}_{22} = (c_2^3, -1.1, 1, -2.3, c_2^4)$$

$$\mathbf{c}_{23} = (-1, c_2^5, 3.8, 1, 1),$$

$$\mathbf{c}_{24} = (-2.7, 1.1, c_2^6, 1, c_2^7)$$

$$\mathbf{c}_{31} = (c_3^1, 0, c_3^2, 0, c_3^3), \quad \mathbf{c}_{32} = (0, c_3^4, 0, c_3^5, 0)$$

$$\mathbf{c}_{33} = (c_3^6, 0, c_3^7, 0, c_3^8), \quad \mathbf{c}_{34} = (0, c_3^9, 0, c_3^{10}, 0)$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & a_1^1 & 0 & a_1^2 \\ 0 & 1 & 0 & a_1^3 & 0 \\ a_1^4 & a_1^5 & 2 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_1^6 & 3 & a_1^7 & 1 & 1 \\ a_1^8 & 3 & a_1^9 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ a_2^1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a_2^2 & 1 & 1 \\ 2 & a_2^3 & 2 & a_2^4 & a_2^5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & a_2^6 & 3 & a_2^7 & 1 \\ 1 & a_2^8 & 3 & a_2^9 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} a_3^1 & 0 & a_3^2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & a_3^3 & a_3^4 & 1 & a_3^5 \\ a_3^6 & 2.5 & 1 & a_3^7 & 1 \\ 1 & a_3^8 & a_3^9 & 1 & 1 \\ 1 & a_3^{10} & a_3^{11} & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} 0 & a_4^1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 0 & a_4^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_4^3 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & a_4^4 & 1 & a_4^5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_4^6 & 2 & a_4^7 & 2 & 1 \\ a_4^8 & 2 & a_4^9 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -3 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 2 & 1 \\ -2 & 2 & 1 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 & 3 & 1 \\ -3 & 1 & 2 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -3 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B_3 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$B_4 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 & 1.5 \\ 1 & 1 & 1.5 & 2 & 1 \\ 1.5 & 2 & 1 & 2.5 & -1 \\ -2 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$b_0 = \begin{bmatrix} 3500 \\ b_0^1 \\ 6000 \\ 4000 \\ b_0^2 \\ 3400 \\ b_0^3 \\ b_0^4 \\ b_0^5 \end{bmatrix} \quad [\leq \text{or} \geq] = \begin{bmatrix} \leq \\ \leq \\ \leq \\ \leq \\ \leq \\ \leq \\ \leq \\ \geq \\ \leq \\ \geq \end{bmatrix}$$

$$b_1 = \begin{bmatrix} 3000 \\ 1000 \\ 4500 \\ 2500 \\ 3300 \end{bmatrix} \quad b_2 = \begin{bmatrix} 2500 \\ 2000 \\ 2200 \\ 1000 \\ 1000 \end{bmatrix}$$

$$b_3 = \begin{bmatrix} 1800 \\ 1800 \\ 1500 \\ 2300 \\ 2000 \end{bmatrix} \quad b_4 = \begin{bmatrix} 1500 \\ 1500 \\ 2000 \\ 1800 \\ 1000 \end{bmatrix}$$

とする。

ここで、本数値例においては、各ブロック毎の部分的なブロック制約式よりはむしろ、全システムに対する目的関数や結合制約式に含まれるパラメータに対する専門家の判断のあいまい性が含まれる可能性が高いとの観点から、目的関数と結合制約式におけるパラメータをファジィ数として設定している。さらに、簡単化のため、数値例に含まれるすべてのファジィ数は、三角型のメンバーシップ関数をもつファジィ数であると仮定して、それぞれのパラメータ値は専門家の判断により表1のように設定されたものとしよう。

まず、 $\alpha=0,1$ に対して、各目的関数の個別の最小値と最大値を Dantzig-Wolfe の分解原理を適用して計算すると、表2の結果が得られる。

これらの $\alpha=0,1$ に対する各目的関数の個別の最小値と最大値を考慮して、意思決定者が α の初

期値として0.8、初期の基準値($\bar{z}_1, \bar{z}_2, \bar{z}_3$)として(-19000.0, -12500.0, -13000.0)と設定したと仮定しよう。このとき、対応する角型構造の線形計画問題を Dantzig-Wolfe の分解原理を適用して解けば、 α -パレート最適解とトレードオフ比が、表3の第2列に示した結果のように与えられる。

このような情報に基づいて、意思決定者は、目的関数 z_1 を犠牲にしても、 z_2 と z_3 を改善しようとして、基準値を(-12000.0, -5700.0, -5900.0)に更新したとしよう。このとき、対応する結果が表3の第3列に示されている。

このようにして、本例では、イテレーション4で、意思決定者の満足解

$$\begin{aligned} x_1 &= 0.0, x_2 = 0.0, x_3 = 51.1281, x_4 = 505.6407, \\ x_5 &= 647.7437, x_6 = 0.0, x_7 = 1010.5668, x_8 = 7.0285, \\ x_9 &= 0.0, x_{10} = 0.0, x_{11} = 0.0, x_{12} = 274.8343, \\ x_{13} &= 0.0, x_{14} = 0.0, x_{15} = 758.2781, x_{16} = 0.0, \\ x_{17} &= 0.0, x_{18} = 0.0, x_{19} = 465.6783, x_{20} = 68.6434. \\ z_1(\mathbf{x}) &= -11477.1369, z_2(\mathbf{x}) = -6077.1369, \\ z_3(\mathbf{x}) &= -6477.1369. \end{aligned}$$

が得られている。

6. おわりに

本論文では、これまでの角型構造の大規模多目的線形計画問題に含まれる数多くのパラメータに対する、問題の定式化に携わった専門家の人間としての判断をより適切に表現するために、パラメータのあいまい性がファジィ数として特性づけられているという、ファジィ数を含む角型構造の大規模多目的線形計画問題の定式化によって、現実の意思決定状況をより適切に近似することを可能にするとともに、意思決定者が主観的に設定した基準値にミニマックスの意味で近い α -パレート最適解を求め、もし意思決定者が満足しなければ基準値を対話的に更新することにより、 α -パレート最適解の集合の中から意思決定者の満足解を導出するという対話型意思決定を提案した。ここで、 α -パレート最適解を求めるためのミニマックス問題は、本論文で導入した手法により、線形性と角型構造が保持されることになるので、Dantzig-

表1 数値例に含まれるファジィ数

	L	M	R		L	M	R		L	M	R
a_1^1	0.7	1	1.2	a_1^2	-2.3	-2	-1.7	a_1^3	5.2	6	6.8
a_1^4	2.8	3	3.2	a_1^5	1.7	2	2.3	a_1^6	1.6	2	2.4
a_1^7	1.1	1.5	1.7	a_1^8	1.6	2	2.4	a_1^9	1.1	1.5	1.7
a_2^1	1.5	2	2.5	a_2^2	0.8	1	1.3	a_2^3	1.7	2	2.3
a_2^4	2.7	3	3.3	a_2^5	1.6	2	2.5	a_2^6	1.3	2	2.7
a_2^7	2.3	3	3.7	a_2^8	1.3	2	2.7	a_2^9	2.3	3	3.7
a_3^1	2.5	3	3.4	a_3^2	2	2.5	3	a_3^3	2.2	3	3.5
a_3^4	1.2	1.5	1.8	a_3^5	0.8	1	1.2	a_3^6	1	1.2	1.4
a_3^7	0.8	1	1.3	a_3^8	5.5	6	6.5	a_3^9	4.8	5	5.2
a_3^{10}	5.5	6	6.5	a_3^{11}	4.8	5	5.2	a_4^1	1.2	1.5	1.7
a_4^2	1.2	2	2.7	a_4^3	1.7	2	2.4	a_4^4	1.7	2	2.4
a_4^5	0.7	1	1.3	a_4^6	1.2	1.5	1.7	a_4^7	1	1.2	1.5
a_4^8	1.2	1.5	1.8	a_4^9	1	1.2	1.5	b_0^1	3300	3500	3800
b_0^2	2700	3000	3400	b_0^3	3100	3500	3800	b_0^4	850	1000	1200
b_0^5	2700	2800	2900	b_0^6	700	800	900	c_1^1	7	7.3	7.5
c_1^2	-3.6	-3.3	-3	c_1^3	-7	-6.5	-6	c_1^4	7.5	8.2	8.7
c_1^5	-1.5	-1	-0.5	c_1^6	0.1	0.3	0.5	c_2^1	8.3	9	9.8
c_2^2	-5	-4.4	-4	c_2^3	0.8	1.1	1.5	c_2^4	0.7	1	1.3
c_2^5	3.5	3.8	4.3	c_2^6	1	1.3	1.5	c_2^7	-7.5	-7.1	-6.5
c_3^1	2.5	3	3.5	c_3^2	-4.5	-4.1	-3.6	c_3^3	1.3	1.5	1.7
c_3^4	-5	-4.5	-4.2	c_3^5	3.3	3.7	4	c_3^6	-1.5	-1.1	-0.7
c_3^7	0.8	1	1.2	c_3^8	2.2	2.7	3	c_3^9	2.7	3.1	3.5
c_3^{10}	-10	-9.3	-8.5								

表2 $\alpha=0,1$ に対する各目的関数の個別の最大値と最小値

	$\alpha=0$		$\alpha=1$	
	最小値	最大値	最小値	最大値
$z_1(x)$	-21466.1025	18912.1711	-19523.6828	15819.0476
$z_2(x)$	-13860.5984	16745.1351	-12819.6667	13745.7143
$z_3(x)$	-16346.6667	11889.6949	-13203.3333	9767.5000

表3 数値例に対する対話過程

イテレーション	1	2	3	4
α	0.8	0.8	0.7	0.7
$rz_1(x)$	-19000.0	-12000.0	-12000.0	-11500.0
$rz_2(x)$	-12500.0	-5700.0	-5800.0	-6100.0
$rz_3(x)$	-13000.0	-5900.0	-6200.0	-6500.0
$z_1(x)$	-12029.1846	-11991.2295	-11991.2833	-11477.1369
$z_2(x)$	-5529.1846	-5691.2295	-5791.2833	-6077.1369
$z_3(x)$	-6029.1846	-5891.2295	-6191.2833	-6477.1369
$-\partial z_2(x)/\partial z_1(x)$	1.028227	1.028227	1.049640	1.049640
$-\partial z_3(x)/\partial z_1(x)$	1.153071	1.153071	1.182134	1.182134
$-\partial z_1(x)/\partial \alpha$	581.558343	582.602217	627.901836	643.672743

Wolfe の分解原理の適用により, α -パレート最適解が求められることに注目すべきである.

なお, 本論文で提案した対話型意思決定手法の現実の意思決定状況への適用や, α -LSMOLP に対する意思決定者のファジィ目標を考慮した対話型ファジィ満足化手法, さらにファジィパラメータを含む大規模多目的非線形計画問題への拡張については, 今後さらに展開していく予定である.

参 考 文 献

- [1] G. B. Dantzig and P. Wolfe : The decomposition algorithm for linear programming, *Econometrica*, 29, pp.767-768(1961).
- [2] D. Dubois and H. Prade : *Fuzzy Sets and Systems : Theory and Applications*, Academic Press, New York(1980).
- [3] D. Dubois and H. Prade : Operations on fuzzy numbers, *International Journal of Systems Science*, 9, pp.613-626(1978).
- [4] A. V. Fiacco : *Introduction to Sensitivity and Stability Analysis in Nonlinear Programming*, Academic Press, New York(1983).
- [5] Y. Y. Haimes and V. Chankong : Kuhn-Tucker multipliers as trade-offs in multiobjective decision-making analysis, *Automatica*, 15, pp. 59-72(1979).
- [6] Y. Y. Haimes, K. Tarvainen, T. Shima and J. Thadathil : *Hierarchical Multiobjective Analysis of Large-Scale Systems*, Hemisphere Publishing Corporation, New York(1989).
- [7] L. S. Lasdon(志水清孝 訳) : 大規模システムの最適化理論 : 日刊工業新聞社(1973).
- [8] 坂和正敏 : ファジィ理論の基礎と応用 : 森北出版(1989).
- [9] 坂和正敏 : 経営数理システムの基礎 : 森北出版(1991).
- [10] M. Sakawa : *Fuzzy Sets and Interactive Multiobjective Optimization*, Plenum Press, New York(1993).
- [11] M. Sakawa and F. Seo : Interactive multiobjective decisionmaking for large-scale systems and its application to environmental systems, *IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics*, SMC-10, pp.796-806(1980).
- [12] 坂和, 乾口, 澤田 : 角型構造の大規模多目的線形計画問題に対する凸ファジィ決定に基づくファジィ満足化手法, *日本ファジィ学会誌*, 5, pp.516-527(1993).
- [13] 坂和, 乾口, 澤田 : 角型構造の大規模多目的線形計画問題に対するファジィ計画法, *電子情報通信学会誌*, J77-A, pp.430-438(1994).
- [14] M. Sakawa and K. Sawada : An interactive fuzzy satisficing method for large-scale linear programming problems with block angular structure, *Fuzzy Sets and Systems, Special Issue on Operations Research*, 67, pp.5-17(1974).
- [15] 澤田, 坂和 : 角型構造の大規模多目的線形計画問題に対する対話型ファジィ満足化手法, *日本ファジィ学会誌*, 6, pp.669-678(1994).
- [16] M. Sakawa and F. Seo : Interactive multiobjective decisionmaking for large-scale systems and its application to environmental systems, *IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics*, SMC-10, pp.796-806(1980).
- [17] M. Sakawa, H. Yano and T. Yumine : An interactive fuzzy satisficing method for multiobjective linear-programming problems and its application, *IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics*, SMC-17, pp.654-661(1987).
- [18] 志水清孝 : 多目的と競争の理論 : 共立出版(1982).
- [19] A. P. Wierzbicki : The use of reference objectives in multiobjective optimization, in G. Fandel and T. Gal(eds.), *Multiple Criteria Decision Making : Theory and Application*, Springer-Verlag(1980).
- [20] H. -J. Zimmermann : Fuzzy programming and linear programming with several objective functions, *Fuzzy Sets and Systems*, 1, pp.45-55(1978).

(1994年7月15日 受付)

(1994年11月25日 再受付)

[問い合わせ先]

〒739 東広島市鏡山1-4-1

広島大学工学部第二類(電気系)

計数管理工学講座

坂和 正敏

☎ : 0824-24-7694

☎ : 0824-24-7694/0824-22-7195

E-mail : sakawa@msl.sys.hiroshima-u.ac.jp

著者紹介

坂和 正敏 (さかわ まさとし)

広島大学 工学部第二類(電気系)

昭和45年3月 京都大学工学部数理工学科卒業。昭和50年3月 京都大学大学院工学研究科博士課程(数理工学専攻)修了。同年4月神戸大学工学部システム工学科助手、昭和56年3月同助教授、昭和62年3月 岩手大学工学部数理情報学講座教授を経て、平成2年4月 広島大学工学部第二類(電気系)計数管理工学講座教授となり現在に至る。大規模システム、多目的システム、ファジィシステムにおける意思決定手法とその応用に関する研究に従事。京都大学工学博士。

溝内 竜士 (みぞうち りゅうじ)

広島大学 工学部第二類(電気系)

平成6年3月 広島大学工学部第二類(電気系)計数管理工学講座卒業。同年4月 同大学大学院工学研究科博士課程前期(システム工学専攻)入学、現在に至る。主として大規模システム、多目的システムにおける対話型ファジィ意思決定に関する研究に従事。

加藤 浩介 (かとう こうすけ)

広島大学 工学部第二類(電気系)

1991年3月 大阪大学基礎工学部生物工学科卒業。1993年3月 大阪大学大学院基礎工学研究科物理系専攻(生物工学分野)博士課程前期修了。1994年3月 同博士課程後期退学。同年4月 広島大学工学部第二類(電気系)計数管理工学講座助手。データ圧縮、システム最適化手法とその応用に関する研究に従事。電子情報通信学会の会員。

Interactive Decision Making for Large-Scale Multiobjective Linear Programming Problems with Fuzzy Parameters

by

Masatoshi SAKAWA, Kosuke KATO and Ryuji MIZOUCHI

Abstract :

In this paper, by considering the experts' imprecise or fuzzy understanding of the nature of the parameters in the problem-formulation process, large-scale multiobjective block-angular linear programming problems involving fuzzy numbers are formulated. Through the use of the α -level sets of fuzzy numbers, an extended Pareto optimality concept, called the α -Pareto optimality is introduced. To generate a candidate for the satisficing solution which is also α -Pareto optimal, decision maker is asked to specify the degree α and the reference objective values. It is shown that the corresponding α -Pareto optimal solution can be easily obtained by solving the minimax problems for which the Dantzig-Wolfe decomposition method is applicable. Then a linear programming-based interactive decision-making method for deriving a satisficing solution for the decision maker efficiently from an α -Pareto optimal solution set is presented.

Keywords : Large-scale Multiobjective Linear Programming, Block Angular Structure, Fuzzy Numbers, α -Pareto Optimal Solutions, Interactive Decision Making.

Contact Address : **Masatoshi SAKAWA**

*Faculty of Engineering, Hiroshima University
Higashi-Hiroshima, 739 Japan*

TEL : 0824-24-7694

FAX : 0824-24-7694/0824-22-7195