自己組織化モデルにおける非線形現象について†

今井 正文*¹ 清水 静江*² 西川 智登*²

本研究は、人間を構成要素とするシステムの挙動に焦点をあて、そのシステムの状態の動特性をシステムの自己組織化の過程として考察している。人間を含む組織のシステムは、相互作用、凝集性、組織の活動量の3変数から構成され、非線形微分方程式による自己組織化モデルとして定式化される。さらに、システムの状態の変化を示す自己組織化過程は、アトラクタ(attractor)をとおしてリアプノフスペクトルにより解析される。つまり、非線形決定論による自己組織化モデルの動特性を考察することにより、自己組織化過程がカオス的な複雑な挙動を示すことを明らかにした。

キーワード：自己組織化、非線形微分方程式、カオス、アトラクター

1. 緒論

自己組織化の原理を導入したシステムの同定及び解析に関する研究は工学や技術の分野において活発に行われている[1],[2],[3]。自己組織化とは、集合の持つ各機能の挙動の一様性の中から目的に合わせて機能的な構造を新たに作り出すことである。つまり、集合体において固体間の相互作用によって生み出される関係であるといえるが、そこには目的に対して制御機能をより適応的に達成するような自律性が存在している。自己組織化は、

- ・物理システム
- ・生態(情報)システム
- ・社会システム

に大別される。物理システムにおいては、「複雑な挙動を示すシステムにおける現象は空間的に一様な場の中で非線形に相互作用するようなシステムの振舞いである」とされている。

また、サイモン(H.A.Simon)等は、倫理的規範を排除した客観的事実の定式化によって組織行動の一般理論を論じている。このサイモンの立場によれば、「分析の対象は観察可能な事実限定され、倫理的規範や企業風土・組織文化のような形而上学の問題は科学分析の対象にならない」としている[4],[5]。

本論文は、H.A.Simon等の組織科学とサイバネティクスの理論の立場に立ち、組織を非線形な自己組織化モデルとして定式化している。組織の自己組織化のレ

ベルは、自己組織化モデルが示すアトラクタ(attractor)をとおして考察され、この自己組織化モデルの動特性を考察することによって、非線形決定論による自己組織化モデルがカオス(chaos)的な特性を示すことを明らかにする。

2. 自己組織化モデルのカオス性

カオス(chaos)という言葉は、日本語では通常「混沌」と訳され、コスモスすなわち秩序に対して大きく乱れた状態を指すが、本論におけるカオスとは、そう大きく乱れた状態ではなく、それも時間とともに不規則に変化する現象を表す。つまり、カオスとは、「比較的簡単な規則に支配された不規則な変動」を意味する。このような「カオス的な現象」が、自然界における多くの現象に含まれていること、又、それが非線形性によって発生することは既に知られている。本研究における組織の自己組織化モデルにおいても、このカオス的な複雑な挙動が見いだされる。

自己組織化モデルにおけるカオスの存在を示す指標に、各変数の時間発展に注目したリアプノフスペクトルがある[8],[9]。リアプノフスペクトルは、基準軌道に対して n 個の直交する近接軌道を考え、基準軌道と各近接軌道の距離の拡大率を時間平均することによって得られる。具体的には、 n 次元相空間の互いに直交する単位ベクトルの組 $d_k^{(j)}(0)$ ($i=1, \dots, n$) を k 回目の計算における近接軌道の初期値とし、 τ だけ時間発展させた各ベクトル $d_k^{(j)}(\tau)$ ($i=1, \dots, n$) の拡大率を繰り返して計算し、時間平均することによって得られる。すなわち、 $m=1, \dots, n$ に対して、

$$\sum_{i=1}^m \lambda_i = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N\tau} \sum_{k=1}^{N-1} \log \frac{|d_k^{(1)}(\tau) \wedge \dots \wedge d_k^{(m)}(\tau)|}{|d_k^{(1)}(0) \wedge \dots \wedge d_k^{(m)}(0)|} \quad (2.1)$$

† On the Nonlinear Phenomena in Self-organization Model Masafumi IMAI, Shizue SHIMIZU and Tomonori NISHIKAWA

*¹ 東京都立科学技術大学 大学院
Tokyo metropolitan institute of technology

*² 東京都立科学技術大学 工学部
the faculty of engineering, Tokyo metropolitan institute of technology

を各次元 m について計算すればよい。ただし、 $\wedge$ は外積であり、 $\mathbf{d}_k^{(j)}(0)$ はイテレーション毎にグラムシュミットの直交化をしたのち長さを調整したものである。グラム・シュミットの直交化は、 τ だけ時間発展させた近接軌道の中で最も大きくなったベクトルを $\mathbf{d}_k^{(j)}(\tau)$ とすると、

$$\mathbf{d}_k^{(j+1)}(\tau) = \mathbf{d}_k^{(j)}(\tau) \quad (2.2)$$

$$\mathbf{d}_k^{(j)}(\tau) = \mathbf{d}_k^{(j)}(\tau) - \sum_{j=1}^{i-1} (\mathbf{d}_k^{(j)}(\tau), \mathbf{d}_{k+1}^{(j)}(0)) \mathbf{d}_{k+1}^{(j)}(0) \quad (2.3)$$

$$\mathbf{d}_{k+1}^{(j)}(0) = \frac{|\mathbf{d}_k^{(j)}(0)|}{|\mathbf{d}_k^{(j)}(\tau)|} \mathbf{d}_k^{(j)}(\tau) \quad (2.4)$$

である。

このリアプノフスペクトルは、アトラクタの延びる割合を表し、 λ_i が正の値であればアトラクタは $e^{\lambda_i t}$ の割合で指数関数的に i の方向に延びる。例えば、リアプノフスペクトルのうちの一つが正の値をとると、その正の成分方向にアトラクタは延び、その他の方向には延びも縮みもしない。このように、一方向にでも延びる性質を有し有限な空間にアトラクタが留まる場合、そこには引き延ばしと折り畳みというカオスを発生する性質が存在する。すなわち、この引き延ばしの度合いがリアプノフスペクトルであるので、リアプノフスペクトルのうち1つでも正の値をとる成分があればカオスを生じることになる。

3. 組織の自己組織化モデル

組織構造をシステムとして捉え、それを定式化する理論的考察には、多くの成果がある[4],[5],[6]。そこにおける組織の定式化は一般に線形であり、組織はある一定の状態に収束する(均衡する)ものと仮定されている。しかし、本論文では、組織は人間を含むシステムであるからその構造には何らかの非線形性が存在するものとする。また、モデルが安定または、漸近安定(大域的に安定)であれば、組織は存在可能であり、自己組織化がなされていることから、解析が可能であるとする。これらの概念により、本論文で定式化する自己組織化モデルは、従来の研究にはない組織の複雑な挙動を表現することが可能になる。

3.1 組織の自己組織化モデル

まず、H.A.Simon、Festinger、Homans による組織の動特性の仮定を考慮して、自己組織化モデルを構成する状態変数を、

- ・ $x_1(t)$ 相互作用(interaction)
- ・ $x_2(t)$ 凝集性(cohesion)
- ・ $x_3(t)$ 活動量(activity)

の3変数とする。ただし、任意の時間における組織の状態が、上記の $x(t) = [x_1(t), x_2(t), x_3(t)]$ の3変数によって、推定できるものと仮定する。変数の値は複数の人間行動に関するものであるから、平均または総和のようなレベルを表すものとする。また、相互作用、凝集性、活動量のそれぞれを高めようとする入力を $u(t) = [u_1(t), u_2(t), u_3(t)]$ とする。これらの3状態変数による自己組織化モデルの動特性を非線形微分方程式による集中定数系で定式化する。

次に、自己組織化のモデルの動特性を以下のように仮定する[5]。

- ① 対象とする自己組織化モデルは非線形モデルであるとする。
- ② 相互作用の水準の変化は、凝集性の水準と相互作用を増大させようとする入力との差、及び活動量と相互作用を増大させようとする入力との差に依存する。
- ③ t 時点の凝集性の変化量は、相互作用の水準と凝集性の水準、および凝集性に対する入力に依存して増大する。
- ④ t 時点の活動量の変化量は、その時点における相互作用、活動量の水準、および活動量入力の非線形関係により増減し、相互作用と活動量が同時に発生するとき及び、活動量の水準が目標達成入力より低いときに活動量が発生する。また、相互作用と活動量は非線形の関係すなわち、相乗効果をもつ。

ここで、組織構造の達成度が、自己組織化のレベルとして

$$s = f(x_1(t), x_2(t), x_3(t), t) \quad (3.1)$$

で与えられるとすると、モデルの動特性の仮定から自己組織化モデルは次の状態方程式で定式化される。

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= a_2(\alpha u_1(t) - x_2(t)) + a_3(\beta u_1(t) - x_3(t)) \\ &= -a_2 x_2(t) - a_3 x_3(t) + u'_1(t) \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$\text{ただし } u'_1(t) = (a_2 \alpha + a_3 \beta) u_1(t)$$

$$\dot{x}_2 = b_1 x_1(t) + b_2 x_2(t) + u_2(t) \quad (3.3)$$

$$\dot{x}_3 = c_1 x_1(t) - c_3 x_3(t) + c_{13} x_1(t) x_3(t) + u_3(t) \quad (3.4)$$

本来、組織モデルの係数パラメータや入力は、構成員の管理スタイルと組織の構造という二つの面から決定される。しかし、本論文では、係数パラメータはモデルの挙動から決定されるものとする。つまり、モデルが安定または、漸近安定(大域的に安定)であれば、自己組織化がなされているわけであるから、解析が可能である。このことにより、本論文で定式化する自己組織化モデルは、非線形性によって従来にない組織の複雑な挙動を表現することが可能になり、モデルの解析においてもその複雑な挙動に焦点が絞られる。結果的

に、本論文の自己組織化モデルがある係数パラメータに対して非線形現象、特にカオス現象を示すことがリアプノフスペクトルを用いる判定によって明らかにされる。

3.2 自己組織化のレベル

前節において、組織構造の達成度が自己組織化のレベルとして $s=f(x(t), t)$ という関数で与えられるとした。本論においては、モデルが安定または、漸近安定(大域的に安定)であれば、組織は存在可能であり、組織として自己組織化がなされていると解釈する。よって、自己組織化のレベルは、アトラクターの形状を反映したものであれば良いということになる。このような組織の自己組織化のレベルを表す関数の候補としては、相関次元や情報次元、エントロピーなどが考えられるが、本論文では、以下のような相空間における体積の変化率 $\dot{V}/V$ を用いて考察する。

$$s = \dot{V}/V = \frac{\partial \dot{x}_1(t)}{\partial x_1(t)} + \frac{\partial \dot{x}_2(t)}{\partial x_2(t)} + \frac{\partial \dot{x}_3(t)}{\partial x_3(t)} \quad (3.5)$$

この体積の変化率 $\dot{V}/V$ は、アトラクターの形状の変化を直接反映するので、自己組織化のレベルを表す関数の一つとして利用することができる。また、体積の変化率は前述のリアプノフスペクトル λ_i を用いて、

$$\dot{V}/V = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3$$

と表すこともできる。もし、系がカオスであるならばリアプノフスペクトルは一般に $(+, 0, -)$ となり、 $s = \dot{V}/V < 0$ となる。この体積の変化率を本論文の組織の自己組織化モデルに対して計算すると、

$$s = b_2 + c_3 + c_{13}x_1(t)$$

となる。

4. 数値例

モデルの動特性の仮定に基づいて、自己組織化モデルの係数パラメータを、以下のように与える。

・ ケース 1 :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -1.0 x_2(t) - 0.1 x_3(t) + u_1(t) \\ \dot{x}_2 &= 0.5 x_1(t) + 0.23 x_2(t) + u_2(t) \\ \dot{x}_3 &= 0.4 x_1(t) - 1.0 x_3(t) + 0.43 x_1(t) x_3(t) + u_3(t) \end{aligned}$$

・ ケース 2 :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -1.0 x_2(t) - 0.1 x_3(t) + u_1(t) \\ \dot{x}_2 &= 0.5 x_1(t) + 0.23 x_2(t) + u_2(t) \\ \dot{x}_3 &= 0.4 x_1(t) - 1.0 x_3(t) + 0.53 x_1(t) x_3(t) + u_3(t) \end{aligned}$$

このケース 1 とケース 2 の相違点は、第 3 式の非線形項の係数パラメータの違いだけであり、組織の構造は本質的に同じである。ここで、それぞれの状態変数を高めようとする入力として、以下のような定数入力を与える。

$$u(t) = [0.1, 1.0, 0]$$

これらのモデルについて、初期値 $x_0 = [0.1, 0.1, 0.1]$ として計算すると Fig.1 から Fig.4 のようなグラフが得られる。ただし、Fig.1 はケース 1 のパラメータにお

Fig.1 アトラクター(ケース1)

Fig.2 活動量 $x_3(t)$ (ケース1)

Fig.3 アトラクター(ケース2)

ける自己組織化モデルの $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$ のアトラクターであり、Fig.2 は活動量 $x_3(t)$ の時系列のグラフである。Fig.3、Fig.4 は、それぞれケース 2 のモデルに対するアトラクターと $x_3(t)$ の時系列のグラフである。さらに、リアプノフスペクトルの計算結果を表 1 に示す。ただし、グラフを見やすくするために、表示する時間 t は少なくしてある。

Fig.1、Fig.3 から、この自己組織化モデルが、ねじれたアトラクタになっていることがわかる。このねじれは、自己組織化モデルの状態方程式の非線形項、すなわち式(3.4)の $c_{13}x_1(t)x_3(t)$ によるものである。また、表 1 のリアプノフスペクトルが $(+, 0, -)$ という符号を持つことより、このパラメータにおいて共にカオスであることがわかる。

次に、この 2 つケースのパラメータの違いによる組織のモデルの側面から見た違いを考察する。まず、通常の組織の理論に沿って、組織の状態の各変数の平均を計算すると表 2 のようになる。

このときのケース 1、ケース 2 における自己組織化のレベルをそれぞれ s_1 、 s_2 として計算すると以下のようにになる。

$$s_1 = 0.23 - 1 + 0.43 x_1(t) = -1.296469$$

$$s_2 = 0.23 - 1 + 0.53 x_1(t) = -1.466515$$

これらの二つのケースは、本来、位相的には同じモデルであるわけであるから、根本的には同じモデルである。しかし、組織モデルの側面から眺めると、パラメータ c_{13} の違いによる状態量の変化は、組織の自己組織化のレベルの変化と解釈することができる。

単純に活動量 $x_3(t)$ の平均を比較すると、ケース 1 の方が組織の活動量のレベルが高いということになる。

また、従来の組織モデルのように組織が均衡状態になることを自己組織化のレベルが高いとするならば、自己組織化のレベル s の解釈は、変化率(縮小率)の大きなケース 2 の方が自己組織化のレベルが高いということになる。

5. 結論

本論では、組織が人間を要素とする構造体であることからその活動には非線形性が存在するものとして、組織システムを相互作用、凝集性、活動量の 3 変数からなる非線形微分方程式によって表現される自己組織化モデルとして定式化した。すなわち、相乗効果を考慮した組織の自己組織化モデルを提案し、その挙動から係数パラメータの変化や入力に対応してモデルの自己組織化のレベルが変化することを明らかにした。

Fig.4 活動量 $x_3(t)$ (ケース 2)

表 1 リアプノフスペクトル

	λ_1	λ_2	λ_3
ケース 1	0.033468	-0.000371	-1.330618
ケース 2	0.054367	0.000474	-1.521264

表 2 各変数の平均値

	x_1	x_2	x_3
ケース 1	-1.223840	-1.690758	17.920088
ケース 2	-1.314181	-1.489694	15.896719

また、リアプノフスペクトルから、提案した自己組織化モデルがカオス性を持つ場合があることが示された。つまり、係数パラメータは組織の管理形態と構造安定性の調整という二つの面から決定されるのだが、モデルの係数パラメータを調整することにより非線形カオス現象、すなわちストレンジアトラクタを示す場合があることがわかった。

以上の結果から、モデルの挙動を自己組織化の過程として考察することによって、組織の自己組織化モデルがカオス的な動特性、すなわち複雑な状態で安定する場合があることを見いだすことができた。

参 考 文 献

- [1] A.G.Ivakhnenko: Heuristic self-organization in problems of engineering cybernetics, Automatica 6, pp.207-219(1970).
- [2] A.G.Ivakhnenko: Polynomial and logical theory of dynamic systems(part 1,2), Sov. Automat. Contr. 15 (3,4), pp.1-13, pp.11-30(1970).
- [3] T.Nishikawa and S.Shimizu: The characteristics of a biased estimator applied to the adaptive GMDH, Math. Comp. Modelling, Vol.17, No.1, pp.37-48(1993)
- [4] 市橋 英世: 「組織行動の一般理論」, 東洋経済, pp.134-146(1978)
- [5] H.A.Simon/宮沢 光一監訳: 「人間行動のモデル」, 同文館, pp.224-240(1970)

- [6]西川 智登、清水 静江：「経営のためのシステム工学」，朝倉書店，pp.41-56(1990)
 [7]合原 一幸：「カオスセミナー」，海文堂，pp.19-107(1994)
 [8]長島 弘幸、馬場 良和：「カオス入門」，倍風館，pp.85-88，pp.105-108(1992)
 [9]I.Shimada and T.Nagashima, A numerical approach to ergodic problem of dissipative dynamical systems, Progr. Theor. Phys., vol.61, No.6, pp.1605-1616, 1979.

(1995年10月11日 受付)
 (1996年2月29日 再受付)

[問い合わせ先]

〒191 東京都日野市旭が丘6-6
 東京都立科学技術大学 大学院
 西川研究室
 今井 正文
 TEL : 0425-83-5111(内線 3615)
 FAX : 0425-83-5119
 E-mail : imai@mgani.tmit.ac.jp

著者紹介

今井 正文 (いまい まさふみ)

東京都立科学技術大学大学院 工学研究科工学システム専攻

平成3年 東京都立科学技術大学工学部管理工学科卒業、同年 東京都立科学技術大学大学院工学研究科電子情報系システム工学専攻(修士課程)入学、平成5年 同課程卒業、平成6年 東京都立科学技術大学大学院工学研究科工学システム専攻(博士課程)入学、現在に至る。おもに、複雑なシステム(ファジィ及びカオスを適用した社会・経営システム)のモデル化に関する研究に従事。日本経営システム学会、日本ファジィ学会の会員。

清水 静江 (しみず しずえ)

東京都立科学技術大学人文系

昭和33年東京理科大学理学部数学科卒業。昭和37年東京都立航空工業短期大学、昭和47年東京都立工科短期大学管理工学科を経て 現在 東京都立科学技術大学助教授。複雑なシステム(主として社会・経営システム)のモデル化、及びあいまい情報の処理に関する研究に従事。日本経営システム学会、情報処理学会、計測自動制御学会、経営工学会の正会員。工学博士。

西川 智登 (にしかわ とものり)

東京都立科学技術大学工学部 生産情報システム工学科

早稲田大学第二理工学部電気工学科卒業(1958)、日本レギュレータ、クスタ事務機、等を経て、東京都立工科短大(1972)、ジョージア工科大学システム/IE工学科客員教授(1979)、東京都立科学技術大学教授(1984)、工学博士、シドニー工科大学機械工学科客員教授(1989)、1984年より現職、日本学術会議経営学研究連絡委員(1989～)、日本経営システム学会会長、現在に至る。専門分野：システム工学、経営システム、主に、経営システムの定量化の研究に従事。所属学会：日本経営工学会(評議員)、日本ファジィ学会、経営行動研究学会(常任理事)、IAMM(米国)等の会員。

On the Nonlinear Phenomena in Self-organization Model

by

Masafumi IMAI, Shizue SHIMIZU and Tomonori NISHIKAWA

Abstract :

This paper focuses on behavior of system included personnel required as a constituent elements and considers the dynamics of the system as the self-organization process in system. This system is constituted in three variables, interaction, cohesion and activity, and is identified as the self-organization model using non-linear differential equations. And this process which indicates the changes in the states of the system is analyzed through attractor by lyapunov spectrum. By considering the dynamics of the self-organization model applying the non-linear deterministic theory, we clarify that the self-organization process indicates chaotic complex behaviors.

Keywords : Self-organization, Non-linear differential equations, Chaos, attractor

Contact Address : **Masafumi IMAI**

Tokyo metropolitan institute of technology
 6-6 Asahigaoka, Hino-city, Tokyo, 191 Japan
 TEL : 0425-83-5111(ex.3615)
 FAX : 0425-83-5119
 E-mail : imai@mgani.tmit.ac.jp