論文

ファジィ可到達行列モデルの
修正理論とアルゴリズム†

三田村 保* 大内 東*

ファジィ構造モデリングとは、対象問題を構成要素集合上のファジィ擬順序関係として捉え、モデル化し、分類、整理するものである。著者らの提案するファジィ構造モデリング「FISM/fuzzy」は、利用者の対象問題に対するイメージをファジィ可到達行列モデルを用いて対話的にモデル化する。構造モデリングにおいて、利用者は、自己の持つイメージに近づけていくためにモデルの修正を行う必要がある。本論文では、利用者のモデル修正を柔軟に支援するために、ファジィ可到達行列モデルの修正理論と修正アルゴリズムを提案する。FISM/fuzzy の構造モデル修正機能を利用することにより、利用者の様々な修正要求に対応する柔軟なファジィ構造モデリングを実現する。

キーワード：FISM/fuzzy, ファジィ部分可到達行列, 修正理論

1. はじめに

構造モデリング¹⁾とは、対象問題を構成要素集合とその上に定義される二項関係に注目し、有向グラフ等を用いて解析する手法である。代表的な手法として J. N. Warfield の ISM (Interpretive Structural Modeling)²⁾があり、二項関係をファジィ二項関係に拡張した FSM³⁾がある。

大内らは ISM を基盤とする柔軟な構造モデリング、「FISM」を提案している^{4, 5, 6)}。FISM は人間の自由な思考や柔軟な発想を考慮した対話的構造モデリングであり、意思決定支援システム、エキスパートシステム開発における知識獲得支援システムなどに応用することが期待できる。

著者らは、人間の思考のあいまい性を支援するために、FISM にファジィ理論を導入し拡張を行い、FISM/fuzzy (Fuzzy Flexible Interpretive Structural Modeling) を開発中である^{7, 8, 9, 10, 11)}。FISM/fuzzy による思考過程支援には、論理性、効率性と柔軟性が必要である。論理性と効率性に関して、ファジィ部分可到達行列と含意規則を用いることにより、対象問題を構成要素集合上のファジィ擬順序関係として論理的無矛盾なモデル化を効率的に実現している¹²⁾。

FISM/fuzzy による構造モデリングにおいては、利用者は常に具象化された自己のイメージを検討し、自己のイメージの再構築の必要性や、記憶ミスや考え違い等を認識する。それにより具象化されたイメージの

構築の続行または再構築を行う。構造モデリングでは、そのような利用者の様々な理由による具象化されたイメージの再構築に対して、適切に対応する機能が要求される。FISM/fuzzy において、具象化されたイメージの再構築は構造モデルの修正を意味する。具体的には、モデル作成の途中あるいは終了後の部分構造の付加・削除、構成要素間の関係の修正等を支援しなければならない。

本論文では、FISM/fuzzy において利用者の思考過程を柔軟に支援するために、ファジィ可到達行列モデルの修正理論と修正アルゴリズムを提案する。2 章ではファジィ構造モデリングに必要な諸記号・諸定義について述べ、3 章では FISM/fuzzy による構造モデリングである「FISM/fuzzy セッション」について述べ、構造モデル修正支援について述べる。4 章では、ファジィ部分可到達行列の修正理論について述べ、選択規則、拡大規則による修正アルゴリズムを提案し、例題を示す。5 章では、実用事例を基に本論文で提案する構造モデル修正支援の有用性を示す。

2. 諸記号・諸定義

本論文で使用する主な記号と定義について記述する。さらに必要なものについてはその都度定義する。

- $S = \{1, 2, \dots, n\}$: システム要素に対する添字集合, $J = S \times S$ とする。
- $R = \{(i, j) \mid i, j \in S\} \subseteq J$: S 上の反射的かつ推移的ファジィ二項関係(ファジィ擬順序関係またはファジィ前順序関係)。
- ファジィ行列: ファジィ擬順序関係 R への帰属度を表す数値を要素とする行列である。行列 A の (i, j) 要素を a_{ij} と書く。ただし、 $0 \leq a_{ij} \leq 1$ である。すなわち

† Correction Theory and Algorithm for Fuzzy Reachability Matrix Model

* Tamotsu MITAMURA and Azuma OHUCHI
北海道大学 工学部
Faculty of Engineering, Hokkaido University

$$A(i, j) = [a_{ij}] \quad (1)$$

・ファジィ行列 A, B に対して次の演算を定義する。

$$(A+B)_{ij} = \max(a_{ij}, b_{ij}) \quad (2)$$

$$(AB)_{ij} = \max_k [\min(a_{ik}, b_{kj})] \quad (3)$$

・ファジィ行列 M の値 m_{ij}, m_{lm} に対して次の演算を定義する。

$$\begin{aligned} m_{ij}m_{lm} &= \min(m_{ij}, m_{lm}) \\ m_{ij} + m_{lm} &= \max(m_{ij}, m_{lm}) \\ m_{ij} @ m_{lm} &= \begin{cases} 1 & : m_{ij} \leq m_{lm} \\ m_{lm} & : m_{ij} > m_{lm} \end{cases} \end{aligned} \quad (6)$$

定義 2.1 (ファジィ可到達行列)

ファジィ可到達行列とは以下の条件を満たす正方ファジィ行列 M である。ただし、 I は単位行列を表す。

$$M+I=M \quad (7)$$

$$M^2=M \quad (8)$$

定義 2.2 (部分的既知なファジィ行列)

部分的既知なファジィ行列とは、その行列の要素が上限値と下限値をもつ行列である。行列 M の (i, j) 要素の上限値を $\bar{m}_{ij}$ 、下限値を $\underline{m}_{ij}$ と書く。ただし、 $0 \leq \underline{m}_{ij} \leq \bar{m}_{ij} \leq 1$ である。すなわち

$$M(i, j) = [\underline{m}_{ij}, \bar{m}_{ij}] \quad (9)$$

部分的既知なファジィ行列に対して要素を未知要素と既知要素に分ける。ただし未知要素と既知要素を以下で定義する。

$$M(i, j) = \begin{cases} \text{未知要素: } \underline{m}_{ij} < \bar{m}_{ij} \text{ のとき} \\ \text{既知要素: } \underline{m}_{ij} = \bar{m}_{ij} \text{ のとき} \end{cases} \quad (10)$$

部分的既知なファジィ行列を用いると、ファジィ擬順序関係 R の帰属度を柔軟に表現することが可能である¹¹。 (i, j) 要素が既知要素であるとき、その要素の値は、従来のファジィ行列と同様にファジィ擬順序関係 iRj の帰属度を示す。一方 (i, j) 要素が未知要素であるときは、 iRj の帰属度が $[\underline{m}_{ij}, \bar{m}_{ij}]$ で一意に決定することができない状態を示す。

定義 2.3 [ファジィ部分可到達行列]

ファジィ部分可到達行列とは、部分的既知なファジィ行列でかつ以下のファジィ反射性とファジィ部分可到達性を満たす行列 M である。

ファジィ反射性：行列 M の対角要素が既知要素でかつ値が 1 である。

ファジィ部分可到達性：行列 M の (i, j) 要素について

$$\underline{m}_{ij} < \min(\underline{m}_{ik}, \underline{m}_{kj}) \quad (11)$$

$$\bar{m}_{ik} < \min(\bar{m}_{ij}, \bar{m}_{jk}) \quad (12)$$

$$\bar{m}_{kj} < \min(\underline{m}_{ki}, \bar{m}_{ij}) \quad (13)$$

のいずれかの条件を満たす要素の三組 (i, j, k) が存在しないことをいう。

またファジィ部分可到達行列の定義から、次の系は容易に証明できる。

系 2.1 [要素の追加・削除]

ファジィ部分可到達行列 M に以下のいずれの操作を施しても M は、ファジィ部分可到達行列となる。

(1) [要素の追加]： S に新たに要素を 1 個追加し、 M の対応する行列の値を $[0, 1]$ とする。ただし、対角要素は既知要素とし、値を 1 とする。

(2) [要素の削除]： S から要素を 1 個削除し、 M の対応する行および列を削除し、 M を圧縮する。

ファジィ部分可到達行列の更新を目的とした含意規則について定義する。

定義 2.4 [含意規則]

未知要素 $M(i, j)$ の値 $[\underline{m}_{ij}, \bar{m}_{ij}]$ を $[\underline{m}'_{ij}, \bar{m}'_{ij}]$ としたとき、以下の 4 通りの規則を適用すれば、 (l, m) 要素の値 $[\underline{m}_{lm}, \bar{m}_{lm}]$ は新たな値 $[\underline{m}'_{lm}, \bar{m}'_{lm}]$ となる。ただし、 $0 \leq \underline{m}_{ij} \leq \underline{m}'_{ij} \leq \bar{m}'_{ij} \leq \bar{m}_{ij} \leq 1$ とする。

min-min 含意：

$$\underline{m}'_{lm} = \underline{m}_{lm} + (\underline{m}_{li} \underline{m}_{jm} \underline{m}'_{ij}) \quad (14)$$

max-max 含意：

$$\bar{m}'_{lm} = \bar{m}_{lm} ((\underline{m}_{li} \underline{m}_{jm}) @ \bar{m}'_{ij})$$

min-max 含意(1)：

$$\bar{m}'_{lm} = \bar{m}_{lm} (\underline{m}'_{ij} @ (\underline{m}_{ji} @ \bar{m}_{im})) \quad (16)$$

min-max 含意(2)：

$$\bar{m}'_{lm} = \bar{m}_{lm} (\underline{m}'_{ij} @ (\underline{m}_{mi} @ \bar{m}_{lj})) \quad (17)$$

3. FISM/fuzzy によるファジィ構造モデリング

FISM/fuzzy による構造モデリングの実行を「FISM/fuzzy セッション」と呼ぶ⁷⁾。

3.1 FISM/fuzzy セッション

FISM/fuzzy セッションは、対象を有限集合 S と S 上のファジィ二項関係 R の組 $\langle S, R \rangle$ としてモデリングを行い(具象化プロセス)、ファジィ関係から階層構造を抽出し(構造化プロセス)、階層構造を有向グラフ等で出力する(描画プロセス)。セッションは以下の手順で実行される。

(0) 問題設定：構造化を行う対象問題を明確にする。

(1) 関係定義：対象問題を構造化するためのファジィ擬順序関係 R を定義する。

(2) 具象化：関係への帰属度の決定

以下のステップをすべての関係が既知関係となるまで繰り返す。

(2-1) 要素抽出：対象問題に対する要素集合 S を抽出する。

(2-2) 関係の決定：

(2-2 a) 要素対選択：未知要素対 (i, j) を選択する。

(2-2 b) 帰属度入力：ファジィ二項関係 iRj の帰属度を入力する。

(2-2 c) 行列更新：含意規則を用いてファジィ部分可到達行列 M を更新する。

(3) 構造化

(3-1) α -レベル分解：しきい値 α を設定し、ファジィ可到達行列 M を α -レベル分解し、二値可到達行列とする。

(3-2) 階層構造の抽出：有向グラフ表示のため、 α -レベル分解行列に対して、強連結成分の縮約、パート分割、階層レベル分割等の計算を実行する。

(4) 描画：結果を出力する。その表現形式を階層グラフで表現する。この階層グラフを問題の構造モデルと呼ぶ。

「具象化」プロセスでは、構造モデルに利用するファジィ二項関係をファジィ擬順序関係としている。ファジィ擬順序関係の性質を利用して、ファジィ部分可到達行列、含意規則を用い、一対比較の回数を減少させ、効率よくモデルを決定する事ができる。

[要素対選択]は、まだ決定されていない要素対の関係を、利用者に決定させるために提示する。この場合、利用者が任意に未知要素を選択してもよいし、計算機が適当な未知要素対を選択、提示してもよい。どの要素対を選択するかによって一対比較の回数に影響を及ぼすが、要素対選択戦略を利用することによって、効率的なモデル生成が可能である¹²⁾。

[帰属度入力]では、選択された未知要素対 (i, j) の帰属度を決定する。ファジィ二項関係 iRj の帰属度の上下限値 $[m_{ij}, \bar{m}_{ij}]$ を $[m'_{ij}, \bar{m}'_{ij}]$ へ変更する。ただしその場合、これらの値は既に制約されている区間値内の値でなければならない。

[行列更新]では、決定された要素対 (i, j) の帰属度 $[m'_{ij}, \bar{m}'_{ij}]$ と含意規則を用いて行列 M を更新する。

以上より[関係の決定]は、(a)[要素対選択]、(b)[帰属度入力]と(c)[行列更新]を順次行い、行列 M の要素が全て既知となるまで繰り返し、ファジィ可到達行列を生成する。

3.2 構造モデルの修正支援

利用者が常に具象化された構造モデルと自己のイメージとの比較・検討を行いながら、セッションを行う。モデリングの途中または終了後で自己の持つイメージに合わない場合、構造モデルの修正を行う必要がある。本論文で対象とするモデルの修正とは、具象化プロセスにおいては、要素の追加・削除、関係の修正であり、構造化プロセスでは、しきい値 α の変更である。

そのうち具象化プロセスでの要素の追加・削除は系2.1より容易に行うことが可能である。また、構造化プロセスでのしきい値 α も容易に変更できる。

しかし、要素対の関係の修正は、容易に行うことができない。「帰属度入力」において、ファジィ部分可到達行列の既知要素の値 m_{ij} の変更、未知要素の値 $[m_{ij}, \bar{m}_{ij}]$ の区間値外の値への変更をおこなうと、行列 M がファジィ部分可到達性を満たさない場合が生じる。

次章では、利用者の構造モデルの修正を支援するファジィ部分可到達行列の修正理論について考察し、修正アルゴリズムについて述べる。

4. ファジィ部分可到達行列の修正理論とアルゴリズム

ファジィ部分可到達行列の修正とは、行列 M の (i, j) 要素の値 $[m_{ij}, \bar{m}_{ij}]$ を区間値外の値 $[m'_{ij}, \bar{m}'_{ij}]$ へ変更することである。この場合、 $\underline{m}'_{ij} < \underline{m}_{ij}$ または $\bar{m}_{ij} < \bar{m}'_{ij}$ となる。

その後の行列がファジィ部分可到達行列となるために、修正直後の行列について二つの場合が考えられる。

1. 修正直後の行列がファジィ部分可到達行列である場合
2. 修正直後の行列がファジィ部分可到達行列でない場合

(1) の場合は、変更された関係が、他の関係に影響を与えない。よって、そのまま具象化プロセスを続行することが可能である。(2) の場合が問題となる点である。

定義2.3より、 (i, j) 要素の関係を $[m'_{ij}, \bar{m}'_{ij}]$ と変更した場合、行列がファジィ部分可到達性に反する場合は、

$$\underline{m}'_{ij} < \min(\underline{m}_{ik}, \underline{m}_{kj}) \quad (18)$$

$$\underline{m}'_{ij} > \bar{m}_{ik} @ \underline{m}_{jk} \quad (19)$$

$$\bar{m}'_{ij} > \bar{m}_{kj} @ \underline{m}_{ki} \quad (20)$$

である。よって、関係 iRj を修正し、その行列がファジィ部分可到達行列であるためには、他の要素対の関係を修正しなければならない。

関係 iRj の修正をおこなう場合、他の要素対 (p, q)

の関係を保存または修正するのかという検討を行う必要がある。

その場合、考慮する条件として以下の場合を考える。

1. 修正する関係 iRj が変更されないこと。
2. 修正後の行列がファジィ部分可到達行列であること。
3. 利用者の意志が反映されること。
4. 修正される要素対集合が明確化されている。

本論文では、二つの修正アルゴリズム

1. 選択規則を用いた修正アルゴリズム
 2. 拡大規則を用いた修正アルゴリズム
- を提案する。

4.1 選択規則による修正アルゴリズム

選択規則による修正アルゴリズムについて述べる。選択規則は、利用者が要素対の关系到優先順位をつけ、その優先順位に従ってファジィ部分可到達行列 M を修正するものである。

[アルゴリズム 1]

1. $J' = J$;
 M' を初期化する。

$$\underline{m}'_{pq} = 0; \quad \forall (p, q) \in J$$

$$\underline{m}'_{pq} = 1; \quad \forall (p, q) \in J$$

$$\underline{m}'_{pp} = \underline{m}'_{pp} = 1; \quad \forall p \in N$$
2. $M'(i, j)$ に $M(i, j)$ の値を与える。

$$\underline{m}'_{ij} = \underline{m}_{ij};$$

$$\underline{m}'_{ij} = \underline{m}_{ij};$$

$$J' = J' - \{(i, j)\};$$
3. while $J' \neq \phi$ do begin
 $(p, q) \in J'$ を選択規則によって一つ選ぶ。
 if $\underline{m}'_{pq} > \underline{m}_{pq}$ then begin

$$\underline{m}'_{pq} = \underline{m}_{pq};$$
 (p, q) 要素から他の要素への
 max-max 含意を実行する。
 end;
 if $\underline{m}'_{pq} < \underline{m}_{pq}$ then begin

$$\underline{m}'_{pq} = \underline{m}_{pq};$$
 (p, q) 要素から他の要素への
 min-min 含意,
 min-max (1) 含意,
 min-max (2) 含意を実行する。
 end;
 $J' = J' - \{(p, q)\};$
 end;
4. $M = M'$;
 end.

[証明]

選択規則を用いた修正アルゴリズムは、利用者が決

定した選択規則によって、要素対を順次選択しその要素対の帰属度を行列に再入力し、含意規則を適用するものである。ただし、入力する要素対の帰属度の上限値または下限値は、既に決定されている範囲を越えることがない。ゆえに選択規則による修正を行った行列は、ファジィ部分可到達行列である。(証明終)

利用者が採用する選択規則として、以下の戦略等が考えられる。

戦略 1. 入力履歴優先戦略

戦略 2. 帰属度優先戦略

戦略 3. 構成要素優先戦略

1 は、優先順位をモデリングの入力履歴とし、入力履歴の早い順または遅い順に要素対 (p, q) を選択する。よって先に入力した要素の修正は少なく、後に入力した要素への影響が多くなる。

2 は、関係の帰属度の大きい順、または小さい順に要素対を選択する方法である。これは、関係の決定に対して帰属度の大きさに着目して選択する方法であり、利用者が関係の帰属度の値を意思決定の際に重要視していると思われるからである。

3 は、対象領域の構成要素に注目し、その優先度を決定する方法である。優先された要素への両方向への関係を優先する方法である。従って優先順位の高い要素から他の要素への関係が尊重され、優先順位の低い要素と他の要素との関係が修正されることになる。

4.2 拡大規則による修正アルゴリズム

FISM/fuzzy の具象化プロセスの考え方の一つに、入力された関係と含意された関係を区別をしないことがある。つまり入力履歴に依存することがなく、現時点での決定されている全ての関係を平等に扱うということである。

その理由として、含意された関係が、入力された関係から決定されたものではあるが、利用者が後で入力を行うはずであった場合が考えられる。例えば、 iRk, kRj, iRj の順に関係を入力する場合、 iRk, kRj の関係を入力した時点で含意規則から iRj の関係が含意される。この場合、利用者が含意されている iRj の値に満足しているならば、 iRj の関係を入力しなくて済む。しかし、選択規則を用いた修正アルゴリズムでは、利用者の意図とは別に、一方は入力した関係、他方は含意された関係と別れてしまい、含意された関係のみ修正されることになり得る。拡大規則を用いた修正アルゴリズムは、現時点での全ての要素対の関係を平等に扱う。その上で修正される要素対の範囲を限定し、修正箇所の明確化を行う。

iRj の値を修正する場合、矛盾を解消するために i, j 要素以外の要素 p, q 間の関係 pRq まで変更することは本来避けるべきであると考えられる。

これを行列 M におきかえて考察する。要素集合 S を部分集合 K_1, K_2 に分割する。

$$K_1 = \{i, j\} \quad (21)$$

$$K_2 = S - K_1 \quad (22)$$

次に行列 M を部分行列 A, B, X, Y に分割する。

$$M = \begin{array}{c|cc} & K_1 & K_2 \\ \hline K_1 & A & X \\ K_2 & Y & B \end{array} \quad (23)$$

部分行列 A は、修正を行う iRj とその対称関係 jRi からなる 2×2 行列である。行列 B は、 i, j 以外の要素間の関係行列となる。行列 X, Y は、 i, j 要素とそれ以外の要素間の関係行列である。よって行列 B は修正を施すことなく、行列 A, X, Y を修正することによって、修正箇所を明示し、かつ行列の有する情報の減少をできる限り少なくすることが可能となる。

また、 iRj の値を修正するときに、下限値を下げる場合または上限値を上げる場合を特別に考える。それによって、含意規則の利用による修正が考えられる。

例として、 iRj の値が 0.5 から 0.7 に変更する場合を考える。この場合、0.5 から $[0.5, 0.7]$ のように上限値を先に修正し、行列をファジィ部分可到達行列とする。その後に $[0.5, 0.7]$ から $[0.7, 0.7]$ に修正を行うとすれば、この修正は含意規則の適用が可能となる。

よって上限値または下限値の一方を区間外に変更する場合のみ検討を行えばよいことになる。上記の条件を満たす戦略として、拡大規則を定義する。

定義 4.1 [拡大規則]

未知要素 $M(i, j)$ の値 $[m_{ij}, \bar{m}_{ij}]$ を $[m'_{ij}, \bar{m}'_{ij}]$ としたとき、以下の規則を適用することによって、更新後の行列は再びファジィ部分可到達行列となる。ただし、 $0 \leq m'_{ij} \leq m_{ij} \leq \bar{m}_{ij} \leq \bar{m}'_{ij} \leq 1$ とする。

$M(i, j)$ の値を $[m_{ij}, \bar{m}_{ij}]$ から $[m'_{ij}, \bar{m}'_{ij}]$ とする。

begin

if $m'_{ij} < m_{ij}$ then begin

$$\underline{m}_{il} = \min(\underline{m}_{il}, m'_{ij}) \quad \forall l \neq i, j$$

$$\underline{m}_{jl} = \min(\underline{m}_{jl}, m'_{ij}) \quad \forall l \neq i, j$$

$$\underline{m}_{li} = \min(\underline{m}_{li}, m'_{ij}) \quad \forall l \neq i, j$$

$$\underline{m}_{lj} = \min(\underline{m}_{lj}, m'_{ij}) \quad \forall l \neq i, j$$

end ;

if $\bar{m}_{ij} < \bar{m}'_{ij}$ then begin

$$\underline{m}_{il} = \min(\underline{m}_{il}, \bar{m}_{ij}) \quad \forall l \neq i, j$$

$$\underline{m}_{jl} = \min(\underline{m}_{jl}, \bar{m}_{ij}) \quad \forall l \neq i, j$$

$$\underline{m}_{li} = \min(\underline{m}_{li}, \bar{m}_{ij}) \quad \forall l \neq i, j$$

$$\underline{m}_{lj} = \min(\underline{m}_{lj}, \bar{m}_{ij}) \quad \forall l \neq i, j$$

end ;

end.

定理 4.1 拡大規則を用いて更新された新たな行列 M は再びファジィ部分可到達行列となる。

[証明]

拡大規則を適用した行列 M は、下限値のみ変更となる。よって、定義 2.3 の式 (12)、式 (13) には影響がない。また、下限値を変更している場合でも、全て $\underline{m}'_{ij}$ または $\bar{m}'_{ij}$ の値に変更されているため式 (11) を満たす。よって、拡大規則を適用後の行列 M は、再びファジィ部分可到達行列である。

(証明終)

以下に拡大規則による修正アルゴリズムを示す。

[アルゴリズム 2]

$M(i, j)$ の値を $[m_{ij}, \bar{m}_{ij}]$ から $[m'_{ij}, \bar{m}'_{ij}]$ とする。

begin

(i, j) 要素から他の要素への拡大規則を用いて M を更新する。

(i, j) 要素から他の要素への含意規則を用いて M を更新する。

end.

4.3 例題

例題. ファジィ可到達行列 M を図 1 とし、履歴は、表 1 の通りである。例として、 $M(1, 2)$ の値を 0.2 から 0.7 へ修正する。

	1	2	3	4	5	6
1	1	0.2	0.5	0.5	0.2	1
2	0	1	0.7	0	0	0.2
3	0	0.2	1	0	0	0.2
4	1	0.2	0.5	1	0.2	1
5	0.5	0.5	1	0.5	1	0.5
6	0	0.2	0.2	0	0	1

図 1 ファジィ可到達行列

表 1 入力履歴

回	要素	帰属度
1	$M(1, 2)$	0.2
2	$M(4, 1)$	1
3	$M(5, 1)$	0.5
4	$M(2, 1)$	0
5	$M(6, 3)$	0.2
6	$M(2, 3)$	0.7
7	$M(1, 6)$	1
8	$M(1, 4)$	0.5
9	$M(1, 3)$	0.5
10	$M(3, 2)$	0.2
11	$M(6, 5)$	0
12	$M(2, 6)$	0.2
13	$M(5, 6)$	0.5
14	$M(4, 3)$	0.5
15	$M(5, 2)$	0.5
16	$M(5, 3)$	1
17	$M(1, 5)$	0.2

[アルゴリズム 1]

履歴重視の修正を行うと、表 2 より履歴は

$$M(1,2) \quad 0.2 \rightarrow 0.7$$

$$M(1,3) \quad 0.5 \rightarrow [0.7,1] \text{ より } 0.7$$

$$M(4,3) \quad 0.5 \rightarrow [0.7,1] \text{ より } 0.7$$

が従来の値から修正され、また、入力履歴にはない $M(4,3)$ も 0.2 から $[0.7,1]$ に変更されている。修正後の行列はファジィ部分可到達行列である (図 2)。

[アルゴリズム 2]

拡大規則を用いて $M(1,2)$ を 0.2 から $[0.2,0.7]$ とする。さらに $[0.2,0.7]$ を 0.7 としたときに含意規則を適用する。

$$M(1,2) = 0.2 \rightarrow [0.2,0.7]$$

とする (図 3(a))。次に

$$M(1,2) : [0.20,0.70] \rightarrow 0.70$$

とし、含意規則を適用し行列を更新する (図 3(b))。下線部の箇所が変更になった要素である。修正後の行列は、ファジィ部分可到達行列である。

4.4 考察

修正アルゴリズム 1 では、利用者の優先意思を支援しているため

1. 修正された要素の箇所が明確ではない。
2. (p, q) 要素の選択順序によって、修正行列が異なる。
3. 修正前のファジィ部分可到達行列、履歴情報等を保存する必要がある。

などの問題点が挙げられる。

修正アルゴリズム 2 は、修正アルゴリズム 1 と比較すると以下の特長が挙げられる。

1. 修正された要素の箇所が明確であり、修正箇所は最大で $4(n-2)$ である。
2. 選択規則が与えられていないため、修正行列が一意に決定する。
3. 修正前の行列を保存する必要がある。

よって、利用者が既に入力した関係の履歴、帰属度等を重要視するならばアルゴリズム 1 による修正を行うべきである。また、優先する考えを持たなく、かつ、利用者の修正による予測を可能にするならばアルゴリズム 2 を利用する方がよい。結果として様々な修正アルゴリズムを利用者に提示することにより、利用者の意思を反映した構造モデリングが可能となる。

5. 実例による FISM/fuzzy セッション

本章では、実行された FISM/fuzzy セッションを通

表 2 入力履歴 2 (アルゴリズム 1)

回	要素	修正前 → 修正後
1	M(1,2)	0.2 → 0.7
2	M(4,1)	1
3	M(5,1)	0.5
4	M(2,1)	0
5	M(6,3)	0.2
6	M(2,3)	0.7
7	M(1,6)	1
8	M(1,4)	0.5
9	M(1,3)	0.5 → [0.7,1] より 0.7
10	M(3,2)	0.2
11	M(6,5)	0
12	M(2,6)	0.2
13	M(5,6)	0.5
14	M(4,3)	0.5 → [0.7,1] より 0.7
15	M(5,2)	0.5
16	M(5,3)	1
17	M(1,5)	0.2

	1	2	3	4	5	6
1	1	0.7	<u>0.7</u>	0.5	0.2	1
2	0	1	0.7	0	0	0.2
3	0	0.2	1	0	0	0.2
4	1	<u>[0.7,1]</u>	<u>0.7</u>	1	0.2	1
5	0.5	0.5	1	0.5	1	0.5
6	0	0.2	0.2	0	0	1

図 2 選択規則による修正

$$M(1,2) : 0.20 \rightarrow [0.20, 0.70]$$

	1	2	3	4	5	6
1	1	[0.2,0.7]	[0.2,0.5]	[0.2,0.5]	0.2	[0.2,1]
2	0	1	[0.2,0.7]	0	0	0.2
3	0	0.2	1	0	0	0.2
4	[0.2,1]	0.2	0.5	1	0.2	1
5	[0.2,0.5]	[0.2,0.5]	1	0.5	1	0.5
6	0	0.2	0.2	0	0	1

(a)

$$M(1,2) : [0.20, 0.70] \rightarrow 0.70$$

	1	2	3	4	5	6
1	1	0.7	<u>[0.2,0.5]</u>	<u>[0.2,0.5]</u>	0.2	<u>[0.2,1]</u>
2	0	1	<u>[0.2,0.5]</u>	0	0	0.2
3	0	0.2	1	0	0	0.2
4	<u>0.2</u>	0.2	0.5	1	0.2	1
5	<u>[0.2,0.5]</u>	<u>[0.2,0.5]</u>	1	0.5	1	0.5
6	0	0.2	0.2	0	0	1

(b)

図 3 拡大規則による修正

して、本論文で提案する構造モデルの修正支援の有用性について述べる。

5.1 問題の背景

問題として、企業における新規事業開発を取り上げる¹³⁾。企業において新規事業開発のための計画作業は、自社にとって未知の領域への進出であり、事業環境、

経営資源、行動範囲など、予想される結果があいまいなことが多い。更に、新規事業の目的、評価基準ですら明白でない場合も多い。また、新規事業プロジェクトは、構成メンバの専門性/バックグラウンドが多様であること、関連部門/部署が多いなどの特徴があり、問題に対する様々なレベルでの共通意識/理解の形成が重要な課題となる。

5.2 FISM/fuzzy セッション

(0)問題設定：利用者は新規事業進出にあたって、

(0-1)進出に伴うリスクは？

(0-2)計画遂行上の留意点は？

(0-3)そもそもこの計画を実行すべきか？

などについて事前評価を行い、新規事業進出の意思決定を行った。

(1)関係定義：利用するファジィ二項関係として、

影響関係：要素 X は要素 Y の影響を受けるか？

と定義した。

(2)具象化：

(2-1)要素抽出：利用者は新規事業進出に関係する要素を抽出した。要素の抽出は、思いつく要素から任意の順序で列挙するが、最初から全ての要素を思いつく必要がない。セッションの途中で思いついた要素を、そのつど要素集合に追加することができる。

最終的に抽出された要素は図4に示すが、最初の抽出では同図の要素のうち、1番から10番までの要素が抽出された。

(2-2)関係の決定：一対比較により要素間の関係の強さを入力する。利用者は明確になっている要素間の関係から積極的に入力することができるため、

1.	社内の開発推進体制の整備
2.	的確なリーダー/スタッフの配置
3.	関係者間でのコンセプトの共通認識
4.	企業イメージの貢献
5.	スケジュールどおりの進行
6.	必要な投資額の確保
7.	必要な販売チャネル確保
8.	不足資源の充足
9.	自社資源の有効利用
10.	必要なノウハウの確保
11.	成果の評価システム
12.	潜在的競合への対応
13.	変化に応じた柔軟性
14.	新市場での優位性確立
15.	話題性の喚起
16.	企業イメージ/CIとの調和
17.	企業体質の改善/活性化
18.	ノウハウの応用可能性
19.	自社シーズとニーズとの適合性

図4 抽出された要素

自己のイメージのモデル化が容易になる。

具象化セッション終了後のファジィ可到達行列を図5に示す。

(3)構造化

α -レベル分解のために α の値を与えて作成されたファジィ可到達行列(図5)を二値化し、可到達行列を生成し、構造化の一連の計算を行った。 $\alpha=0.8, 0.5, 0.2$ に対する階層グラフを図6~図8に示す。この場合、 α の値が自由に設定できるため、利用者は自己が持つ要素間の関係の潜在的意識構造を抽出することができた。

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	1	1	0.2	1	0	0.5	0.2	0.5	0.2
2	0	1	0	0	1	0	0	0.2	0	0
3	1	1	1	0.2	1	0	0.5	0.2	0.5	0.2
4	0.2	0.5	0.2	1	0.5	0	0.2	0.5	0.2	0.5
5	0	0.2	0	0	1	0	0	0.2	0	0
6	0.2	0.5	0.2	0.2	0.8	1	1	1	0.5	1
7	0.2	0.5	0.2	0.2	0.5	0	1	0.2	0.2	0.2
8	0	0.5	0	0	0.5	0	0	1	0	0
9	0.2	0.5	0.2	0.2	0.5	0	0.5	0.2	1	0.2
10	0	0.5	0	0	0.8	0	0	0.5	0	1

図5 ファジィ可到達行列

図6 構造グラフ
($\alpha=0.8$)

図7 構造グラフ
($\alpha=0.5$)

図8 構造グラフ
($\alpha=0.2$)

5.3 構造モデルの修正

この段階で利用者は、構造モデル(図5)や階層グラフを検討した結果、要素1から要素7への関係の属性値 $M(1,7)$ を0.5から0.8へ修正することを希望した。

次に $M(1,7)$ を0.5から0.8へ修正することにより他の関係が修正されるため、利用者は修正を回避したい関係を検討した。利用者は、構造モデルを検討した結果、要素1,7と他の要素間の関係のみを修正し、他の関係の修正を回避することを希望した。よってFISM/fuzzy セッションでは、拡大規則を用いた修正

(修正アルゴリズム 2)を採用した。

修正アルゴリズム 2 を用いて $M(1,7)$ の値を 0.5 から 0.8 に変更し、行列を更新した(図 9)。その結果、行列は既知要素の $M(3,1)$ が 1 から 0.5 に変更し、未知要素 $M(1,2), M(1,3), M(1,5), M(6,7)$ の下限値が 0.5 に変更された。

その後、利用者は具象化セッションに戻り、行列の未知要素である関係を再入力し、行列を更新した。その結果、行列は図 10 となり、修正前の行列(図 5)と比較して、既知要素の $M(3,1)$ のみが変わった結果となっていた。さらに要素 11 から要素 19 の追加を行い、具象化セッションを続行し、ファジィ可到達行列を作成した(図 11)。このように、利用者は FISM/fuzzy の修正機能を積極的に活用し、満足のいく構造モデルを構築することができた。

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	[0.5,1]	[0.5,1]	0.2	[0.5,1]	0	0.8	0.2	0.5	0.2
2	0	1	0	0	1	0	0	0.2	0	0
3	0.5	1	1	0.2	1	0	0.5	0.2	0.5	0.2
4	0.2	0.5	0.2	1	0.5	0	0.2	0.5	0.2	0.5
5	0	0.2	0	0	1	0	0	0.2	0	0
6	0.2	0.5	0.2	0.2	0.8	1	[0.5,1]	1	0.5	1
7	0.2	0.5	0.2	0.2	0.5	0	1	0.2	0.2	0.2
8	0	0.5	0	0	0.5	0	0	1	0	0
9	0.2	0.5	0.2	0.2	0.5	0	0.5	0.2	1	0.2
10	0	0.5	0	0	0.8	0	0	0.5	0	1

図 9 ファジィ部分可到達行列

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	1	1	0.2	1	0	0.8	0.2	0.5	0.2
2	0	1	0	0	1	0	0	0.2	0	0
3	0.5	1	1	0.2	1	0	0.5	0.2	0.5	0.2
4	0.2	0.5	0.2	1	0.5	0	0.2	0.5	0.2	0.5
5	0	0.2	0	0	1	0	0	0.2	0	0
6	0.2	0.5	0.2	0.2	0.8	1	1	1	0.5	1
7	0.2	0.5	0.2	0.2	0.5	0	1	0.2	0.2	0.2
8	0	0.5	0	0	0.5	0	0	1	0	0
9	0.2	0.5	0.2	0.2	0.5	0	0.5	0.2	1	0.2
10	0	0.5	0	0	0.8	0	0	0.5	0	1

図 10 ファジィ可到達行列

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
1	1	1	1	0.2	1	0	0.8	0.2	0.5	0.2	0	0.8	0.5	0.2	0	0	0.8	0	0.2
2	0	1	0	0	1	0	0	0.2	0	0	0	0.8	0	0	0	0	0.8	0	0
3	0.5	1	1	0.2	1	0	0.5	0.2	0.5	0.2	0	0.8	0.5	0.2	0	0	0.8	0	0
4	0.2	0.5	0.2	1	0.5	0	0.2	0.5	0.2	0.5	0	0.8	0.2	0.2	0	0	0.5	0	0.2
5	0	0.2	0	0	1	0	0	0.2	0	0	0	0.2	0	0	0	0	0.2	0	0
6	0.2	0.5	0.2	0.2	0.8	1	1	1	0.5	1	0.2	0.8	0.5	0.2	0.2	0	0.5	0	0.2
7	0.2	0.5	0.2	0.2	0.5	0	1	0.2	0.2	0.2	0	0.8	0.2	0.2	0	0	0.5	0	0.2
8	0	0.5	0	0	0.5	0	0	1	0	0	0	0.8	0	0	0	0	0.5	0	0
9	0.2	0.5	0.2	0.2	0.5	0	0.5	0.2	1	0.2	0	0.5	0.2	0.2	0	0	0.5	0	0.2
10	0	0.5	0	0	0.8	0	0	0.5	0	1	0	0.8	0	0	0	0	0.5	0	0
11	0.2	0.2	0.2	0.2	0.5	0	0.2	0.2	0.2	0.2	1	0.8	0.8	0.2	0	0	0.2	0	0.2
12	0	0.2	0	0	0.5	0	0	0.2	0	0	0	1	0	0	0	0	0.2	0	0
13	0.2	0.2	0.2	0.2	0.5	0	0.2	0.2	0.2	0.2	0	1	1	0.2	0	0	0.2	0	0.2
14	0.2	0.5	0.2	1	0.5	0	0.2	0.5	0.2	0.5	0	1	0.5	1	0	0	0.5	0	0.2
15	0.5	0.5	0.5	1	0.5	0	0.5	0.5	0.5	0.5	0	1	0.5	1	1	0	0.5	0	0.2
16	0.5	1	1	0.8	1	0.2	0.5	0.5	0.5	0.5	0.2	1	0.5	0.2	0.2	1	1	0.2	0.2
17	0	0.5	0	0	0.5	0	0	0.2	0	0	0	0.8	0	0	0	0	1	0	0
18	0.2	0.5	0.2	0.2	0.8	1	1	1	0.5	1	0.2	0.8	0.5	0.2	0.2	0	0.5	1	0.2
19	0.5	0.5	0.5	0.8	0.5	0	0.5	0.5	1	0.5	0	1	0.5	0.8	0	0	0.5	0	1

図 11 ファジィ可到達行列

6. おすび

本論文ではファジィ部分可到達行列の修正理論を考察し、選択規則、拡大規則による修正アルゴリズムを提案した。また実例を通して、利用者の要求する様々な修正要求への対応を示すことで、FISM/fuzzy の構造モデル修正支援の有用性を示すことができた。

今後の課題としては、FISM/fuzzy の機能を充実するため、複数の個人またはグループの異なる意見をまとめるための合意理論等の理論的基礎を考察する必要がある、現在開発を行っている。

参 考 文 献

- 1) 大内, 河野: システム計画構築技法の新展開, 電気学会雑誌, Vol.108, No.1, pp.21-28 (1988).
- 2) J.N.Warfield: *Societal Systems-Planning, Policy and Complexity*, John Wiley & Sons (1976).
- 3) Tazaki, E., Amagasa, M.: Structural Modeling in a Class of Systems Using Fuzzy Sets Theory, *International Journal for Fuzzy Sets and Systems*, Vol.2, No.1, pp.1-17(1979).
- 4) Ohuchi, A., Kurihara, M. and Kaji, I.: Implication Theory and Algorithm for Reachability Matrix Model, *IEEE Trans. SMC*, Vol.SMC-16, No.8, pp. 610-616 (1986).
- 5) Ohuchi, A. and Kaji, I.: Correction Procedures for Flexible Interpretive Structural Modeling, *IEEE Trans. SMC*, Vol. SMC-19, No.1, pp.85-94 (1989).
- 6) 遠藤, 大内: 統合型発想支援システム: FISM, 人工知能学会誌, Vol.8, No.5, p.611-618 (1993)
- 7) 大内, 三田村, 若林: FISM/fuzzy: 柔軟なファジィ構造モデリング, 電学論 C, Vol.114, No.3, p.361-p. 366(1994)
- 8) Mitamura, T. and Ohuchi, A.: Fuzzy Structural Modeling based on FISM/fuzzy, Proc. of FUZZ-IEEE/IFES '95, p.2147-2152(1995)

- 9) 若林, 大内: ファジィシステム構造行列の推移的結合, 情報処理学会論文誌, Vol.33, No.5, p.620-627 (1992)
- 10) 若林, 大内: ファジィ構造モデリングにおける推移的結合問題の特殊解, 日本ファジィ学会誌, Vol.5, No.6, p.1302-1311 (1993)
- 11) 三田村, 大内: ファジィ構造モデリングにおけるファジィ推移的具象化の理論とアルゴリズム, 情報処理学会論文誌, Vol.35, No.2, p.301-308 (1994)
- 12) 三田村, 大内: FISM/fuzzy の推移的具象化における戦略の検討, 日本ファジィ学会誌, Vol.7, No.2, p.102-109 (1995)
- 13) 大内, 水野, 岡野: 「FISM による集合合意形成支援:

新規事業開発への利用」, オペレーションズ・リサーチ, Vol.36, No.11, p.557-561 (1994)

(1995年5月15日 受付)
(1996年2月29日 再受付)

[問い合わせ先]

〒060 札幌市北区北13条西8丁目
北海道大学工学部システム情報工学専攻
複雑系工学講座調和系工学分野
三田村 保
TEL : 011-706-6497
FAX : 011-706-7834
E-mail : mitamura@huie.hokudai.ac.jp

著者紹介

三田村 保 (みたむら たもつ)

北海道大学 工学部システム情報工学専攻 複雑系工学講座調和系工学分野

'90年 北海道大学工学部電気工学科卒業。'92年 北海道大学大学院工学研究科電気工学専攻修士課程修了。'95年 北海道大学大学院工学研究科情報工学専攻博士課程修了。'95年4月 北海道大学工学部システム情報工学専攻複雑系工学講座助手となり現在に至る。博士(工学)。'92年4月~'95年3月 日本学術振興会特別研究員。システム工学の研究に従事。日本ファジィ学会, 情報処理学会, 人工知能学会各会員。

大内 東 (おおうち あずま)

北海道大学 工学部システム情報工学専攻 複雑系工学講座調和系工学分野

1974年 北海道大学大学院工学研究科博士課程修了。現在, 北海道大学工学部システム情報工学専攻複雑系工学講座教授。工学博士。複雑系工学, 調和系工学, 社会システムの研究に従事。日本ファジィ学会, 情報処理学会, 人工知能学会, 電気学会, 電子情報通信学会, 計測自動制御学会, 日本OR学会, 医療情報学会, 病院管理学会, IEEE-SMC各会員。

Correction Theory and Algorithm for Fuzzy Reachability Matrix Model

by

Tamotsu MITAMURA and Azuma OHUCHI

Abstract :

Fuzzy Flexible Interpretive Structural Modeling (FISM/fuzzy) is a fuzzy version of Flexible Interpretive Structural Modeling (FISM). The fuzzy transitive embedding is a problem of how to efficiently fill the fuzzy reachability matrix.

To perform the fuzzy transitive embedding logically and effectively, a fuzzy partially filled reachability matrix (FPR-matrix) is proposed. While an FISM/fuzzy structural model is being developed, or after it has been developed, the developer may want to make changes in it. Procedure for changing a structural model with computer assistance is called "correction". Correction is key to FISM/fuzzy. This is because developing a structural model is inherently a trial-and-error process.

In this paper a correction theory and algorithm for FPR-matrix is proposed. Use of the algorithm makes it possible to do a flexible and an efficient modeling for complex and fuzzy systems.

Keywords : FISM/fuzzy, Fuzzy Partially filled Reachability Matrix, Correction Theory, Correction Algorithm

Contact Address : **Tamotsu MITAMURA**

Faculty of Engineering, Hokkaido University
Kita 13 Nishi 8, Kita-ku, Sapporo, 060 Japan
TEL : 011-706-6497
FAX : 011-706-7834
E-mail : mitamura@huie.hokudai.ac.jp