論文

ファジィパラメータを含む多目的 0-1 計画問題 に対する遺伝的アルゴリズムによる 対話型意思決定[†]

柴野 俊弘^{*1} 坂和 正敏^{*2} 小畑 秀信^{*2}

本論文では、これまでの多目的 0-1 計画問題に対して、問題の定式化に携わった専門家の人間としての判断をより適切に表現するために、パラメータのあいまい性がファジィ数として特性づけられるファジィパラメータを含む多目的 0-1 計画問題の定式化を行う。

また、すべてのファジィパラメータのメンバシップ関数の帰属度が α 以上となるパラメータ設定の中で、特に意思決定者にとって最も望ましい設定が選択される非ファジィな α -多目的計画問題を定式化し、パレート最適解の概念を拡張した α -パレート最適解を導入する。

しかも、意思決定者が主観的に設定したあいまい性の度合いと基準点に拡張ミニマックスの意味で近い α -パレート最適解を、2 重構造文字列コード化遺伝的アルゴリズムの適用により効率的に求める。さらに、もし意思決定者が得られた α -パレート最適解に満足しなければ、対話的に基準点やあいまい性の度合いを更新することにより α -パレート最適解の集合の中から意思決定者の満足解を導出するという対話型意思決定手法を提案する。最後に数値例により提案した手法の妥当性と有効性を示す。

キーワード：多目的 0-1 計画問題、ファジィパラメータ、 α -パレート最適解、対話型意思決定、遺伝的アルゴリズム

1. はじめに

遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithms : GA) は、1970 年代に、ミシガン大学の Holland とその同僚および学生らによって、自然の進化メカニズムをモデル化した新しい学習パラダイムとして提案された[6]。遺伝的アルゴリズムは当初はそれほど注目されなかったが、1989 年の Goldberg の著書[3]の出版を契機として、遺伝的アルゴリズムは最適化、適応および学習の方法論として数多くの分野で注目をあびるようになってきている。遺伝的アルゴリズムの、最適化問題への最近の応用研究は、1992 年の Michalewicz の著書やその改訂版[8]にもみられるが、その後、さらなる発展が続いている[2]。また、多目的最適化問題に対しては、従来の GA の適合度関数をスカラー関数からベクトル関数へ拡張するという考えに基づいた、ベクトル評価遺伝的アルゴリズム (vector evaluated genetic algorithms : VEGA) が、1985 年に Schaffer[16]によって提案

され、発展してきている[1,3,7,17,18]。しかし、これらの多評価遺伝的アルゴリズムの手法では、多目的最適化問題の(局所的)パレート最適解の(部分)集合をいかに効率よく求めるという点に焦点が絞られており、パレート最適解の集合の中から最終的に意思決定者 (Decision Maker : DM) の妥協解あるいは満足解をいかにして導出するかという、多目的意思決定問題における最大の問題点に対する考察は残念ながらほとんどなされてきていなかった。

近年、坂和らは、DM のファジィ目標を考慮した多目的 0-1 計画問題を定式化し、DM のファジィ目標を考慮したファジィ決定に基づく DM の妥協解の導出に 2 重構造文字列を用いた遺伝的アルゴリズム[11]を導入するとともに、その対話型手法への拡張をも行った[12,14]。

このような状況のもとで、本論文では、これまでの多目的 0-1 計画問題に含まれる数多くのパラメータに対して、問題の定式化に携わった専門家の人間としての判断をより適切に表現することを試みる。すなわち、パラメータのあいまい性がファジィ数として特性づけられているという、ファジィ数を含む多目的 0-1 計画問題の定式化によって、現実の意思決定状況をより適切に近似することを可能にする。このようなファジィ数を含む多目的 0-1 計画問題に対処するため、問題に含まれるすべてのファジィ数のメンバシップ関数の帰属度が α 以上となる係数ベクトルの中で、特に DM が

[†] Interactive Decision Making for Multiobjective 0-1 Programming Problems with Fuzzy Parameters through Genetic Algorithms
Toshihiro SHIBANO, Masatoshi SAKAWA and Hidenobu OBATA

^{*1} 三菱冷熱工業(株)システムプロダクト事業部
System Products Division, Sinryō Cooperation

^{*2} 広島大学工学部 第二類(電気系)
Faculty of Engineering, Hiroshima University

最も望ましいように、その値を設定するという、非ファジィな α -多目的0-1計画問題を導入する。しかも、問題に含まれるあいまい性の度合いを考慮して拡張された α -パレート最適解の概念を導入し、DM が主観的に設定したあいまい性の度合 α と基準目的関数値に拡張ミニマックスの意味で近い α -パレート最適解を求める。さらに、もしDM が得られた α -パレート最適解に満足しなければ、基準目的関数値やあいまい性の度合を対話的に更新することにより、 α -パレート最適解の集合の中からDM の満足解を導出するという対話型意思決定手法を提案する。ここで、 α -パレート最適解を求めるためのミニマックス問題は、0-1計画問題となるので、坂和らの提案した2重構造文字列コード化遺伝的アルゴリズム[11]の適用により、 α -パレート最適解が求められることを示す。最後に、数値例により提案した手法の妥当性と有効性を示す。

2. ファジィ数を含む多目的0-1計画問題

一般に、 k 個の目的関数 $z_i(\mathbf{x}) = \mathbf{c}_i \mathbf{x}$, $i=1, \dots, k$, の存在する多目的0-1計画問題は次のように定式化される。

$$\left. \begin{array}{ll} \text{minimize} & (\mathbf{c}_1 \mathbf{x}, \mathbf{c}_2 \mathbf{x}, \dots, \mathbf{c}_k \mathbf{x})^T \\ \text{subject to} & \mathbf{A} \mathbf{x} \leq \mathbf{b} \\ & x_j \in \{0, 1\}, j=1, \dots, n \end{array} \right\} \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{c}_i = (c_{i1}, \dots, c_{in})$, $i=1, \dots, k$, $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)^T$, $\mathbf{b} = (b_1, \dots, b_m)^T$ で $\mathbf{A} = (a_{ij})$ は $m \times n$ 行列である。本論文では簡単化のため、 $\mathbf{A}$ および $\mathbf{b}$ の各成分は正であると仮定するが、このときこの問題は多目的多次元0-1ナップサック問題とみなされる。

以下では、記号の簡単化のため、問題(1)の制約領域を X と書き表すことにする。このような多目的0-1計画問題では、通常の単一目的最適化問題に対する最適解のかわりに、ある目的関数の値を改善するためには少なくとも他の1つの目的関数の値を改悪せざるを得ないパレート最適解が合理的な解として導入されている。

[定義1] $\mathbf{x}^* \in X$ に対して、 $\mathbf{c}_i \mathbf{x} \leq \mathbf{c}_i \mathbf{x}^*$, $i=1, \dots, k$ で、しかも、ある j について $\mathbf{c}_j \mathbf{x} < \mathbf{c}_j \mathbf{x}^*$ となるような $\mathbf{x} \in X$ が存在しないとき、 $\mathbf{x}^*$ はパレート最適解とよばれる。

式(1)で表される多目的0-1計画問題に含まれる数多くのパラメータ $\mathbf{c}_i$, $\mathbf{A}$ および $\mathbf{b}$ に対して、問題の定式化に携わった専門家の人間としての判断をより適切に表現するためには、従来のように何らかの経験的あるいは主観的な方法である値に設定するよりはむしろ、

含まれるパラメータそのものを“だいたいある値ぐらいの数”であるというようなファジィ数としてとらえた方が、現実の多目的意思決定状況をより反映することが可能となるものと期待できる。

一般に、多目的0-1計画問題の目的関数と制約式に含まれるパラメータのあいまい性がファジィ数として特性づけられているという、ファジィパラメータを含む多目的0-1計画問題は、次のように定式化される。

$$\left. \begin{array}{ll} \text{minimize} & (\tilde{\mathbf{c}}_1 \mathbf{x}, \tilde{\mathbf{c}}_2 \mathbf{x}, \dots, \tilde{\mathbf{c}}_k \mathbf{x})^T \\ \text{subject to} & \tilde{\mathbf{A}} \mathbf{x} \leq \tilde{\mathbf{b}} \\ & x_j \in \{0, 1\}, j=1, \dots, n \end{array} \right\} \quad (2)$$

ここで $\tilde{\mathbf{A}}$ は $m \times n$ のファジィ係数行列で、 $\tilde{\mathbf{c}}$ および $\tilde{\mathbf{b}}$ は、それぞれファジィ数の n 次元および m 次元列ベクトルである。さらに $\tilde{\mathbf{A}}$ および $\tilde{\mathbf{b}}$ の成分のファジィ数はすべて正であることを仮定する。このとき問題はファジィ数を含む多目的多次元0-1ナップサック問題とみなされ、実際問題における基本的なファジィ数を含む多目的0-1計画問題となる。本論文ではこのような含まれるファジィ数がすべて正であるような多目的0-1計画問題に対する2重構造文字列遺伝的アルゴリズムによる対話型意思決定手法を提案する。しかし、正や負のファジィ数が混在するような多目的0-1計画問題に対しては、本論文で提案する2重構造の文字列のデコード化のアルゴリズムのままでは対処できないので、さらなる工夫が望まれることに注意しよう。なおここで、ファジィ数 $\tilde{p}$ は、そのメンバシップ関数 $\mu_{\tilde{p}}(x)$ が $\mu_{\tilde{p}}(x) = 0, \forall x < 0$ のとき、正であるといい、 $\tilde{p} > 0$ と書く。

問題(2)は、目的関数や制約式に含まれる係数がファジィ数として特性づけられているため、非ファジィな多目的0-1計画問題に対してこれまで定義されてきたパレート最適解の概念をそのまま適用することはできない。このような問題点に対処するため、本論文ではまず、含まれるすべてのファジィ数のメンバシップ関数の値が α 以上であるような α -レベル集合を導入する[10]。

[定義2] ファジィパラメータ $\tilde{\mathbf{A}}, \tilde{\mathbf{b}}, \tilde{\mathbf{c}}$ に含まれるすべてのファジィ数のメンバシップ関数値が α 以上となるような値の組 $(\mathbf{A}, \mathbf{b}, \mathbf{c})$ の集合は α -レベル集合とよばれ、 $(\tilde{\mathbf{A}}, \tilde{\mathbf{b}}, \tilde{\mathbf{c}})_\alpha$ と表される。

問題(2)において、DM が、目的関数と制約式に含まれるファジィ数のメンバシップ関数値が、ある値 α 以上となるパラメータの組 $(\mathbf{A}, \mathbf{b}, \mathbf{c}) \in (\tilde{\mathbf{A}}, \tilde{\mathbf{b}}, \tilde{\mathbf{c}})_\alpha$ であればよいと判断したと仮定すると、問題の現実性の度合が α 以上であるような $(\mathbf{A}, \mathbf{b}, \mathbf{c}) \in (\tilde{\mathbf{A}}, \tilde{\mathbf{b}}, \tilde{\mathbf{c}})_\alpha$ の中で、特にDM が最も望ましいようにその値を設定すると

いう次のような非ファジィな α -多目的 0-1 計画問題を導することができる。

$$\left. \begin{array}{l} \text{minimize } (c_1x, c_2x, \dots, c_kx)^T \\ \text{subject to } Ax \leq b \\ x_j \in \{0, 1\}, j=1, \dots, n \\ (A, b, c) \in (\tilde{A}, \tilde{b}, \tilde{c})_\alpha \end{array} \right\} \quad (3)$$

このように、問題(3)においては、係数ベクトル (A, b, c) は、もはや単に係数としてではなく変数として取り扱われていることに注意しよう。ここで、問題(3)の x に関する制約条件を満たす実行可能領域を $X(A, b)$ と書き表すことにすれば、問題(3)に対して、定義1の意味での通常のパレート最適解の概念を素直に拡張することにより、問題に含まれるあいまい性を考慮した α -パレート最適解を次のように定義することができる[10]。

[定義3]問題(3)に対して、 $c_i x \leq c_i x^*, i=1, \dots, k$ で、しかも、ある j について $c_j x < c_j x^*$ となるような $x \in X(A, b), (A, b, c) \in (\tilde{A}, \tilde{b}, \tilde{c})_\alpha$ が存在しないとき、 $x^* \in X(A^*, b^*)$ を α -パレート最適解、対応するパラメータ値の組 (A^*, b^*, c^*) を α -レベル最適係数とよぶ。

ここで、問題(3)に対する α -パレート最適解と α -レベル最適係数の意味についてもう少し詳しく考えてみよう。問題(2)に含まれるファジィ数の係数は、問題(3)においてはそのメンバシップ関数値が α 以上であるという α -レベル集合上で自由に動くことができる決定変数であるので、もとの問題(1)と比較すれば、問題の定式化において生じるあいまい性を反映した解を得ることが可能になる。このとき、問題(2)に含まれるすべてのファジィ数の現実性の度合を表す α は、DMにとって最も望ましい値に主観的に設定されるべきものであると考えられる。ここで定義3からわかるように、問題(3)において決定変数を (x, A, b, c) と見なしたとき、定義1の意味での通常のパレート最適解を (x^*, A^*, b^*, c^*) とすれば、このパレート最適解 (x^*, A^*, b^*, c^*) に対して、 x^* が定義3の意味での α -パレート最適解で、 (A^*, b^*, c^*) が定義3の意味での α -レベル最適係数であることがわかる。

ここで、定義3からもわかるように、 α -パレート最適解は、一般に、無限個存在するので、現実的意思決定においては、人間としてのDMが自己の選好に基づいて、 α -パレート最適解の集合の中から最終的に合理的な解を選択しなければならない。このような状況に対処するため、本論文では、DMの設定した α に対して、各目的関数に対するDMの志望水準を反映させる基準点にある意味において近い α -パレート解を求め、もし満足できなければ対話的に基準点や α の値を更

新することにより、最終的に α -パレート最適性の保証された満足解を求めるという対話型意思決定手法[10]の適用を試みる。

3. 拡張ミニマックス問題

いま、DMの設定した α に対して、各目的関数 $z_i(x) = c_i x$ に対するDMの志望水準を反映する基準点 $\bar{z}_i, i=1, \dots, k$ をDMが主観的に設定したとしよう。このときもし基準点の設定が控えめすぎて達成可能であれば、その基準点よりも望ましい α -パレート最適解を求める一方、もし基準点の設定が達成不可能であれば、基準点にできるだけ近い α -パレート最適解を求めることが望まれる。このような α -パレート最適解は、次のミニマックス問題を解くことによって求められる[10,13]。

$$\left. \begin{array}{l} \text{minimize } \max_{i=1, \dots, k} \{c_i x - \bar{z}_i\} \\ \text{subject to } Ax \leq b \\ x_j \in \{0, 1\}, j=1, \dots, n \\ (A, b, c) \in (\tilde{A}, \tilde{b}, \tilde{c})_\alpha \end{array} \right\} \quad (4)$$

しかし、ミニマックス問題を解いて得られる最適解は、一意性の保証がなければ、 α -パレート最適解とは限らない。したがって、つねに α -パレート最適性のテストを行わなければならないという問題が生じる。このような問題点を回避するため、ミニマックス問題の代りに、次のような拡張ミニマックス問題を解くことにより、基準点に拡張ミニマックスの意味で近い、パレート最適解を求めることが推奨される。

$$\left. \begin{array}{l} \text{minimize } \max_{i=1, \dots, k} \left\{ (c_i x - \bar{z}_i) + \rho \sum_{i=1}^k (c_i x - \bar{z}_i) \right\} \\ \text{subject to } Ax \leq b \\ x_j \in \{0, 1\}, j=1, \dots, n \\ (A, b, c) \in (\tilde{A}, \tilde{b}, \tilde{c})_\alpha \end{array} \right\} \quad (5)$$

ここで ρ は十分小さい正の数である。

ところで、問題(4)や(5)においては、 A, b, c は変数として取り扱われているので、このままでは制約条件も非線形になってしまっていることに注意しよう。しかし幸いにも、ファジィ係数行列 $\tilde{A}$ やファジィ数のベクトル $\tilde{b}, \tilde{c}$ に対する α -レベル集合の性質より、 $\tilde{A}, \tilde{b}, \tilde{c}$ の実行可能領域は、それぞれ対応する α -レベル集合の左右の端点により、閉区間 $[A_\alpha^L, A_\alpha^R], [b_\alpha^L, b_\alpha^R], [c_\alpha^L, c_\alpha^R]$ のように表されるので、拡張ミニマックス問題の最適解は等価的に次の問題を解くことにより得られることがわかる。

$$\left. \begin{array}{l} \text{minimize} \\ \max_{i=1, \dots, k} \left\{ (c'_{ia} \mathbf{x} - \bar{z}_i) + \rho \sum_{i=1}^k (c'_{ia} \mathbf{x} - \bar{z}_i) \right\} \\ \text{subject to } A_a \mathbf{x} \leq \mathbf{b}_a^g \\ x_j \in \{0, 1\}, j=1, \dots, n \end{array} \right\} \quad (6)$$

この 0-1 計画問題の制約式は線形で係数はすべて正であるので、坂和らの提案してきた 2 重構造文字列コード化遺伝的アルゴリズム [11, 12] の適用を試みる。

4. 2 重構造文字列遺伝的アルゴリズム

4.1 2 重構造文字列コード化

線形の制約条件式 $A\mathbf{x} \leq \mathbf{b}$ に含まれる係数行列 A と右辺定数 $\mathbf{b}$ の成分がすべて正であるような多目的 0-1 計画問題に対して、図 1 に示されているように、上段には変数の添字、下段には変数の値を要素とするような 2 重構造の文字列によるコード化が、坂和らにより提案されてきている [11, 12]。ここで、 $s(i)$ は変数 x_j の添字 j に対応し、 $x_{s(i)}$ は $s(i)$ に対する変数 x_j の値を表している。

添字	$s(1)$	$s(2)$		$s(i)$		$s(n)$
変数の値	$x_{s(1)}$	$x_{s(2)}$		$x_{s(i)}$		$x_{s(n)}$

図 1 2 重構造の文字列

このような 2 重構造の文字列を次のアルゴリズムに従ってデコード化すれば、実行可能解のみを生成することが可能となる。ここで、文字列の長さを n 、文字列の位置を i 、変数の添字を $s(i)$ 、変数の値を $x_{s(i)}$ 、制約式の係数行列 A の $s(i)$ 番目の列ベクトルを $\mathbf{a}_{s(i)}$ 、制約条件を $\sum_{i=1}^n \mathbf{a}_{s(i)} x_{s(i)} \leq \mathbf{b}$ とし、デコード化された $x_{s(i)}$ の値を $p_{s(i)}$ とする。

2 重構造の文字列のデコード化のアルゴリズム

手順 1 $i=1$, $\text{sum} = 0$ とおく。

手順 2 $x_{s(i)} = 0$ なら $p_{s(i)} = 0$, $i=i+1$ として手順 4 へ行く。 $x_{s(i)} = 1$ なら手順 3 へ行く。

手順 3 $\text{sum} + \mathbf{a}_{s(i)} \leq \mathbf{b}$ なら $p_{s(i)} = 1$, $\text{sum} = \text{sum} + \mathbf{a}_{s(i)}$, $i=i+1$ として手順 4 へ行く。 そうでなければ $p_{s(i)} = 0$, $i=i+1$ として手順 4 へ行く。

手順 4 $i > n$ ならば終了、そうでなければ手順 2 へ戻る。

ここで、このデコード化のアルゴリズムでは、変数 $x_{s(i)}$ の値が 1 のものは、制約式を満たす範囲内で文字列の左隅から順に固定され、それ以外の変数は 0 に固定されていることに注意しよう。

4.2 適合度

各文字列 $\mathbf{s}$ の適合度関数 $f(\mathbf{s})$ は

$$f(\mathbf{s}) = C_{\max} - \max_{i=1, \dots, k} \left\{ (c'_{ia} \mathbf{x} - \bar{z}_i) + \rho \sum_{i=1}^k (c'_{ia} \mathbf{x} - \bar{z}_i) \right\}$$

と設定するのが自然である。ここで、 $C_{\max}$ は、各目的関数の個別の最小化問題の最適解 $\mathbf{x}^{io}$ と最小値 $z_i^{\min} = \mathbf{c}_i \mathbf{x}^{io}$ および $z_i^{\max} = \max(\mathbf{c}_i \mathbf{x}^{1,o}, \dots, \mathbf{c}_i \mathbf{x}^{i-1,o}, \mathbf{c}_i \mathbf{x}^{i+1,o}, \dots, \mathbf{c}_i \mathbf{x}^{k,o})$ を用いて次のように設定する。

$$C_{\max} = \max_{i=1, \dots, k} |z_i^{\min} - z_i^{\max}|$$

さらに、適合度のスケージングとして、線形スケージング $f'_i = a \cdot f_i + b$ を採用する。ここで係数 a , b は、個体群の平均適合度が不動点となり、最大適合度が平均適合度の 2 倍の値に線形写像されるように設定する。

4.3 再生

これまで様々な再生方法が提案されてきているが、坂和らはすでにファジィ目標を考慮した多目的 0-1 計画問題に対して、6 種類の再生オペレータ (ランキング選択, エリートランキング選択, 期待値選択, エリート期待値選択, ルーレット選択, エリートルーレット選択) についてその性能を調べてきており、その結果エリート期待値選択が比較的有效であることを確認している [11]。したがって、本論文では、次世代に残る個体の期待値により再生を行う期待値選択に、現在の個体の中で最大の適合度の個体は無条件で次世代に残すというエリート保存選択を加えた、エリート期待値選択を採用することにしよう。より具体的に述べると次のようになる。

エリート主義 現世代の個体のうち、適合度の高いものから一定数無条件に次世代に残す。

期待値選択 N 個体からなる個体群に対して、 i 番目の個体 $\mathbf{s}_i$ の次世代の期待個体数は

$$N_i = \left(\frac{f(\mathbf{s}_i)}{\sum_{i=1}^N f(\mathbf{s}_i)} \right) \times N$$

のように計算される。このとき、 N_i の整数部分 $[N_i]$ は i 番目の個体 $\mathbf{s}_i$ の確定的な次世代の個体数とする。一方、 N_i の小数部分 $N_i - [N_i]$ は、次世代に 1 個体が生存する確率とみなし、 $N - \sum_{i=1}^N [N_i]$ の個体をこの確率によって決定する。

4.4 交叉

2 重構造の文字列によるコード化では、上段の添字の部分に 0-1 以外の文字列が付加されているので、こ

れまでの1点交叉や多点交叉を適用すれば、明らかに上段の添字の部分に同じ変数の添字番号が現れる可能性がある。ここで、巡回セールスマン問題をGAで解く際にも、同様の違反が起こることを考慮すれば、このような違反を防ぐには、次のような方法が考えられる。すなわち、1点交叉を行っても違反が起こらないように変数の添字をさらに符号化する方法と、1点交叉以外の別の交叉方法を用いる方法である。前者は、Grefenstetteら[5]によって考案された順序表現があげられ、後者は、代表的なものとして、部分一致交叉(partially matched crossover: PMX)[4]があげられる。ここでは、PMXを採用してみよう。

このような2重構造の文字列に対するPMXは次のような手順で与えられる。

PMXのアルゴリズム

手順1 2つの2重構造の文字列を X, Y とおく。 X, Y の i 番目の添字の要素を $s_X(i), s_Y(i)$, 対応する変数の値を $x_{s_X(i)}, x_{s_Y(i)}$ とする。交叉点をランダムに2点選んで、交換する部分文字列を定める。

手順2 枝に次の(1), (2), (3)の操作により、 X の交換する部分文字列が Y の交換する部分文字列の添字の値と一致するように、 X の添字と変数の値を並べ換えたものを X' とおく。

(1) 交換する部分文字列の先端と末端を h と $k(>h)$ とし、 $i=h$ とおく。

(2) $s_Y(i) = s_X(j)$ となる j を求め、 X の i 番目の列($s_X(i), x_{s_X(i)}$)^Tを j 番目の列($s_X(j), x_{s_X(j)}$)^Tと交換して、 $i=i+1$ とおく。

(3) $i>k$ ならば終了する。そうでなければ(2)に戻る。同様の操作で Y の列を並べ換えたものを Y' とおく。

手順3 X' に対して Y の交換する部分文字列と入れ替えた文字列を X^* とする。同様にして、文字列 Y^* を求める。 X^*, Y^* を交叉で得られた文字列として終了する。

4.5 突然変異と逆位

文字列でコード化されている個体に対しては、任意の2つの文字列の位置の要素を交換することによって、突然変異が行われる。しかし、2重構造の文字列による個体の表現においては、左端の要素から順に優先的にデコード化されるので、上段部分の添字の要素の入替えが行われなくなると、それよりも良い個体の生成が困難になる。このような問題点に対処するためには、ある長さの部分文字列の順序を反転させるという逆位とよばれる遺伝的オペレータを付加することが望ましい。

このような2重構造の文字列に対する逆位は、次の

ような手順で表される。

逆位のアルゴリズム

手順1 2重構造の文字列の位置を2点選び、それぞれ h 番目と $k(>h)$ 番目として、上段の添字の部分の h 番目から k 番目の部分文字列を抜き出す。

手順2 h 番目から k 番目の部分文字列の要素を逆方向に並べ換える。

手順3 逆方向に並べ換えられた部分文字列をもとの2重構造の文字列の上段の添字の部分の文字列に戻して終了する。

5. 対話型意思決定

連続変数の多目的計画法に対する対話型ファジィ計画法[10,13]に、2重構造の文字列のデコード化により実行可能解のみを生成させるGA[12]を取り入れた基本的なアルゴリズムは次のように構成することができる。

多目的0-1計画問題に対する対話型意思決定

手順1 初期の α の値($0 \leq \alpha \leq 1$)と初期の基準点をDMが設定する。

手順2 2重構造の文字列でコード化された個体をランダムに N 個発生させ、初期の個体群を生成する。

手順3 各個体の適合度を求め、適合度に応じた一定の規則で再生を行う。

手順4 設定された交叉確率 p_c で交叉を行い、新しい個体を生成する。

手順5 設定された突然変異確率 p_m で突然変異を行い、新しい個体を生成する。この結果新しい世代の個体群が生成される。

手順6 終了条件を満たすまで手順3から手順5を繰り返し、条件を満たせば適合度が最大の個体を最適解として手順7に行く。

手順7 現在の α -パレート最適解の目的関数の達成レベルと α の値に満足ならば終了。そうでなければ、現在の目的関数の達成レベルや α の値を考慮して、基準点や α の値を更新して手順2へ戻る。ここで、得られた解の α -パレート最適性により、DMは、(1)固定された α の値に対しては、ある目的関数の満足度を改善するためには、他のいずれかの目的関数の満足度を犠牲にせざるを得ないことと、(2)固定された基準点に対しては、問題の現実性の度合いを表す α の値を高めるには、目的関数の達成レベルを犠牲にせざるを得ないことに注意しよう。

なお、このアルゴリズムの手順1において、初期の基準点をDMが設定する際の有用な情報として、DMが設定する初期の α の値($0 \leq \alpha \leq 1$)に対する各目的関

数の個別の最小値(理想点)を2重構造文字列GAにより求めることが推奨される。

また、各対話時における初期の個体群の発生方法として、前の対話で得られた α -パレート最適解を、次の対話での初期個体群の中に1つ保存して、残りの個体はランダムに発生させるようにする。再生モデルとして期待値選択とエリート選択を併用している2重構造文字列GAに、このような α -パレート最適解を保存する初期集団発生方法を付加することにより、少なくとも前の対話時の解には支配されない解が求められることが期待できる。

このような対話型ファジィ計画法にGAを取り入れる場合には、妥当な時間内に近似解を得る必要がある。ここでは、最低何世代探索するかという値 $I_{\min}$ と最高何世代探索するかという値 $I_{\max}$ を導入して、次のような終了判定のアルゴリズムを導入する。

終了判定のアルゴリズム

- 手順1 世代数 $t=1$ とする。収束誤差を ε とする。
 手順2 GAの一連の探索(再生, 交叉, 突然変異)を行う。
 手順3 個体群の平均適合度 f_{mean} と最大適合度 $f_{\max}$ を求める。
 手順4 $t > I_{\min}$ かつ $(f_{\max} - f_{\text{mean}})/f_{\max} < \varepsilon$ であれば探索を打ち切る。
 手順5 もし $t > I_{\max}$ ならば探索を打ち切る。そうでな

ければ $t=t+1$ として手順2へ戻る。

6. 数値例

数値例として、ファジィ数を含む30変数の3目的2制約の0-1計画問題を取り上げてみよう。ここで簡単化のため、問題に含まれるファジィ数のメンバシップ関数はすべて左右対称な三角型であると仮定して、係数は次のような規則によりランダムに生成することにする。

- (1) $(0, 1000)$ (小数点以下第1位までの実数)の乱数を発生させて、 a_{ij} を決定する。さらに、 c_{1j} はすべて負、 c_{2j} は半数を負、残りの半数を正、 c_{3j} はすべて正になるように、 a_{ij} と同様の方法で決定する。
- (2) b_i は $[0.25, 0.75]$ の乱数を発生させたものに $\sum_{j=1}^n a_{ij}$ の値を掛けて得られる値に設定する。
- (3) (1)で決定された a_{ij}, b_i, c_{ij} のうち90%の割合で確率的にファジィ数を取り、ファジィ数のメンバシップ関数の左の端点 $a_{ij}^L, c_{ij}^L > 0$ を、 $[0.9, 1.0]$ の乱数に、それぞれファジィ数の中心 a_{ij}, c_{ij} の値を乗じた値、また、右の端点 b_i^R , 左の端点 $c_{ij}^L < 0$ を、 $[1.0, 1.1]$ の乱数に、それぞれファジィ数の中心 b_i, c_{ij} の値を乗じた値に設定する。

このようにして作成された問題の一例として、表1に示される数値例を用いる。ここで、含まれるファジィ

表1 ファジィ数を含む30変数の3目的2制約0-1計画問題の数値例 ($j=1, \dots, 30$)

a_{1j}	262.7	793.6	203.5	601.2	15.0	553.6	521.5	457.0	889.3	868.1
	178.9	400.3	218.4	910.7	741.5	943.5	862.4	203.3	914.4	996.7
	585.9	140.2	276.6	401.3	782.4	998.7	906.9	565.2	989.0	754.7
a_{2j}	432.2	791.4	38.1	76.2	469.4	301.7	148.7	782.8	387.7	600.2
	583.3	206.4	828.3	694.1	373.6	27.8	977.6	648.2	681.3	487.1
	984.0	492.6	678.7	396.3	613.7	23.0	838.0	240.4	756.6	519.8
a_{1j}^L	258.5	716.5	200.5	552.1	14.5	537.0	506.5	449.1	876.0	789.4
	175.3	378.6	210.4	835.2	690.6	934.7	832.9	188.0	831.0	906.8
	565.6	127.2	249.3	378.7	782.4	916.5	859.9	513.9	964.5	749.6
a_{2j}^L	394.8	780.8	35.2	69.4	467.0	282.4	148.7	726.0	382.0	556.7
	525.6	187.9	813.9	677.2	346.0	27.2	910.4	618.1	681.3	473.6
	923.3	451.3	675.2	361.7	557.3	22.1	818.7	229.9	718.3	491.1
c_{1j}	-263.7	-184.1	-446.8	-227.1	-954.8	-877.1	-608.5	-801.9	-981.1	-600.0
	-54.4	-463.8	-24.9	-568.3	-113.9	-21.1	-224.5	-327.2	-663.5	-658.64
	-749.3	-742.8	-13.0	-137.5	-397.7	-232.7	-66.8	-448.4	-39.3	-626.4
c_{2j}	-50.2	209.5	-707.6	187.7	-655.84	989.1	-925.2	-116.9	-675.4	-606.24
	-981.1	190.9	121.6	597.6	937.3	963.0	-309.7	377.0	-766.7	-550.8
	-213.4	-609.9	-787.6	-11.7	-839.8	589.0	-39.3	-717.4	-604.0	608.8
c_{3j}	656.6	277.4	65.0	665.3	340.7	618.7	124.7	100.9	497.1	792.9
	912.5	332.7	611.2	581.0	788.1	653.6	360.9	548.3	78.9	627.9
	969.5	368.2	828.1	797.7	331.0	465.7	12.7	326.3	957.1	539.7
c_{1j}^L	-270.5	-188.8	-486.7	-244.9	-954.8	-892.3	-664.5	-871.2	-1022.9	-627.0
	-54.6	-502.1	-24.9	-614.7	-118.3	-21.8	-231.5	-347.6	-690.4	-668.6
	-786.4	-807.0	-14.0	-146.8	-414.9	-232.7	-67.4	-486.7	-42.0	-626.4
c_{2j}^L	-50.2	208.7	-843.7	175.8	-706.9	930.2	-955.5	-127.8	-714.6	-639.3
	-1018.8	173.3	109.5	572.6	920.9	941.5	-340.0	343.4	-773.2	-580.8
	-230.8	-650.7	-846.0	-12.4	-919.6	568.2	-42.8	-772.1	-658.1	588.8
c_{3j}^L	653.6	269.1	60.4	659.1	309.0	561.2	122.6	98.6	456.6	731.7
	889.1	301.4	608.6	540.7	728.1	602.8	326.2	495.1	78.9	593.9
	969.5	337.6	768.8	761.2	303.0	426.0	-11.7	310.4	954.7	505.8
$b_1 = 9548.8,$	$b_1^R = 9591.8,$	$b_2 = 10555.0,$	$b_2^R = 10852.7$							

ィ数はすべて左右対称な三角型のメンバシップ関数であることが仮定されている。したがって、表1において、ファジィ数の中心の他、ファジィ数の左右の端点、は、問題(6)において必要となる左あるいは右の端点の値のみが示されている。さらに、これらの端点がファジィ数の中心と等しいものは、ファジィ数ではなく実数であることに注意しよう。さて、表1の数値例に対して、各対話毎に拡張ミニマックス問題を、GAによる30回のシミュレーションにより解いて α -パレート最適解を求めてみよう。ここでGAの各パラメータとして、個体数50、交叉率 $p_c=0.9$ 、突然変異率 $p_m=0.02$ 、収束条件誤差 $\varepsilon=0.05$ 、最高探索世代数 $I_{\max}=500$ 、最低探索世代数 $I_{\min}=300$ とし、拡張ミニマックス問題の係数を $\rho=0.0001$ に設定する。

本数値例における仮想的なDMとの対話では、表2のシミュレーション結果に示されているように、 $(\bar{z}_1, \bar{z}_2, \bar{z}_3; \alpha)$ の値は $(-10836.6, -10177.7, 0; 1.0)$ から $(-8836, -10177.7, 0; 1.0)$ 、 $(-8836, -9177, 0; 1.0)$ 、 $(-8836, -9177, 0; 0.9)$ 、 $(-8836, -9177, 0; 0.8)$ へと更新されている。

なお、本例では、DMが設定した基準点とあいまい性の度合いに対応する問題(6)に対して、本論文で提案し

たGAをそれぞれ30回適用するというシミュレーションを行い、得られた最良の解に基づいて対話を進めている。

ここで、GAによる30回のシミュレーションで得られた α -パレート最適解は、各対話においてそれぞれ、17, 14, 22, 28, 30個となり、比較的良好な結果が得られていることがわかる。したがって、本例では、DMが設定した基準点とあいまい性の度合いに対応する α -パレート最適解に基づいた対話が行われていることになる。

ここで、表2の全対話過程についての説明を加えてみよう。表2の対話過程において、まず、DMが設定した初期のあいまい性の度合い $\alpha=1$ に対する各目的関数の個別の最小値を考慮して設定された初期の基準点 $(\bar{z}_1, \bar{z}_2, \bar{z}_3) = (-10836.6, -10177.7, 0)$ に対する α -パレート最適解が求められている。しかし本例でのDMは、得られた α -パレート最適解における目的関数の達成レベル $(-7392.4, -6744.3, 3554.3)$ には満足できず、 z_1 を犠牲にしても z_2, z_3 を改善させようと考えている。そのために、あいまい性の水準 α は1に固定したままで、 z_1 に対する基準値を -10836.6 から -8836 に減少させることにより、基準点を $(-8836,$

表2 シミュレーション結果

		$z_1 = C_1x$	$z_2 = C_2x$	$z_3 = C_3x$	個数
1 回目の対話 $\bar{z}_1 = -10836.6$ $\bar{z}_2 = -10177.7$ $\bar{z}_3 = 0$ $\alpha = 1.0$	得られた解	-7392.4	-6744.3	3554.3	17
		-7459.2	-6783.6	3567.0	4
		-7304.1	-7231.7	3653.6	5
		-7179.5	-6765.0	3511.7	1
		-7176.1	-6529.3	3371.1	2
		-7120.9	-6820.4	3676.7	1
	厳密解	-7392.4	-6744.3	3554.3	
2 回目の対話 $\bar{z}_1 = -8836$ $\bar{z}_2 = -10177.7$ $\bar{z}_3 = 0$ $\alpha = 1.0$	得られた解	-6099.9	-7055.8	3145.3	14
		-6166.7	-7095.1	3158.0	3
		-6995.4	-6974.5	3234.3	11
		-6928.6	-6935.2	3221.6	2
	厳密解	-6099.9	-7055.8	3145.3	
		-6336.8	-6423.7	2606.4	
3 回目の対話 $\bar{z}_1 = -8836$ $\bar{z}_2 = -9177$ $\bar{z}_3 = 0$ $\alpha = 1.0$	得られた解	-6270.0	-6384.4	2593.7	3
		-6704.1	-6625.5	2860.7	3
		-6252.6	-6364.6	2866.1	1
		-5998.7	-6115.9	2838.2	1
		-6336.8	-6423.7	2606.4	
	厳密解	-6336.8	-6423.7	2606.4	
4 回目の対話 $\bar{z}_1 = -8836$ $\bar{z}_2 = -9177$ $\bar{z}_3 = 0$ $\alpha = 0.9$	得られた解	-6372.9	-6466.0	2587.3	28
		-6306.1	-6426.4	2574.7	1
		-6047.2	-6340.5	2718.7	1
	厳密解	-6372.9	-6466.0	2587.3	
		-6409.0	-6508.3	2568.1	
5 回目の対話 $\bar{z}_1 = -8836$ $\bar{z}_2 = -9177$ $\bar{z}_3 = 0$ $\alpha = 0.8$	得られた解	-6409.0	-6508.3	2568.1	30
		-6409.0	-6508.3	2568.1	
	厳密解	-6409.0	-6508.3	2568.1	

-10177, 0)に更新している。このような DM の選好は、2 回目の対話で得られた α -パレート最適解における目的関数の達成レベル(-6099.9, -7055.8, 3145.3)に反映され、 z_1 を犠牲にして z_2, z_3 が改善されていることがわかる。本例における仮想的な DM は、表 2 に示されているように、さらに 3 回目の対話では、 z_2 を犠牲にしても、 z_3 を改善させようと考えて、基準値を(-8836, -9177, 0)に更新している。これに対して、3 回目の対話で得られた α -パレート最適解における目的関数の達成レベル(-6336.8, -6423.7, 2606.4)は、このような DM の選好を反映させている。本例での仮想的な DM はこのようにして得られた目的関数間の達成レベルのバランスに一応満足して、4 回目の対話では、さらに α の値を犠牲にしても、目的関数の達成レベルを改善させようと考えて、 α の値を 1 から 0.9 へと減少させている。このような DM の選好は、4 回目の対話で得られた α -パレート最適解における目的関数の達成レベル(-6372.9, -6466.0, 2587.3)に反映され、 α を犠牲にすることにより、目的関数の達成レベルが改善されていることがわかる。さらに本例での DM は 5 回目の対話で、 α の値をもう少し犠牲にしても、目的関数の達成レベルをより多く改善させようと考えて、 α の値を 0.9 から 0.8 へと減少させている。

このようにして、本例における仮想的な DM は、5 回目の対話で得られた α -パレート最適解に対する α の値 0.8 および各目的関数の値(-6409.0, -6508.3, 2568.1)に満足して対話を終了している。このように本例では、2 回の基準点の更新と、2 回の α の更新が行われた後、5 回目の対話で、DM の α -パレート最適性の保証された満足解が導出されている。しかしもちろん、このような対話により得られた得られた α -パレート最適解に満足できなければ、満足解が導出されるまで同様な対話が繰り返されることになる。

7. おわりに

本論文では、ファジィパラメータを含む多目的 0-1 計画問題に対して、DM が主観的に設定したあいまい性の度合い α と基準点に拡張ミニマックスの意味で近い α -パレート最適解は、2 重構造文字列コード化遺伝的アルゴリズムの適用により効率的に求められることを示した。さらに、もし DM が得られた α -パレート最適解に満足しなければ対話的に基準点や α の値を対話的に更新することにより α -パレート最適解の集合の中から DM の満足解を導出する対話型意思決定手法を提案した。しかも、数値例に対するシミュレーション結果により、基準点や α の値を対話的に更新することにより、比較的容易に DM の満足解が得られる

ことが示された。なお、本論文で導入した α -多目的 0-1 計画問題の各目的関数に対する DM のファジィ目標を考慮した対話型ファジィ満足化手法への拡張[15]のみならず、今後は、正や負のファジィ数が混在するような多目的 0-1 計画問題やファジィ数を含む多目的整数計画問題に対する対話型意思決定手法の提案が望まれる。

参考文献

- [1] C.M. Fonseca and P.J. Fleming : Genetic algorithms for multiobjective optimization : formulation, discussion and generalization, in *Proceedings of the Fifth International Conference on Genetic Algorithms*, Morgan Kaufmann Publishers, pp.416-423(1993).
- [2] M. Gen and R. Cheng : *Genetic Algorithms and Engineering Design*, John Wiley & Sons(1996).
- [3] D.E. Goldberg : *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*, Addison Wesley (1989).
- [4] D. E. Goldberg and R. Lingle : Alleles, loci, and the traveling salesman problem, in *Proceedings of the First International Conference on Genetic Algorithms*, Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale, NJ, pp.154-159(1985).
- [5] J.J. Grefenstette and R. Gopal, B. Rosmaita and D. Van Gucht : Genetic algorithms for the traveling salesman problem, in *Proceedings of the First International Conference on Genetic Algorithms and Their Applications*, Lawrence Erlbaum Associates, Publishers, pp.160-168(1985).
- [6] J.H. Holland : *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, University of Michigan Press(1975), MIT Press(1992).
- [7] J. Horn, N. Nafpliotis and D.E. Goldberg : A niched Pareto genetic algorithm for multiobjective optimization, in *Proceedings of the First IEEE Conference on Evolutionary Computation*, pp.82-87(1994).
- [8] Z. Michalewicz : *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*, Springer-Verlag(1992), Second, extended edition(1994), Third, revised and extended edition(1996).
- [9] I.M. Oliver, D.J. Smith and J.R.C. Holland : A study of permutation crossover operators on the traveling salesman problem, in *Proceedings of the Second International Conference on Genetic Algorithms*, Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale, NJ, pp.224-230(1987).
- [10] M. Sakawa : *Fuzzy Sets and Interactive Multiobjective Optimization*, Plenum Press, New York(1993).
- [11] 坂口正敏, 乾口雅弘, 砂田英昭, 澤田一哉 : 改良型遺伝的アルゴリズムによるファジィ多目的組合せ最適化, 日本ファジィ学会誌, Vol. 6, No. 1, pp.177-185(1994).
- [12] 坂口正敏, 加藤浩介, 砂田英昭, 園田慶史 : 多目的0-1

- 計画問題に対する改良型遺伝的アルゴリズムによる対話型ファジィ満足化手法, 日本ファジィ学会誌, Vol. 7, No. 2, pp.361-370(1995).
- [13]坂和正敏, 石井博昭, 西崎一郎: ソフト最適化, 朝倉書店(1995).
- [14]坂和正敏, 田中雅博: 遺伝的アルゴリズム, 朝倉書店(1995).
- [15]坂和正敏, 柴野俊弘, 小畑秀信: 遺伝的アルゴリズムによるファジー数を含む多目的0-1計画問題に対する対話型ファジィ満足化手法, 電子情報通信学会論文誌A(採録決定).
- [16]J.D. Schaffer: Multiple objective optimization with vector evaluated genetic algorithms, in *Proceedings of the First International Conference on Genetic Algorithms and Their Applications*, Lawrence Erlbaum Associates, Publishers, pp.160-168(1985).
- [17]N. Srinivas and K. Deb: Multiobjective optimiza-

tion using nondominated sorting in genetic algorithms, *Evolutionary Computation*, Vol.2, No.3, pp.221-248(1995).

- [18]玉置久, 森正勝, 荒木光彦: 遺伝アルゴリズムを用いたパレート最適解集合の生成法, 計測自動制御学会論文集, Vol.31, No.8, pp.1185-1192(1995).

(1996年4月30日 受付)

(1996年9月5日 再受付)

[問い合わせ先]

〒739 東広島市鏡山1-4-1

広島大学工学部第二類(電気系)

計数管理工学講座

坂和 正敏

TEL : 0824-24-7694/0824-22-7159

FAX : 0824-24-7694/0824-22-7195

e-mail : sakawa@msl.sys.hiroshima-u.ac.jp

著者紹介

柴野 俊弘 (しばの としひろ)

新菱冷熱工業(株)システムプロダクト事業部

昭和54年3月 室蘭工業大学工学部電気工学科卒業。同年4月、新菱冷熱工業(株)に入社し、現在に至る。ファジィ制御、ファジィ計画法などの研究に従事。日本ファジィ学会、計測自動制御学会、電気学会、空気調和・衛生工学会各会員。

坂和 正敏 (さかわ まさとし)

広島大学工学部第二類(電気系)計数管理工学講座

昭和45年3月 京都大学工学部数理工学科卒業。昭和50年3月 京都大学大学院工学研究科博士課程(数理工学専攻)修了。同年4月神戸大学工学部システム工学科助手、昭和56年3月 同助教授、昭和62年3月 岩手大学工学部数理情報学講座教授を経て、平成2年4月 広島大学工学部第二類(電気系)計数管理工学講座教授となり現在に至る。大規模システム、多目的システム、ファジィシステムにおける意思決定手法とその応用に関する研究に従事。京都大学工学博士。著書「線形システムの最適化」、「非線形システムの最適化」、「応用解析学の基礎」、「ファジィ理論の基礎と応用」、「経営数理システムの基礎」(以上、森北出版)「Fuzzy Sets and Interactive Multiobjective Optimization」(Plenum Press)、他共著や分担執筆多数。

小畑 秀信 (おばた ひでのぶ)

広島大学工学部第二類(電気系)計数管理工学講座

平成8年3月 広島大学工学部第二類(電気系)計数管理工学講座卒業。同年4月 同大学大学院工学研究科博士課程前期(システム工学専攻)入学、現在に至る。主として遺伝的アルゴリズムによる多目的組合せ最適化に関する研究に従事。

Interactive Decision Making for Multiobjective 0-1 Programming Problems with Fuzzy Parameters through Genetic Algorithms

by

Toshihiro SHIBANO, Masatoshi SAKAWA and Hidenobu OBATA

Abstract :

In this paper, by considering the experts' imprecise or fuzzy understanding of the nature of the parameters in the problem-formulation process, multiobjective 0-1 programming problems involving fuzzy numbers are formulated.

Using the α -level sets of the fuzzy numbers, the corresponding nonfuzzy α -programming problem is introduced. Through the introduction of an extended Pareto optimality concept, if the decision maker specifies the degree α and the reference objective values, the corresponding extended Pareto optimal solution can be obtained by solving the augmented minimax problem through genetic algorithms with double strings. Then an interactive decision making method for deriving a satisficing solution for the decision maker efficiently from an extended Pareto optimal solution set is presented. An illustrative numerical example is provided to demonstrate the feasibility and efficiency of the proposed method.

Keywords : Multiobjective 0-1 Programming, Fuzzy Parameters, α -Pareto Optimal, Interactive Decision Making, Genetic Algorithms

Contact Address : **Masatoshi SAKAWA**

*Faculty of Engineering, Hiroshima University,
Higashi-Hiroshima, 739 Japan*

TEL : 0824-24-7694/0824-22-7159

FAX : 0824-24-7694/0824-22-7195

E-mail : sakawa@msl.sys.hiroshima-u.ac.jp