ファジィ推論による寿命予測[†]

小山 健^{*1} 宮本 和俊^{*2}

信頼性の実務では、初期故障の発生した段階で寿命予測を必要とする場合が多くある。本論文では、エキスパートの知識を活用したファジィ推論による寿命予測法を提案し、ワイブル分布に従う故障データを用いて寿命予測誤差を検討する。次に、ファジィ推論法と最尤法、ベイズ法との比較を行う。ファジィ推論法は、尤度関数を必要とせず、確率分布で単純に表せない故障データであっても、寿命予測が可能である。特に、少数の初期データに基づく寿命予測で有用である。また、ファジィ推論法と最尤法を組み合わせた推定精度の良いハイブリッド寿命予測法を提案する。

キーワード：ファジィ推論、寿命予測、初期寿命データ、最尤法、ベイズ法

1. はじめに

信頼性の実務、例えば、①新製品の出荷後の初期故障発生時に将来発生するであろう故障率を予測したい、②新製品開発段階において、従来製品との寿命の比較判断をできるだけ早くしたい、③量産品の品質保証試験において、初期故障の発生段階で出荷可否の判断をしたいなど、統計的データが十分に得られていない状況の下で、あいまいな情報を基に寿命予測をしたい場合が多くある。しかし、あいまい情報を用いた寿命予測は、村田他^{1),2)}による MTBF の予測、寿命試験結果の評価などがあるのみで、多くはない。一方、データ数が少ない場合の信頼性評価については、言語情報などあいまい情報を用いることが有効であると言われている (Onisawa³⁾)。本論文では、エキスパートの判断などあいまいな情報を用いて、ファジィ推論法により寿命予測を行う方法について提案し、検討する。

まず、寿命予測のための技術情報について触れ、ファジィ推論による寿命予測法^{4),5)}について述べる。この予測法は、「このアイテムの故障率は低そうだ」などあいまいな技術情報に対しても有効であり、尤度関数を使用せずに予測できるが、予測誤差の検討、従来からの推定法—最尤法、ベイズ法—との比較を行う目的で、まず、ワイブル分布に従うデータについての予測例について述べる。また、推論ルールとメンバーシップ関数の構成の仕方について検討する。これらの結果を用いて、データ数の少ないときにはファジィ推論法を、データ数が増えると最尤法を用いるハイブリッド寿

命予測法を提案し、検討する。最後に、実際問題への応用例として、確率分布の単純なあてはめの難しい集積回路の酸化膜破壊故障データに基づく寿命予測法について述べる。

ファジィ推論法による寿命予測法の特徴(長所、欠点)は、下記のとおりである。

- 1) エキスパートの判断など、あいまい情報を扱える。
- 2) 初期データからの寿命予測のように、データ数の少ないときに有効である。
- 3) エキスパートの知識により構成するファジィ推論ルールとメンバーシップ関数のカバーする範囲内で有効である。
- 4) ファジィ推論ルールとメンバーシップ関数の構成の巧拙により、寿命予測の精度が異なる。一方、新しい技術情報などの知識を得たとき、ファジィ推論ルールあるいはメンバーシップ関数を改良することにより、推定精度を向上させることができる。他方、データ数が増えても一致性は得られない。

2. 寿命予測についての技術情報

初期故障データが得られた時点で寿命予測を行う場合に、色々な故障モードを考える必要がある。また、従来の統計的方法、例えば、最小二乗法を使って初期データからの寿命予測を行うと、付録 A1 に示すように、推定誤差が大きくなり過ぎて実用性が乏しい。この問題を解決するために、エキスパートの知識、ここでは、技術情報の活用を考える。具体例として超大規模集積回路の代表品種である半導体メモリー16メガビットダイナミック RAM(Random Access Memory) 評価用サンプルの加速寿命試験結果例を図1、図2に示す。図1はプレッシャクッカテスト(試験条件：121℃, 100 % RH)による AI 配線の断線故障データであり、ワイブル分布で近似でき、形状パラメータ m の値が1.8ぐらいと考えてよい。図2は高温バイアス試

[†] Lifetimes Prediction with Fuzzy Reasoning
Takeshi KOYAMA and Kazutoshi MIYAMOTO

^{*} 1徳島文理大学工学部

Faculty of Engineering, Tokushima Bunri University

^{*} 2三菱電機㈱半導体事業本部 システム LSI 開発部

System LSI Development Department, Mitsubishi Electric Corporation

験(試験条件: 125°C, 電源電圧 6.3 V (9 MV/cm)) による酸化膜破壊故障データで, ワイブル分布に従わない例である。図 3 は, これらの故障原因の解析結果の例であり, 図 3 (a) は図 1 の故障原因がボンディングパッド部の腐食であることを示し, 図 3 (b) は図 2 の故障原因が MOS トランジスタのゲート酸化膜部破壊であることを示している。この他, 故障解析結果によりワイブル分布の形状パラメータを知ることのできる例として, McGarvey⁶⁾により半導体デバイスの場合が, また, 鹿沼他⁷⁾により液晶デバイスの場合が発表されている。これらの例からわかるとおり, 初期故障が発生した時点で故障解析してその原因が究明できると, 信頼性のエキスパートが寿命予測を行う場合の技術情報として活用できる。

3. ファジィ推論法

本論文では, IF-THEN ルールとして, 前件部変数にファジィ集合, 後件部変数にシングルトンを用いた簡

図1 半導体メモリのA1配線腐食故障データ

図2 半導体メモリの酸化膜破壊故障データ

図3 半導体メモリの故障解析結果例

略化推論法⁸⁾を使用する。すなわち, n 個の製品あるいはサンプルが試験あるいは実稼動しているとき, r 個の不良が発生した時点の時間と累積不良率を知って, 寿命予測する。ここでは, 寿命を

$$\text{IF } t = \underline{t}_r \text{ AND } P = \underline{P}_r \text{ THEN } \eta = \eta_r$$

により推論する。ただし, t , P , η はそれぞれ時間, 累積不良率, 寿命とし, $\underline{t}_r$, $\underline{P}_r$ はそれぞれ r 個の不良が発生した時点での時間, 累積不良率のファジィ集合であり, η_r はシングルトンで表した寿命である。 $\underline{t}_r$, $\underline{P}_r$ をメンバーシップ関数 $\mu_i(t)$, $\mu_i(P)$ に直和分割する。ただし, $\mu_i(\cdot)$ は $\max\{\mu_i(\cdot)\} = 1$ の三角型関数⁹⁾とする。直和分割条件より

$$\mu_i(t) + \mu_{i+1}(t) = 1, \mu_j(P) + \mu_{j+1}(P) = 1$$

が成立する。 $t = \underline{t}_A$, $P = \underline{P}_B$ の条件が与えられたとき, 次式により η を推論する。すなわち,

$$\hat{\eta} = \frac{\sum_i \sum_j \eta_{i,j} \cdot h_{i,j}(\underline{t}_A, \underline{P}_B)}{\sum_i \sum_j h_{i,j}(\underline{t}_A, \underline{P}_B)} \quad (1)$$

とする。ただし, i, j は, $0 < h_{i,j} \leq 1$ を満たすルールの番号, $h_{i,j}(\underline{t}_A, \underline{P}_B)$ は,

$$h_{i,j}(\underline{t}_A, \underline{P}_B) = \{ \vee (\mu_i(t) \wedge \underline{t}_A) \} \wedge \{ \vee (\mu_j(P) \wedge \underline{P}_B) \}, \quad (2)$$

$\eta_{i,j}$ は i, j が与えられたとき推論ルールによって決まる寿命値であり, $\wedge$, $\vee$ は min, max 演算を示す。

4. ワイブル分布に従うデータの寿命予測

4.1 ファジィ推論法による寿命予測

3 節で述べたファジィ推論法は, エキスパートの知識を利用すれば, 尤度関数によらずに寿命推論することが可能であるが, 本節では, ①寿命予測誤差を明確にし, ②最尤法, ベイズ法との比較をするために, 形状パラメータ m_0 , 尺度パラメータ η_0 のワイブル分布

$$P = 1 - \exp\{- (t/\eta_0)^{m_0}\} \quad (3)$$

に従うデータについて考える。ファジィ推論法について, ワイブル確率紙を援用した図 4 により説明する。推論の考え方は,

1) ・印で示す r 個のデータが得られたとき, t_r に対する P の推定値 $\hat{P}_r$ を求める。 $\hat{P}_r$ は既に得られたデータを用いて, 最小二乗法により推定する。

注: この場合, 最小二乗法を用いているが, データ

の得られた範囲内で推定しているの、 P_r の推定誤差は小さい。実務面では、データの得られた状態を加味して判断したエキスパートによるあいまい情報 $\tilde{P}_r$ を用いてもよい。

2) $x=0$, $P=\hat{P}_r$ の点②をベースにして、 m_0 に対するエキスパートの知識 $\tilde{m}_E$ を用いて、ファジィ推論ルールにより点③の $\hat{x}_{y=0}$ を推論する。ただし、 $x=\ln t$, $y=\ln\{1/(1-P)\}$ である。また、 m_E は、2節で述べたように、故障サンプルの解析結果などにより決定される。

注：①の点の t_r の値を用いずに、 $-\ln t_r$ の数値変換した②の点を用いるのは、③の点をファジィ推論ルールで求めたあと、 $+\ln t_r$ の数値変換して元の数値対応の④の点を求めることにより、 t_r によらずに、規準化された推論ルールとメンバーシップ関数を構成できるようにするためである。

本論文では、ファジィデータ $\tilde{m}_E$ を図5に示す三角型関数としている。 $\tilde{m}_E$ を三項順序対⁹⁾で表すと、

$$\tilde{m}_E = m_E \text{ ぐらい} = \langle\langle m_E - e_E, m_E, m_E + e_E \rangle\rangle$$

となる。メンバーシップ関数 $\mu_i(m)$ との適合度を min-max 合成

$$h_i(\tilde{m}_E) = \vee (\mu_i(m) \wedge \tilde{m}_E) \quad (4)$$

を採用して求める。実際には、付録A2により求める。なお、 $\mu_i(m)$ は三項順序対で表すと、 $\mu_i(m) = \langle\langle m_{E \cdot i-1}, m_{E \cdot i}, m_{E \cdot i+1} \rangle\rangle$ となる。

推論ルールとして

$$\text{IF } m = \tilde{m}_E \text{ AND } P = \hat{P}_r \text{ THEN } \ln \eta = \ln \eta_r$$

を用い(下記注参照), AND に min 合成

$$h_{i,j}(\tilde{m}_E, \hat{P}_r) = h_i(\tilde{m}_E) \wedge \mu_j(\hat{P}_r)$$

を対応させ、 $0 < h_i(\tilde{m}_E)$, $\mu_j(P_r) \leq 1$ となるすべての結

図4 推論法の説明(ワイブル確率紙による)

図5 ファジィ数に対する適合度($m_E > m_{E \cdot i}$ の場合)

論 $\ln \eta_{i,j}$ に重み $h_{i,j}(\tilde{m}_E, \hat{P}_r) / \sum \sum h_{i,j}(\tilde{m}_E, \hat{P}_r)$ をつけた平均値を結論とすると、次式となる。

$$\hat{x}_{y=0} = \frac{\sum_{i: 0 < h_i \leq 1} \sum_{j=1}^{j+1} \ln \eta_{i,j} \cdot h_{i,j}(\tilde{m}_E, \hat{P}_r)}{\sum_{i: 0 < h_i \leq 1} \sum_{j=1}^{j+1} h_{i,j}(\tilde{m}_E, \hat{P}_r)} \quad (5)$$

3) 尺度パラメータ η_r の推定値 $\hat{\eta}_r$ は

$$\hat{\eta}_r = t_r \exp \hat{x}_{y=0} = t_r \exp \left\{ \frac{\sum_{i: 0 < h_i \leq 1} \sum_{j=1}^{j+1} \ln \eta_{i,j} \cdot h_{i,j}(\tilde{m}_E, \hat{P}_r)}{\sum_{i: 0 < h_i \leq 1} \sum_{j=1}^{j+1} h_{i,j}(\tilde{m}_E, \hat{P}_r)} \right\} \quad (6)$$

で求まる。

注：3節の推論ルールと本質的に同じであるが、図4の①から④を推論する代りに $\ln t_r$ の変数変換した②から③の推論を行っているために、推論ルールの表現が異なっている。

なお、寿命としては、MTTF (Mean Time To Failure) $= \eta_r \Gamma(1/m_0 + 1)$ が一般に用いられているが、寿命予測の本質を損なわずに η_r の推論で置き換えても問題ないので、以下の議論では η_r の推定問題としている。ただし、 $\Gamma()$ はガンマ関数である。

4.2 最尤法による寿命予測

$t_r = \{t_1, \dots, t_r\}$ の故障データが得られた場合の η_r の最尤法による予測では、

$$\frac{\sum_{k=1}^r t_k^m \ln t_k + (n-r) t_r^m \ln t_r}{\sum_{k=1}^r t_k^m + (n-r) t_r^m} - \frac{1}{m} = \frac{1}{r} \sum_{k=1}^r \ln t_k \quad (7)$$

より $\hat{m}$ を求め

$$\hat{\eta}_r = \left\{ \frac{\sum_{k=1}^r t_k^{\hat{m}} + (n-r) t_r^{\hat{m}}}{r} \right\}^{\frac{1}{\hat{m}}} \quad (8)$$

により、 η_r を推定する(例えば、真壁他¹⁰⁾参照)

4.3 ベイズ法による寿命予測

t_r の故障データが得られた場合のベイズ法による予測では,

$$\frac{r+p-1}{m_r} - q - (n-r) \left(\frac{t_r}{\eta^{(E)}} \right)^{m_r} \ln \frac{t_r}{\eta^{(E)}} + \sum_{i=1}^r \left\{ \ln \frac{t_i}{\eta^{(E)}} - \left(\frac{t_i}{\eta^{(E)}} \right)^{m_r} \ln \frac{t_i}{\eta^{(E)}} \right\} = 0 \quad (9)$$

を解いて m_r の推定値 $\hat{m}_r$ を求め,

$$\frac{\mu}{\sigma^2} \exp \frac{C}{\hat{m}_r} - \frac{r\hat{m}_r}{\eta_r} - \left(\frac{\exp \frac{C}{\hat{m}_r}}{\sigma} \right)^2 \eta_r + (n-r) \frac{\hat{m}_r}{\eta_r} \left(\frac{t_r}{\eta_r} \right)^{\hat{m}_r} + \frac{\hat{m}_r}{\eta_r} \sum_{i=1}^r \left(\frac{t_i}{\eta_r} \right)^{\hat{m}_r} = 0 \quad (10)$$

を解いて η_r を推定する. ここで, p, q, μ, σ はエキスパートが決めた事前分布のパラメータ, $\eta^{(E)}$ は事前分布のパラメータのみで構成される定数, $C = \ln \ln 2$ である. (9), (10) 式の誘導については付録 A 3 参照.

4.4 寿命予測誤差

母数パラメータ m_0, η_0 で, メディアンランクの近似値

$$P_r = (r-0.3)/(n+0.4) \quad (11)$$

のとき, ワイブル確率紙上で直線となるデータ (t_r, P_r) を寿命予測誤差の検討に使用する. $n \geq 3$ のとき, P_r は有効数字 3 けた以上のレベルで正確な値に一致する.

$t_r = \{t_1, \dots, t_r\}$ を用いて η_0 の予測値 $\hat{\eta}_r$ を求め

$$e_r = \hat{\eta}_r / \eta_0 - 1 \quad (12)$$

で予測誤差を求める. (11), (3) 両式より

$$t_r = \eta_0 [\ln \{ (n+0.4) / (n-r+0.7) \}]^{\frac{1}{m_0}} \quad (13)$$

であり, ワイブル確率紙上で直線となるデータでは $\hat{P}_r = P_r$ なので, (6), (13) 両式より

$$\hat{\eta}_r = \left(\ln \frac{n+0.4}{n-r+0.7} \right)^{\frac{1}{m_0}} \times \exp \left\{ \frac{\sum_{i: 0 < h_i \leq 1} \sum_{j=j}^{j+1} \ln \eta_{i,j} \cdot h_{i,j}(\underline{m}_E, P_r)}{\sum_{i: 0 < h_i \leq 1} \sum_{j=j}^{j+1} h_{i,j}(\underline{m}_E, P_r)} \right\} \quad (14)$$

を得る.

具体例として, 摩耗故障に対応する表 1 の推論ルールと図 6 のメンバーシップ関数を用いたときの推論誤差は, 図 7 (a) のとおりである. $m_0 = 2.2, \underline{m}_E = 2.2$ ぐらゐ $\ll 2.0, 2.2, 2.4 \gg$, $\eta_0 = 5.0$ の場合の断面データを図 7 (b) に示す. これらの結果より, 表 1 のファジィ推論ルールと図 6 のメンバーシップ関数による寿命予測誤差は, ごく一部を除いて $\pm 10\%$ 内にあると言えよう. 一方, $\underline{m}_E$ の判断を誤ると寿命予測誤差は一般に増加する. $r = 2 \sim 5$ の場合の $\underline{m}_E$ のずれに対する寿命予測誤差の変化を図 8 に示す.

比較のために, $n = 40, m_0 = 2.2, \underline{m}_E = \ll 2.0, 2.2, 2.4 \gg$, $\eta_0 = 5.0$ のデータに対して, 最尤法, ベイズ法 ($\underline{m}_E$ 対応の $p = 756, q = 344, \mu = 4.2, \sigma = 0.1$ の場合) の寿命推論誤差を図 9 に示す. また, ファジィ推論法, 最尤法, ベイズ法の概略の比較を表 2 に示す.

表1 ファジィ推論ルール

$\underline{m}_{E,i}$	$P_{r,i}$	$\underline{P}_{r,i}$	$\underline{P}_{r,i+1}$	$\underline{P}_{r,i+2}$	$\underline{P}_{r,i+3}$	$\underline{P}_{r,i+4}$	$\underline{P}_{r,i+5}$	$\underline{P}_{r,i+6}$	$\underline{P}_{r,i+7}$	$\underline{P}_{r,i+8}$	$\underline{P}_{r,i+9}$	$\underline{P}_{r,i+10}$	$\underline{P}_{r,i+11}$	$\underline{P}_{r,i+12}$	$\underline{P}_{r,i+13}$	$\underline{P}_{r,i+14}$
	NT	T	PT	NS	S	PS	NM	M	PM	NB	B	PB	NE	E		
$\underline{m}_{E,1}$	NS	E	NE	PB	PB	B	NB	NB	PM	M	NM	PS	S	NS	PT	
$\underline{m}_{E,2}$	S	NE	PB	B	NB	NB	PM	M	NM	NM	PS	S	NS	PT	T	
$\underline{m}_{E,3}$	PS	PB	B	NB	PM	M	NM	NM	PS	PS	S	NS	PT	PT	T	
$\underline{m}_{E,4}$	NM	NB	PM	M	NM	NM	PS	PS	S	S	NS	PT	PT	T	T	
$\underline{m}_{E,5}$	M	PM	NM	PS	PS	PS	S	S	NS	NS	PT	PT	T	T	NT	
$\underline{m}_{E,6}$	PM	NM	PS	S	S	NS	NS	NS	PT	PT	PT	T	T	NT	NT	
$\underline{m}_{E,7}$	NB	PS	S	NS	NS	NS	PT	PT	PT	PT	T	T	NT	NT	NT	
$\underline{m}_{E,8}$	B	S	NS	NS	PT	PT	PT	T	T	T	T	T	NT	NT	NT	
$\underline{m}_{E,9}$	PB	NS	PT	PT	PT	PT	T	T	T	T	NT	NT	NT	NT	NT	
$\ln \eta_{i,j}$	NT	T	PT	NS	S	PS	NM	M	PM	NB	B	PB	NE	E		
	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.3	2.6	3.0	3.5		

図6 メンバーシップ関数: $\mu_j(P) = P_{r,j}, \mu_i(m) = \underline{m}_{E,i}$

図7 表1のルールと図6のメンバーシップ関数のときの寿命予測誤差

図8 m_E のちがひによる予測誤差の変化

図9 寿命予測誤差の比較

項目	寿命予測法	事前寿命情報	事前寿命情報		
			なし		あり
			小領域 推定精度	大領域 推定精度	
ファジィ推論法	直接 使用可	不要	普通	普通	—
最尤法	使用 不可	要	悪	良	確定値の み活用
ベイズ法	間接 使用可	要	—	—	活用

図10 $\underline{m}_E = m_E = m_{E \cdot i}$ のときの適合度

4.5 ファジィ推論ルールについての考察

表1のファジィ推論ルールはエキスパートの知識により構成し、結果を見ながら調整するのが一般的である。しかし、2節で述べた集積回路のA1配線腐食故障のようにワイブル分布で近似できる故障は多い。このような故障に対しては、表1の推論ルールまたは微調整した推論ルールを出発点として用い、寿命試験等のデータが蓄積されるに伴って調整を行い、寿命予測の精度の高い推論ルールとすればよい。また、過去の経験、技術情報によって目標とするパターン(数式で表現されなくてもよい)があれば、そのパターンをベースに推論ルールの近似的な構成が可能となる。

本項では、ワイブル分布で近似できる場合の推論ルールの構成法について述べる。いま、

$$\begin{aligned}\underline{m}_E &= \langle m_E - e_E, m_E, m_E + e_E \rangle \\ \mu_i(m) &= \langle m_{E \cdot i-1}, m_{E \cdot i}, m_{E \cdot i+1} \rangle \\ \mu_j(P) &= \langle P_{r \cdot j-1}, P_{r \cdot j}, P_{r \cdot j+1} \rangle\end{aligned}$$

において、 $\underline{m}_E = m_E (e_E=0; \text{シングルトン})$ かつ、 $m_E = m_{E \cdot i}$ とすると(4)式の $h_i(\underline{m}_E) = \mu_i(m_{E \cdot i}) = 1$ となる。この条件の下で(5)式の $\hat{x}_{y=0} \equiv \ln \hat{\eta}_{0; i, j}$ とし、図10の P と $\mu_j(P), \mu_{j+1}(P)$ の関係の考えると、

$$\ln \hat{\eta}_{0; i, j} = K_0 + K_1 P \quad (15)$$

ただし、

$$\begin{aligned}K_0 &= (P_{r \cdot j+1} \ln \eta_{i, j} - P_{r \cdot j} \ln \eta_{i, j+1}) / (P_{r \cdot j+1} - P_{r \cdot j}) \\ K_1 &= (\ln \eta_{i, j+1} - \ln \eta_{i, j}) / (P_{r \cdot j+1} - P_{r \cdot j})\end{aligned}$$

となる。(15)式の誘導については、付録A4参照。

一方、(3)式より

$$m_0 \ln t - m_0 \ln \eta_0 = \ln \ln \{1/(1-P)\} \quad (16)$$

となり、 $-\ln t$ の数値変換をして構成する推論ルールに対応する目標パターンは、(16)式で $\ln t=0$ として

$$\ln \eta_0 = -[\ln \ln \{1/(1-P)\}] / m_0 \quad (17)$$

となるので、(15)、(17)両式より

$$\frac{\hat{\eta}_{0:i,j}}{\eta_0} = \exp\left(K_0 + K_1 P + \frac{1}{m_0} \ln \ln \frac{1}{1-P}\right) \quad (18)$$

を得る。推論ルールとメンバーシップ関数の構成時に、 $P_{r,j}$, $\ln \eta_{i,j}$ の値を調整することにより $\hat{\eta}_{0:i,j}/\eta_0$ の誤差の大きい部分を修正して、目標値内に収まるようにした。表1の推論ルールについては、図11の関係となる。図中実線は推論ルールのパターン、点線は目標パターンを示す。

4.6 ファジィ推論法と最尤法の併用

ファジィ推論法と最尤法のそれぞれの長所を生かして精度のよい寿命予測を行う方法を提案する。まず最尤法で寿命予測誤差が、はじめて10%以下となる P_{TH} を求めると、図12となる。この図を基にして、表3の推論ルールにより、ファジィ推論法と最尤法の切り換えの個数 $r_{TH} = nP_{TH}$ を求める。 $r < r_{TH}$ の範囲ではファジィ推論法による予測寿命、 $r = r_{TH}$ ではファジィ推論法と最尤法の予測寿命の平均、 $r > r_{TH}$ では最尤法による予測寿命を用いると、精度のよい予測ができる。

図11 推論ルールと目標パターンの比較

図12 最尤法で予測誤差が10%以下となる値

$m_0 = 2.2, \eta_0 = 5.0, m_e = \langle 2.0, 2.2, 2.4 \rangle, n = 20$ の場合の寿命予測誤差を図13に示す。

5. 半導体メモリの酸化膜破壊故障の寿命予測

ファジィ推論法の良い点は、図2の故障のようなデータに対しても寿命予測ができる点にある。この場合の寿命予測は、 k 個の不良が発生した時点で

$$\text{IF } \ln t = \ln \tilde{t}_k \text{ AND } P = \tilde{P}_k \text{ THEN } \ln \eta = \ln \eta_k$$

の推論を行う。図2に対しては、表4の推論ルールと

$$\ln \tilde{t}_{k,i} \equiv \mu_{k,i}(t) = \langle \ln t_{k,i-1}, \ln t_{k,i}, \ln t_{k,i+1} \rangle,$$

$$\tilde{P}_{k,j} \equiv \mu_{k,j}(P) = \langle P_{k,j-1}, P_{k,j}, P_{k,j+1} \rangle$$

としたメンバーシップ関数を用いる。ただし、表4には、メンバーシップ関数の $\ln t_{k,i}$ と $P_{k,j}$ の値のみ表示している。

表3 ファジィ推論法/最尤法切り換え不良率の推論ルール

$\tilde{m}_e$	$\tilde{n}$	S	M	B
	20			
S	1.3	B	B	M
M	2.5	B	M	S
B	6	M	S	S

$\tilde{P}_{TH}$	S	M	B
	10	25	40

図13 ファジィ推論法と最尤法の併用

表4 酸化膜破壊故障の寿命予測の推論ルール

$\tilde{P}_{r,j}$	NS	S	PS	NM	M	PM	NB	B	PB
$\ln \tilde{t}_{i,j}$	0.3	0.5	1	2	3.5	6	12	25	40
PT 2.0	PM	M	NM	PS	S	NS	NS	NS	NS
NS 2.7	NB	PM	M	NM	PS	S	NS	NS	NS
S 3.4	NB	PM	M	NM	PS	S	NS	NS	NS
PS 4.2	B	NB	PM	M	NM	PS	S	NS	NS
NM 5.3	B	NB	PM	M	NM	PS	S	NS	NS
M 6.9	B	NB	PM	M	NM	PS	S	NS	NS
PM 8.0	B	NB	PM	M	NM	PS	S	S	NS
NB 9.2	PB	B	NB	PM	M	NM	PS	S	NS
B 10.3	PB	PB	B	B	NB	PM	M	NM	PS
PB 11.5	PB	PB	PB	PB	B	NB	PM	M	NM

$\ln \eta$	NS	S	PS	NM	M	PM	NB	B	PB
	8.9	10.3	11.2	12.0	12.2	12.4	12.65	12.9	13.3

r 個の不良が発生した時点の η_r の推論値として、個々のデータの推論値 $\hat{\eta}_k$ の平均を用いる。すなわち、

$$\hat{\eta}_r = \sum_{k=1}^r \hat{\eta}_k / r.$$

＜数値例＞

図2の22個のデータは、表5のとおりである。このデータを基に最初の r 個のデータで寿命(不良率が63%となる時間とする)ワイブル分布の η_0 と同じ時間)を推定する。時間データは2秒程度のあいまいさを持つ、 $t_k = \langle t_k - 2, t_k, t_k + 2 \rangle$ とし、不良率は2%程度のあいまいさを持つ、 $P_k = \langle P_k - 2, P_k, P_k + 2 \rangle$ として寿命推論を行った結果を表6に示す。図14に $r=2$ の場合の推定結果と $r=1 \sim 10$ のデータによる推論結果の範囲を図示している。この結果より、ファジィ推論による寿命推定法は、確率分布の単純なあてはめが難しい故障データに対しても実用性が高いと言えよう。

6. まとめ

本論文では、エキスパートの知識をファジィ数で表した場合のファジィ推論による寿命予測法を提案し、主として、ワイブル分布に従うデータを用いて寿命予

表5 酸化膜破壊故障のデータ

k	t_k (秒)	P_k (%)	k	t_k (秒)	P_k (%)
1	1	1.1	12	2016	14.7
2	2	2.1	13	2376	16.8
3	4	2.1	14	2736	21.1
4	8	3.2	15	3096	24.2
5	16	3.2	16	3456	25.3
6	32	3.2	17	4536	25.3
7	64	3.2	18	7416	29.5
8	128	3.2	19	12138	36.8
9	252	3.2	20	15378	54.7
10	504	5.3	21	20058	88.4
11	1008	11.6	22	22818	98.9

表6 寿命推定結果

r	$\hat{\eta}_r (\times 10^3 \text{ 秒})$	r	$\hat{\eta}_r (\times 10^3 \text{ 秒})$
1	1.83	6	1.49
2	1.63	7	1.51
3	1.61	8	1.53
4	1.51	9	1.56
5	1.48	10	1.54

図14 寿命推定結果の表示

測誤差の検討と最尤法、ベイズ法との比較を行った。この結果、ファジィ推論法は初期データからの寿命予測では有用であることを示した。また、最尤法と組み合わせたハイブリッド予測法を提案した。また、確率分布の単純なあてはめの難しい故障でも、初期データに基づく寿命推定が有効に行えることを示した。ファジィ推論による寿命予測法は、限られた時間、数のデータを有効に活用する手段と考えられる。

最後になりましたが、ご丁寧かつ貴重なご査読コメントをいただき、本論文の一段のレベル向上ができたことを記して、2名の査読者各位に深く感謝を申し上げます。

付 録

A1. 最小二乗法による初期データを基にした寿命予測の誤差

(3)式で表されるワイブル分布の $m_0=2.0, \eta_0=5.0$ としてワイブル乱数を100万回発生させて、 r 個の初期データに基づいて寿命予測を行った結果は、付表1に示すとおりで推定誤差が大きく、実用性が乏しい。

A2. (4)式の実際計算

メンバーシップ関数とファジィ数の一般的関係は、付図1となる。この図の場合、 $\mu_c(m), \mu_b(m), \mu_a(m), \mu_d(m), \mu_e(m)$ と $\tilde{m}_E$ の適合度は、それぞれ、イ、ハ、ニ、ホ、ヘの交点の値により求める。個々の関係を取り出すと、図5または付図2となる。

図5において、直線④は

$$h = (m_E \cdot i_{+1} - m) / (m_E \cdot i_{+1} - m_E \cdot i). \quad (A1)$$

付表1 最小二乗法による寿命予測結果

使用データ数 (r)	$\eta_0 (=5.0)$ の推定値	
	平均	標準偏差
1	推定不能	
2	$> 10^6$	$> 10^6$
3	44	680
4	17.1	110
5	11.3	37

注: $n=40$, 使用データ数は、1から r 番目の故障データ数を示す。

付図1 メンバーシップ関数とファジィ数の関係

直線⑥は

$$h = (m - m_E + e_E) / e_E \quad (\text{A } 2)$$

直線④, ⑤の交点の座標 $m_{h \cdot i}$ は, (A 1), (A 2) 式の h を等しいとおいて

$$m_{h \cdot i} = \frac{m_E(m_{E \cdot i+1} - m_{E \cdot i}) + e_E m_{E \cdot i}}{m_{E \cdot i+1} - m_{E \cdot i} + e_E} \quad (\text{A } 3)$$

(A 3) 式の $m_{h \cdot i}$ を (A 1) 式の m に代入して,

$$h_i(m_E) = \frac{m_{E \cdot i+1}}{m_{E \cdot i+1} - m_{E \cdot i}} - \frac{m_E(m_{E \cdot i+1} - m_{E \cdot i}) + e_E m_{E \cdot i}}{(m_{E \cdot i+1} - m_{E \cdot i})(m_{E \cdot i+1} - m_{E \cdot i} + e_E)} \quad (0 < h_i \leq 1) \quad (\text{A } 4)$$

$m_E < m_{E \cdot i}$ の関係である付図 2 の場合,

$$\text{直線③は, } h = (m - m_{E \cdot i-1}) / (m_{E \cdot i} - m_{E \cdot i-1}), \quad (\text{A } 5)$$

$$\text{直線④は, } h = (m_E + e_E - m) / e_E \quad (\text{A } 6)$$

となるので,

$$h_i(m_E) = \frac{m_E(m_{E \cdot i} - m_{E \cdot i-1}) + e_E m_{E \cdot i}}{(m_{E \cdot i} - m_{E \cdot i-1})(m_{E \cdot i} - m_{E \cdot i-1} + e_E)} - \frac{m_{E \cdot i-1}}{m_{E \cdot i} - m_{E \cdot i-1}} \quad (0 < h_i < 1) \quad (\text{A } 7)$$

を得る。(A 4) 式と (A 7) 式で h_i の範囲が異なるのは, $m_E = m_{E \cdot i}$ の場合の重複を避けるためである。なお, 図 5 の関係, すなわち, $m_E > m_{E \cdot i}$ のときに, メンバシップ関数とファジィ数 m_E の別の交点(付図 1 の口点)が生じる場合があるが, イ点の適合度 > 口点の適合度となることは容易にわかるので, (A 4) 式の適合度が求まる。また, 同様に考えて, $m_E < m_{E \cdot i}$ の場合も, (A 7) 式で適合度が求まる。

A 3. ベイズ法による寿命予測-(9), (10) 式の誘導

ベイズ法の寿命予測について Singpurwalla¹¹⁾ が完全データについての解析を行っている。ここでは, 最初の r 個の故障が発生した段階での寿命予測法について述べる。

ワイブルパラメータ m, η に関するエキスパートの知識を Singpurwalla と同様に, 事前分布

$$\pi(m|q, p) = \{q^p m^{p-1} \exp(-qm)\} / \Gamma(p) \quad (\text{A } 8)$$

$$\pi(\eta|\mu, \sigma, m) = \frac{1}{\sqrt{2} \pi K \sigma} \exp \left\{ \frac{C}{m} - \frac{\{\eta \exp(C/m) - \mu\}^2}{2 \sigma^2} \right\} \quad (\text{A } 9)$$

で表す。ここで, パラメータ p, q, μ, σ , はエキスパートの知識により与えられる。また,

$$K = \int_{-\frac{\mu}{\sigma}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2} \pi} e^{-\frac{u^2}{2}} du, \quad C = \ln \ln 2$$

である。データ $t_r = \{t_1, \dots, t_r\}$ を得たときの尤度関数を $L(\eta_r, m_r | t_r)$ とすると, η_r の推定は次の手順による。

1) (A 8) 式の最大値を与える条件 $\partial \pi / \partial m = 0$ より $m = (p-1)/q$ を得, この m を (A 9) 式の最大値を与える条件 $\partial \pi / \partial \eta = 0$ で得た η に代入して得られた

$$\eta^{(E)} = \mu \exp\{-Cq/(p-1)\} \quad (\text{A } 10)$$

を事前知識として用いる。

2) m に関する分布 $L(m_r | \eta^{(E)}, t_r) \pi(m_r | q, p)$ を最大にして, m_r の推定値 $\hat{m}_r$ を求める。本論文では, 最大条件を求めるのに

$$g(m_r) \equiv \frac{\partial}{\partial m_r} \ln\{L(m_r | \eta^{(E)}, t_r) \pi(m_r | q, p)\} = 0$$

を解く。

3) $\hat{m}_r$ を用いて, $L(\eta_r | \hat{m}_r, t_r) \pi(\eta_r | \mu, \sigma, \hat{m}_r)$ を最大にして, η_r の推定値 $\hat{\eta}_r$ を求める。本論文では, 最大条件を求めるのに

$$f(\eta_r) \equiv \frac{\partial}{\partial \eta_r} \ln\{L(\eta_r | \hat{m}_r, t_r) \pi(\eta_r | \mu, \sigma, \hat{m}_r)\} = 0$$

を解く。

具体的には,

$$L(\eta_r, m_r | t_r) = \left[\prod_{i=1}^r \frac{m_r}{\eta_r} \left(\frac{t_i}{\eta_r} \right)^{m_r-1} \exp\left\{-\left(\frac{t_i}{\eta_r}\right)^{m_r}\right\} \right] \times \left[\exp\left\{-\left(\frac{t_r}{\eta_r}\right)^{m_r}\right\} \right]^{n-r} \quad (\text{A } 11)$$

付図2 ファジィ数に対する適合度 ($m_E < m_{E \cdot i}$ の場合)

付図3 $m_E = m_{E \cdot i}$ のときの適合度 (図10対応)

ただし, n は試験サンプルの大きさであり,

$$g(m_r) = \frac{r+p-1}{m_r} - q - (n-r) \left(\frac{t_r}{\eta^{(E)}} \right)^{m_r} \ln \frac{t_r}{\eta^{(E)}} + \sum_{i=1}^r \left\{ \ln \frac{t_i}{\eta^{(E)}} - \left(\ln \frac{t_i}{\eta^{(E)}} \right)^{m_r} \ln \frac{t_i}{\eta^{(E)}} \right\} \quad (A 12)$$

$$f(\eta_r) = \frac{\mu}{\sigma^2} \exp \frac{C}{\hat{m}_r} - \frac{r\hat{m}_r}{\eta_r} - \left(\exp \frac{C}{\hat{m}_r} \right)^2 \eta_r + (n-r) \frac{\hat{m}_r}{\eta_r} \left(\frac{t_r}{\eta_r} \right)^{m_r} + \frac{\hat{m}_r}{\eta_r} \sum_{i=1}^r \left(\frac{t_i}{\eta_r} \right)^{m_r} \quad (A 13)$$

である.

A 4. (15)式の誘導

(5)式において, $\hat{x}_{y=0} = \ln \hat{\eta}_{0:i,j}$, $\hat{m}_E = m_E = m_{E \cdot i}$, $\hat{P}_r = P$ とすると,

$$\ln \hat{\eta}_{0:i,j} = \frac{\ln \eta_{i,j} \cdot h_{i,j}(m_E, P) + \ln \eta_{i,j+1} \cdot h_{i,j+1}(m_E, P)}{h_{i,j}(m_E, P) + h_{i,j+1}(m_E, P)}$$

となる. 付図 3 の関係より,

$$\begin{aligned} h_{i,j}(m_E, P) + h_{i,j+1}(m_E, P) &= 1 \\ h_{i,j}(m_E, P) &= h_i(m_E) \wedge h_j(P) = h_j(P) \\ h_{i,j+1}(m_E, P) &= h_i(m_E) \wedge h_{j+1}(P) = h_{j+1}(P) \end{aligned}$$

を考慮して

$$\begin{aligned} \ln \hat{\eta}_{0:i,j} &= \ln \eta_{i,j} \cdot \frac{P_{r,j+1} - P}{P_{r,j+1} - P_{r,j}} + \ln \eta_{i,j+1} \cdot \frac{P - P_{r,j}}{P_{r,j+1} - P_{r,j}} \\ &= \frac{P_{r,j+1} \ln \eta_{i,j} - P_{r,j} \ln \eta_{i,j+1}}{P_{r,j+1} - P_{r,j}} + \frac{\ln \eta_{i,j+1} - \ln \eta_{i,j}}{P_{r,j+1} - P_{r,j}} P \\ &\equiv K_0 + K_1 P. \end{aligned} \quad (15)$$

参 考 文 献

- 1) 村田, 小川: “ファジィ推論による電子機器の信頼度予測について”, 日本ファジィ学会誌, Vol.5, No.4, pp.856-861, 1993.
- 2) 村田, 小川: “ファジィ理論による電気部品の寿命推定—精密可変抵抗器の場合”, 信頼性, Vol.15, No.3, pp.3-9, 1993.

- 3) Onisawa, T.: “System Reliability from the Viewpoint of Evaluation and Fuzzy Sets Theory Approach”, (Reliability and Safety Analyses under Fuzziness, Onisawa, T. and J.Kacprzyk ed., Physica-Verlag), pp.43-60, 1995.
- 4) 小山: “ファジィ理論の信頼性問題への応用”, 第24回信頼性・保全性シンポジウム報文集, pp.333-338, 1994.
- 5) 小山: “ファジィ理論による寿命推論”, 第8回信頼性シンポジウム報文, 信頼性, Vol.17, No.6, pp.16-19, 1995.
- 6) McGarvey, W.J.: “Autoclave vs. 85%/85% R.H. Testing - A Comparison”, Proc.17th Reliability Physics Symp., pp.136-143, 1979.
- 7) 鹿沼, 関矢, 中込, 小川: “液晶の寿命予測法”, 信頼性, Vol.18, No.1, pp.3-11, 1996.
- 8) 田中: アドバンストファジィ制御, 共立出版, pp.47-48, 1994.
- 9) 田中監訳, 松岡訳: ファジィ数学モデル, オーム社, pp.25-27, 1992(原著 A.Kaufmann, M.M.Gupta: Fuzzy Mathematical Models in Engineering and Management Science, Elsevier Science Publishers B.V., 1988).
- 10) 真壁, 宮村, 鈴木: 信頼性モデルの統計解析, 共立出版, p.74, 1989.
- 11) Singpurwalla, N.D.: “An Interactive PC-Based Procedure for Reliability Assessment Incorporating Expert Opinion and Survival Data”, J.Amer.Stat. Assoc., Vol.83, No.401, p43-51, 1988.

(1996年8月20日 受付)
(1996年12月18日 再受付)

[問い合わせ先]

〒769-21 香川県大川郡志度町志度1314-1
徳島文理大学工学部情報システム工学科
小山 健
TEL : 0878-94-5111
FAX : 0878-94-4201
E-mail : koyama@is.bunri-u.ac.jp

—— 著 者 紹 介 ——

小山 健 (こやま たけし)

徳島文理大学工学部情報システム工学科
1958年 徳島大学工学部電気工学科卒業。
同年 三菱電機(株)入社。1958～1989年
同社にて半導体デバイスなどの品質保
証・設計・製造技術を担当。1979年 同社
北伊丹製作所品質保証部長、以後、集積回
路第二部長、製造技術・品質保証統括副所
長などを歴任。1989年 徳島文理大学工学
部情報システム工学科教授(現職)。ファ
ジィ理論の信頼性・品質保証問題への応
用、電子回路・集積回路を中心とした信頼
性設計・試験に関する研究に従事。工学博
士。著書「信頼性技術入門」(共著、日本
規格協会)等。日本ファジィ学会、電子情
報通信学会、日本信頼性学会等の会員。

宮本 和俊 (みやもと かずとし)

三菱電機(株)半導体事業本部システムLSI
開発部

1973年 大阪市立大学工学部電気工学科
卒業。1975年同大学院修士課程修了。同年
三菱電機(株)入社。以来、同社北伊丹製作
所にて高速ロジック、マイクロコンピュ
ータ、メモリ等半導体デバイスの開発・評
価に従事。特に半導体の信頼性技術に興
味を持つ。現在、システムLSI開発部に所
属し、自動車用半導体デバイスのシステ
ム開発を担当。日本信頼性学会、電子情報
通信学会会員。

Lifetimes Prediction with Fuzzy Reasoning

by

Takeshi KOYAMA and Kazutoshi MIYAMOTO**Abstract :**

From the viewpoint of practical reliability assurance, we often need to predict lifetimes, even when we do not have enough data during infant life. The authors propose a new method which utilizes experts' knowledge with a fuzzy reasoning, and study the prediction errors using failure data in accordance with the Weibull distribution. As a result, they show that the proposed method enables us to infer lifetimes based on one or a few infant life data without likelihood functions. Another new hybrid method which combines the fuzzy reasoning method with the maximum likelihood method is also proposed.

Keywords : Fuzzy Reasoning, Lifetimes Prediction, Infant Life Data, Maximum Likelihood Method, Bayes' Method

Contact Address : **Takeshi KOYAMA**

Faculty of Engineering, Tokushima Bunri University

Shido-cho, Kagawa, Japan 769-21

TEL : +81-878-94-5111

FAX : +81-878-94-4201

E-mail : koyama@is.bunri-u.ac.jp