格子ボルツマン法による地震波の水油 2 相流体に及ぼす影響の検討

山 邊 浩 立* 松 岡 俊 文*

Lattice Boltzmann Simulation of Seismic Stimulation for Mobilization of a Water-oil Two-phase Flow

Hirotatsu YAMABE* and Toshifumi MATSUOKA*

Abstract

It has been observed that seismic stimulation of oil reservoirs has an impact on oil production, and we can apply seismic stimulation for enhanced oil recovery (EOR). Recently, many laboratory experiments and field tests have been conducted. Seismic stimulation can contribute to the coalescence/dispersion of oil droplets, and make them move through the pore-throat; however, the detailed mechanism of seismic stimulation is not fully understood. We focus on the behavior of oil droplet flow at the pore-throat, and we analyze trap and flow mechanisms at the pore-throat under the influence of seismic waves. We model the pore-throat in reservoir rocks, and adopt the lattice Boltzmann method (LBM) for oil droplet flow simulation. LBM is a well-known computational simulation method in fluid dynamics and is preferred to analyze microscopic flow phenomena. Using LBM, we can simulate an oil and water two-phase flow under complex boundary conditions including wettability of a solid surface. From our research, we conclude that the phenomenon of oil flow forced by seismic stimulation at the pore-throat depends on various factors, for instance, capillary pressure induced by interfacial tension between two-phase fluids.

Key words : lattice Boltzmann method, seismic wave, enhanced oil recovery, seismic stimulation EOR, capillary pressure

キーワード : 格子ボルツマン法, 地震波, 原油増進回収技術, 地震波 EOR, 毛管圧力

I. はじめに

現在、石油の増進回収 (Enhanced Oil Recovery, EOR) 技術としては化学攻法や熱攻法, CO₂ の圧入によるミシブル攻法などが適用されてきているが、これらとはまったく異なった原理に基づいた EOR 技術の 1 つとして、地震波を用いた EOR 技術というものが提案されている。これは人工震源から地震波を発生させ、石油貯留層内で

の流体流動を変化させることで原油の回収量を増加せようとするものである。

この地震波を用いた EOR 技術が実用化されるためには、地震波の孔隙流体の流動に対する作用機構を明確にする必要があるが、これに関しては未解明点が多い。このメカニズムとして提案されてきた諸点としては、①ボアスロットにトラップされた固体粒子のクリーンアップによる有効浸透率の改善、②振動による孔隙中の油滴の分散・合

* 京都大学大学院工学研究科

* Graduate School of Engineering, Kyoto University, Kyoto, 615-8540, Japan

成、③粘性や界面張力の変化などがある。さらに本研究でとりあげる、④ポアスロート部分に毛管圧力のためにトラップされている原油液滴が、地震波によって押されることでポアスロート部分を通り抜ける、というメカニズムが提案されている (Jackson *et al.*, 2001)。地震波の孔隙流体流動へ及ぼす影響に関する現象は、孔隙中というミクロなスケールにおいて生じている水・油 2 相の流体流動現象であるため、マクロな室内試験やフィールド試験、また解析的手法を用いて解明していくことは困難である。こういった背景から本研究では、上記のような物理現象を解明するためにポアスロートモデルを構築し、格子ボルツマン法と呼ばれる数値流体計算手法を用いた数値シミュレーションを行うことで、弾性波による力学的刺激がもたらす、スロートでトラップされた原油液滴の通り抜け現象にどの物理的要因が大きく影響するのか検討を行った。

II. 地震波の影響による原油流動

地震波と地下中における流体流動の関係については、1950 年代以降、アメリカ合衆国や旧ソビエト連邦を中心に多くの油田規模の研究がなされてきており、なかでもバイプロサイズ型の人工震源や、交通ノイズ等の人工的な振動や自然地震によってもたらされる地震波と地中の流体との関係が研究対象とされた (Beresnev and Johnson, 1994)。とくに 1954 年以降、原油の回収量と地震との相関性に関して多数の報告がなされてきており、例えば 1952 年カリフォルニア州南部で発生した地震によって、原油回収量が急激に増加し、その後増加と減少を繰り返したとの報告がある (Steinbrugge and Moran, 1954)。それらの結果は一様ではなく、原油の回収量が増加したケース、その逆や、まったく変化がみられなかった報告もある。同じ油田における隣接した生産井ですら、まったく異なる結果が観測された事例もある (Steinbrugge and Moran, 1954)。また地震が回収量へ影響を与えた期間についても、1 カ月続かなかつたケースも数カ月にわたって影響があったケースも報告され、なかには地震波による

油層への刺激の効果が数年間継続したという報告もある (Smimova, 1968; Voytov *et al.*, 1972)。

1970 年代以降、人工震源を用いて発生させた地震波によって原油の回収率を上げようとする試みが行われはじめた (Lake, 1989)。アメリカ合衆国においては 1970 年代に、旧ソビエト連邦においては 1970 ～ 1980 年代に、この試みはピークを迎えた (Beresnev and Johnson, 1994)。地震波を用いた EOR 技術の利点としては、人工震源を設置するだけでよく安価であることがあげられる。また、他の EOR 手法や水攻法などで圧入した流体が届きにくい低浸透性岩石にも効率的に刺激が伝わるという利点も指摘されている (Huh, 2006)。通常の EOR 手法は貯留層全体にその効果を及ぼすことは困難であり、これはこの手法の非常に特徴的で優れた性質でもある。

人工地震を用いた原油の増進回収技術が、具体的に原油貯留層に適用されるには、どういった性質をもつ貯留層に対して、どれだけの刺激を与えたときにどの程度の追加的な回収量が得られるのかという、一定の信頼性をもつ定量的な予測方法を確立する必要がある。しかし前述の通り、地震による原油回収量への影響はその油層や生産井によっても変化し、正確に予測するのは容易ではない。この予測のためには、地震波により岩石中の流体流動が変化するメカニズムの解明が不可欠であるが、貯留岩の孔隙は単純にはモデル化しにくい複雑な形状をしており、その孔隙中において、疎水性である原油は自然状態で地層水と分離した 2 相をなして流動する。このため地震波が引き起こしている原油流動のメカニズムの詳細は、すでに数々の研究がなされているにも関わらず、マクロスケールにおける現象のミクロ現象との関連づけ、ミクロスケールでの力学的機構などについて現在も多くが未解明のままである。

このミクロスケールでのメカニズムの候補としてはいくつかの物理現象があげられ、1 つは原油液滴の結合である。複雑な形状をもつ孔隙中では原油や水はミクロな液滴形状をとっていることが推定される。地震波の刺激によってこれらが微小距離を移動し、同一相流体の別々の液滴が結合し

て、1つのより大きな液滴を形成し、これが液滴に対する浮力を変化させることが考えられる。また1つには、ある程度大きな液滴が振動によって分裂し、原油の流動の仕方に変化が起こるというものである。また1つには、粘性の低下もあげられている。20 kHz を超える高周波数の弾性波の影響下において、室内試験から水・油の粘性が20%程度低下し、結果的に流体が流動しやすくなるという報告がなされている (Sokolov and Simkin, 1981)。また界面張力の変化もあげられている。地震波による流動により、界面張力が低下するという可能性が検討されており、毛管力が低下することにより油が流れやすくなる可能性が指摘されている (Gadiev, 1977)。さらに各流体の濡れ性も変化することから、原油が流れやすくなったり、逆に流れにくくなったりする可能性もある。また、地震波によって孔隙中に詰まっていたアスファルテンやパラフィンなどの微小な物質が動くことで、有効浸透率が改善される可能性も指摘されている (Abad-Guerra, 1976)。

2000 年以降地震波による地中の原油流動メカニズムの解明へ向けた研究がアメリカ合衆国を中心に活発になった。2000 年にはアメリカ合衆国エネルギー省 (Department of Energy; DOE) の立案・予算の下、Office of Fossil Energy, Lawrence Berkley National Laboratory (LBNL), Los Alamos National Laboratory (LANL), University of California at Berkley (UCB) が共同で2つのプロジェクトを立ち上げた。1つはコアサンプルを用いた室内試験であり、3軸圧縮下において振動を与えながら通水試験を行い、絶対浸透率や水と油の相対浸透率をモニタリングすることで、振動が孔隙中の流体流動に対してどう作用するのかを解明しようとした (Roberts, 2005)。この実験では、地震波適用下において有効浸透率の改善がみられ、孔隙に詰まっていた微小粒子のクリーンアップが実際に起こっていること、また、地震波により水と油の相対浸透率が変化し、その変化の度合いが波の RMS 強度 (Root-Mean-Square Amplitude) に依存することを示した。もう1つはオクラホマ州で行われたフィー

ルド試験である (Robert, 2003)。ジオホン・加速度計・ハイドロホン・圧力トランスデューサーなどの計測機器を用い、油田規模での測定と生産挙動を観測して、地震波と原油回収量の相関を分析し、地震波の影響のメカニズムを解明しようとした。この研究では、地震波による EOR に向けた人工震源装置が開発され、実際に設置された。しかし、試験開始後に震源装置にトラブルが発生し、結果的に原油の回収量のモニタリングを行うことができず、地震波の影響を明確に知ることができなかった (Westermarck *et al.*, 2001)。

DOE のプロジェクトとは別に、Applied Seismic Research (ASR) が開発した坑井内震源装置を用いたフィールド試験が、2000 年 7～11 月、50 日間にわたって行われた (Kostrov *et al.*, 2001)。本試験で用いられた震源装置は、装置を坑井内に設置し、地中で断続的に地震波を発生させるものである。Kostrov らによると、結果として 200～2300 ft (60～700 m) 間隔を開けた 60 本の生産井からの原油の回収量が増加する結果となり、これら 60 本の生産井のうち、地震波の影響が大きいとされる評価用の 26 本の生産井で、計 24% の回収量の増加が観測された。この試験は地震波を用いた EOR 技術が一定の効果をもつことを示したという点で、大きな意味をもつものである。しかし、試験そのものは地震による地中の原油流動メカニズム解明に向けたものではなかった。

原油流動のメカニズムの解明に向けては、地震波が外力として油滴に作用し、油滴に力が加わることで孔隙を油滴が通過する現象がメカニズムの候補として考えられるようになり、この現象を考察する研究もなされている (Li *et al.*, 2005; Bresnev, 2006)。最近では、粘性や界面張力の影響を考慮した物理モデルを構築し、理論的に考察を行う研究もなされている (Beresnev and Deng, 2010)。これらの研究により、地震波によって孔隙を原油液滴が通り抜けるような現象が実際に地中で発生している可能性が示された。また、原油の流動現象は、孔隙のボアスケールでの性質によってコントロールされていることに着目し、メ

カニズムの解明における、ミクロスケールでの考察の重要性を示したという点でも大きな意味もっている。

以上のように、地震波と貯留層中の原油流動という2つの物理現象を結び付けるメカニズムの解明に向けた研究は、理論・実験などさまざまなアプローチで現在も活発になされている。しかし、孔隙中の流体流動というミクロな視点と、回収量の変化というマクロな視点を一定の物理モデルによって直接結び付けることは難しく、油田でのEORを計画的に実施していく水準でのメカニズム解明にはいまだ至っていない。

III. 格子ボルツマン法

1) 格子ボルツマン法の概要

格子ボルツマン法 (Lattice Boltzmann Method, 以下 LBM) とは、1980年代後半より注目されている数値流体解析手法である。この手法が注目されているのには、並列化の容易性、複雑な境界条件設定の簡便性、混相流モデルへの拡張性などの背景がある。この手法は Navier-Stokes 方程式を離散化する従来の数値流体力学的手法とは異なり、仮想的な微小流体粒子の密度分布関数を定義し、その分布関数の発展方程式 (ボルツマン方程式) を数値的に解くものである (McNamara and Zanetti, 1988)。この特性から、LBM で用いられる方程式は巨視的かつ連続的な流体運動そのものを記述しているわけではない。しかし、LBM で用いられる方程式からは Navier-Stokes 方程式を導出することが可能であり (蔦原ほか, 1999)、理論的にその整合性が保証されている。

LBM では、計算領域は格子によって一様に離散化され、各計算時刻にはすべての粒子が格子点上に存在しているものと規定される。そのため、各粒子は離散速度 c_i で格子点間を跳躍移動することとなる。ここで i は、離散速度方向を示している。離散格子モデルにはさまざまな種類があるが、本研究では、 x, y 方向を、それぞれ幅 Δx で規則正しく分割した正方形格子を用いている。このモデルは、2次元9速度モデル (図1) と呼ばれ、この時離散速度ベクトルは式 (1) で表わさ

図1 2次元9速度モデル. ベクトル c_i はそれぞれ離散速度ベクトルを表す.

Fig. 1 D2V9 discrete velocity vector: The vector, c_i , show discrete velocity.

れる (Succi *et al.*, 1993)。

$$[c_0, c_1, \dots, c_8] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

格子ボルツマン法では、基本変数は仮想粒子の各格子点上における分布関数であり、これらは離散速度をもつ粒子の集合としての意味をもつ。各粒子はそれぞれの格子点上において衝突し、平衡状態に達する。こうして平衡状態に達した後、仮想粒子は離散速度に従い隣の格子に向かって並進し、さらに並進した先で他の格子から並進してきた別の仮想粒子と衝突し、平衡状態に達し、分布関数は変化していく。このようなサイクルを繰り返し分布関数が変化していくことで、流体全体の流れを表現することができる。以上のルーチンを図示したものが図2であり、格子ボルツマン法の基本的なスキームである。

2) 二相系格子ボルツマンモデルのスキーム

地中の不混和流体の挙動を解析するにあたって、二種類の不混和性流体を取り扱うことのできる二相系 LBM を導入する必要がある。二相系 LBM には、R-K モデル (Gunstensen and Rothman, 1991), Shan-Chen モデル (Shan and Chen, 1993), 自由エネルギーモデル (Swift *et al.*, 1995) 等が提案されている。なかでも R-K モデルは、少ない格子数で界面を表現することができる、完全に不混和な流体を取り扱うことができる

図 2 格子ボルツマン法の基本スキーム. 左図の状態の分布関数が衝突することによって中央図の平衡状態に達し、並進過程で右図のように隣の格子へ移動する。

Fig. 2 Basic scheme of lattice Boltzmann method: The distribution functions shown in the left figure represent an equilibrium state by collision scheme, then imaginary particles stream to the next lattice in the stream scheme.

(Kawasaki *et al.*, 2008)。この R-K モデルでは 2 種類の不混和流体を赤色流体と青色流体の 2 種類に分けて計算するが、この考え方の基本となった格子気体法 (Lattice Gas Automaton; LGA) における 2 相モデルを考案した Rothman と Keller (Rothman and Keller, 1988) の頭文字をとり、R-K モデルと呼ばれている。本研究では、R-K モデルをさらに改良した、Reis and Phillips のモデルを用いる (Reis and Phillips, 2007)。以下では具体的なスキームについて述べる。

位置 $\mathbf{x}$ 、時刻 t におけるそれぞれの仮想流体粒子の密度関数を、 $f_i^k(\mathbf{x}, t)$ と表記する。ただし、 k は $k=r, b$ の値をとり、 r が赤色粒子を、 b が青色粒子を示すものとする。 $f_i^k(\mathbf{x}, t)$ の発展方程式は式 (2) で表わされる。

$$f_i^k(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i, t + 1) = f_i^k(\mathbf{x}, t) + \Omega_i^k + G_i^k \quad (2)$$

式中の Ω_i^k は格子上における粒子の衝突を表わす衝突項を、 G_i^k は体積力を表わす外力項を示している。

一般に 2 種類の流体が不混和で存在するときには、この 2 種類の流体がつくりだす界面において、界面張力が発生する (小野, 1980)。この界面張力は以下のように衝突項 Ω_i^k の一部として表現される。

$$\Omega_i^k(\mathbf{x}, t) = (\Omega_i^k(\mathbf{x}, t))^{BGK} + (\Omega_i^k(\mathbf{x}, t))^{IFT} \quad (3)$$

右辺第一項は BGK 近似 (Qian *et al.*, 1992) を適用した粘性項 $(\Omega_i^k)^{BGK}$ であり、界面張力に関する項は、右辺第 2 項に $(\Omega_i^k)^{IFT}$ の形で表現されている。

粘性項は、

$$(\Omega_i^k(\mathbf{x}, t))^{BGK} = -\frac{1}{\tau_k} (f_i^k(\mathbf{x}, t) - f_i^{k,eq}(\mathbf{x}, t)) \quad (4)$$

と表わされ、ここで τ_k は流体 k に関する緩和時間定数と呼ばれ、1 タイムステップの時間間隔を基準として、粒子の密度関数が平衡に達するのに必要な時間に相当する。この τ_k は、粘性や界面張力に影響するパラメータである。また $f_i^{k,eq}$ は、局所平衡分布関数と呼ばれる関数であり、以下の式で表わされる。

$$f_i^{k,eq}(\mathbf{x}, t) = \rho_k \left[D_i^k + W_i \left[3\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u} + \frac{9}{2}(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u})^2 - \frac{3}{2}\mathbf{u}^2 \right] \right] \quad (5)$$

ρ_k は各粒子の巨視的な密度、 $\mathbf{u}$ は格子点上における局所流速を示しており、それぞれ

$$\rho_k(\mathbf{x}, t) = \sum_i f_i^k(\mathbf{x}, t), \quad \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{\rho} \sum_i \mathbf{c}_i \sum_k f_i^k(\mathbf{x}, t) \quad (6)$$

と定式化される。ただし、 ρ は各格子点における 2 色粒子の局所密度の和である。 D_i^k は実数係数であり、

$$D_i^k = \begin{cases} \alpha_k & i = 0 \\ (1 - \alpha_k)/5 & i = 1, 2, 3, 4 \\ (1 - \alpha_k)/20 & i = 5, 6, 7, 8 \end{cases} \quad (7)$$

と規定され、式中の α_k は 2 流体の密度比 γ に依存する量で、

$$\gamma = \rho_r / \rho_b = (1 - \alpha_b) / (1 - \alpha_r) \quad (8)$$

の関係を満たすよう、 $0 < \alpha_k < 1$ となる範囲で定める必要がある。また実数係数 W_i は、連続式や運動量保存則などから、

$$W_i = \begin{cases} 4/9 & i = 0 \\ 1/9 & i = 1, 2, 3, 4 \\ 1/36 & i = 5, 6, 7, 8 \end{cases} \quad (9)$$

と規定される。

また界面張力項は、

$$(\Omega_i^k(\mathbf{x}, t))^{IFT} = \frac{A_k}{2} |\mathbf{F}| \left[W_i \frac{(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{F})^2}{|\mathbf{F}|^2} - B_i \right] \quad (10)$$

と定式化される。ここで A_k は界面張力の値を決めるパラメータであり、本論では簡単のため $A_r = A_b$ とする。 B_i は実数係数であり、

$$B_i = \begin{cases} -4/27 & i = 0 \\ 2/27 & i = 1, 2, 3, 4 \\ 5/108 & i = 5, 6, 7, 8 \end{cases} \quad (11)$$

と規定される。また、 $\mathbf{F}(\mathbf{x}, t)$ は局所カラー勾配と呼ばれ、赤色粒子がどの方向に多く分布しているかを示す関数として、式 (12) で決定される。

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}, t) = \sum_i \mathbf{c}_i [\rho_r(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i, t) - \rho_b(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i, t)] \quad (12)$$

式 (12) からわかる通り、界面から離れて ρ_r または ρ_b のみがその格子の周囲で均一に存在する位置では $\mathbf{F}$ はゼロとなり、式 (10) から界面張力に関する衝突項 $(\Omega_i^k)^{IFT}$ もゼロとなることがわかる。また、 A_k は界面張力を制御するパラメータであり、以上により定義される R-K モデルによる界面張力 σ は、式 (13) で示すとおりである。

$$\sigma = \frac{5\tau\rho(A_r + A_b)}{6} \quad (13)$$

圧力 P_k 、動粘性係数 ν_k については、

$$P_k = \frac{3\rho_k(1 - \alpha_k)}{5} \quad (14)$$

$$\nu_k = \frac{1}{3} \left[\tau_k - \frac{1}{2} \right] \quad (15)$$

によって求めることができる。

図 3 バウンスバックスキームの概念図。黒色部分は流体ノードを表し、白色部分は固体ノードを示す。

Fig. 3 The concept of bounce-back scheme; the grey node shows fluid node, and white nodes show solid nodes.

3) 滑りなし境界条件

LBM における滑りなし境界条件は、流体と固体の境界を設定することによって再現することができ、一般的にはバウンスバック法と呼ばれるスキームが用いられる (Ladd, 1994)。このスキームは、固体壁表面に入射する粒子が壁面で跳ね返る際に、元来た方向に跳ね返るとするものであり、境界リンクにて以下の操作を分布関数に行う (図 3)。

$$f_{-i}(\mathbf{x}, t+1) = f_i(\mathbf{x}, t) \quad (16)$$

ただし、並進と衝突を経て固体壁内に侵入してきた粒子の密度分布関数を $f_i(\mathbf{x}, t)$ 、固体壁に隣接する格子において境界条件を適用した後の密度分布関数を $f_{-i}(\mathbf{x}, t+1)$ としている。この操作により、固液界面に対する接線方向の流速がゼロとなり、滑りなし条件が達成されることとなる。ただし、この場合固液境界面は固体格子点と流体格子点の中間点となることに留意する必要がある。

4) 圧力境界条件

圧力境界条件は、図 4 に示す計算領域の流入・流出部分において任意の圧力差を設定することにより、領域内に流体運動を生じさせるものである。並進過程の流入部分では、 $i=2, 3, 4, 6, 7$ における密度分布関数は既知である。ここで流入部分での密度と流速をそれぞれ ρ_{in} 、 u_x とすると、

図 4 境界条件の概念図。流入部分，流出部分では未知の分布関数が存在する。

Fig. 4 The concept of boundary condition; at the inlet and outlet nodes, unknown distribution functions exist.

未知の分布関数は以下のように表される (Zou and He, 1997)。

$$u_x = 1 - \frac{f_0 + f_2 + f_4 + 2(f_3 + f_6 + f_7)}{\rho_{in}} \quad (17)$$

$$f_1 = f_3 + \frac{2}{3} \rho_{in} u_x \quad (18)$$

$$f_5 = f_7 - \frac{1}{2} (f_2 - f_4) + \frac{1}{6} \rho_{in} u_x \quad (19)$$

$$f_8 = f_6 + \frac{1}{2} (f_2 - f_4) + \frac{1}{6} \rho_{in} u_x \quad (20)$$

同様に，流出部分の密度と流速を ρ_{out} , u_x とすると，未知の分布関数は以下の式で求めることができる。

$$u_x = -1 + \frac{f_0 + f_2 + f_4 + 2(f_1 + f_5 + f_8)}{\rho_{out}} \quad (21)$$

$$f_3 = f_1 - \frac{2}{3} \rho_{out} u_x \quad (22)$$

$$f_6 = f_8 - \frac{1}{2} (f_2 - f_4) - \frac{1}{6} \rho_{out} u_x \quad (23)$$

$$f_7 = f_5 + \frac{1}{2} (f_2 - f_4) - \frac{1}{6} \rho_{out} u_x \quad (24)$$

5) ラプラスの法則への適用

以上のスキームに従い，2相流体系の LBM コードの開発を行った。本節では，シミュレーションコードが2相流体の挙動を正確に表現で

きているか，ラプラスの法則へ適用し妥当性を検証する。ラプラスの法則とは，2種類の流体が混在し片一方が液滴形状を形成する空間において，液滴内部の圧力 P_{in} と液滴外部の圧力 P_{out} の差圧が，液滴の半径に逆比例することを示すもので，以下の式でこれらの関係性は規定されている。

$$P_{in} - P_{out} = (D - 1) \frac{\sigma}{R} \quad (25)$$

式中において σ は界面張力を， R は液滴の半径を示す。また D はシミュレーションモデルの次元を示す値であり，本論では2次元空間のシミュレーションモデルを用いるため $D=2$ となる。

ラプラスの法則が再現できることを検証するため，初期状態として青色流体のなかに赤色流体を正方形に配置し，シミュレーションを実行した。定常状態に達した後，赤色流体は円形を形成した。初期状態と定常状態における様子を表現したものが図5である。図5の左側が初期状態を，右側が定常状態に達した状態を示している。

赤色流体の初期状態における正方形の大きさを変化させて上記の計算を行い，それぞれの定常状態における液滴半径と赤・青流体の差圧の関係を示したものが図6である。グラフにおいて，縦軸は各流体の差圧を，横軸は形成された液滴半径の逆数をとっている。この図より差圧と液滴半径の間には逆比例関係があることがわかる。また，その傾きから推定される界面張力は，仮定した赤・青流体の性質から式(13)により計算される界面張力の値と，計算誤差を考慮して一致するといえる。以上の結果は式(25)による理論と整合的であり，シミュレーションコードが2相流体間に働く界面張力を正確に再現できていることを示している。

6) 固体表面の濡れ性と毛細管現象の再現

固体表面と接する2相流体の挙動を考える際には，それぞれの流体が固体壁面にどれだけ濡れやすいかを示す，濡れ性と呼ばれる性質が重要になる (Donaldson and Alam, 2008)。経験的に，水・油の2相流体が存在する場合，砂岩中の砂粒子を構成する石英鉱物は水に濡れやすく油に濡

図 5 シミュレーションの妥当性検証のためのシミュレーション結果. 左の図が初期状態を示し, 右の図が定常状態を示す. 界面は定常状態では球面となることが示されている.

Fig. 5 The simulation results to validate the simulator. The left figure shows the initial condition, and the right one shows a steady condition. The interface in the steady state is properly a spherical surface.

図 6 プロットはシミュレーション結果から得られたデータを, 実線はラプラスの法則による理論値を表す. 縦軸が液滴の内部と外部の圧力差を表し, 横軸が液滴の半径の逆数を示す. シミュレーション結果は理論による線と十分高い相関を示す.

Fig. 6 The dots in this graph show simulation results, and a solid line shows theoretical value derived from Laplace's law. Vertical axis indicates the difference between the pressure in the droplet and out of the droplet, and the horizontal axis shows reciprocal number of radius of the droplet. The result of the simulation shows a significant, positive correlation of simulated values with the theoretical line.

れにくいという性質をもっている。この性質の指標として接触角が知られている。これは、固体壁面に 2 相の流体が界面を形成しながら接するとき、接触部近傍における界面の接平面と固体壁面とがなす角であり、濡れ性を定量的に評価するこ

図 7 毛管現象を再現したシミュレーション結果. 毛細管部分における水位の上昇が再現されている.

Fig. 7 The figure shows the result of simulation which properly realizes capillary action. The water level rises by capillary pressure in the capillary tube. This is a excellent match between an actual phenomenon of capillary rise and the simulated phenomenon.

とのできる量である。

今回用いた LBM の R-K モデルに関しては、この接触角を正確に再現することのできるモデルは構築されていない。しかし、固相に仮想的な色密度をもたせることで、固相付近で式 (12) に示されるカラー勾配を恣意的に発生させ、定性的に濡れ性を表現することは可能である。そこで、シミュレーションコードが水濡れ状態を正確に再現できるかどうかを検証するために、毛細管現象を用いて妥当性を議論することとする。

毛細管現象とは、2 相流体に対する濡れ性の違いによって引き起こされる物理現象である。容器中に密度の高い流体を配置し、その外側を密度の低い流体が占めている状態を考えたとき、高密度相に径の細い管を接触させると、濡れ性の違いに応じて、管内の界面が他の箇所の界面とは異なる高さに形成される、という現象である (小野, 1980)。

いま高密度流体を水、低密度流体を油とする。このとき管が水濡れであった場合は管内の界面が他に比べて高く、管が油濡れであった場合は低くなる。この現象を、LBM によるシミュレーションを実施して得た結果が、図 7 である。図において赤色部分が油相を、青色部分が水相を示しており、灰色部分が固相を示している。図の左側は初期配置を、右側は定常状態を示している。この

図から、壁面に対して水濡れの状態が LBM によって再現できていることがわかる。

IV. 孔隙中の 2 相流体に対する地震波の影響

1) ポアスロットにおける毛管現象

生産の進んだ貯留層における残存油は、孔隙中では液滴形状をとっており、周囲を水に囲まれたような状態で存在していると考えることができる。また、原油の生産が行われているとき、貯留層内では圧力勾配が発生しており、それが地層中の流体の推進力となっている。この圧力勾配により、水や原油などの地層中流体は生産井に向かって流動していくが、水と油のように不混和な 2 相流体が流動する際には、界面張力によってもたらされる毛管現象によって液滴がトラップされ、孔隙に詰まってしまうために、すべての原油を回収することはできなくなる場合が生じる。このとき、毛管圧力は外的な圧力勾配によって生じる推進力を完全に打ち消すように働いており、静的な力学的平衡状態が達成されていると考えることができる。

この平衡状態における圧力分布を、ポアスロットにトラップされた原油液滴について概念的に示したものが図 8 である。図 8 の上側の概念図において、灰色の部分はトラップされた原油液滴を表現している。また R^{left} と R^{right} はそれぞれ油滴の左側（上流側）と右側（下流側）における曲率半径を示しており、これらの量は壁面と水・油間の濡れ性に依存する量である。また液滴を挟んで、上流と下流の間には圧力勾配によってもたらされる圧力差 ΔP が存在している。図 8 の下側は、管路における軸方向の圧力分布を示したものである。原油と水の界面で圧力が不連続に分布しているが、これは界面張力による影響である。左右の界面で圧力がジャンプしている量の絶対値をそれぞれ P_c^{left} , P_c^{right} とすれば、ラプラスの法則からこれらの量を簡単に計算することができ、それぞれ $P_c^{left} = \sigma/R^{left}$, $P_c^{right} = \sigma/R^{right}$ となる。図 8 中で $R^{left} > R^{right}$ であることを考慮すると、力学的平衡条件から、

図 8 原油がトラップされた状態における圧力分布。液滴の両界面には界面張力による圧力のギャップが存在する。

Fig. 8 The figure shows the state of trapped oil and pressure distribution in the pore space. There are pressure gaps caused by interfacial tension at the positions of the interfaces.

$$\Delta P = \sigma \left[\frac{1}{R^{right}} - \frac{1}{R^{left}} \right] \quad (26)$$

が満たされる。右辺は外的な圧力勾配によって生じる圧力差 ΔP に等しくなるように値をとるため、左右界面の曲率半径、ひいては原油液滴の形状はこの ΔP によって決定されることになる。しかし、 R^{right} は濡れ性と管路の最小半径によって決定される下限 R^{limit} よりも小さい値をとることができないため、 $R^{right} = R^{limit}$ となるときに毛管圧力は最大値 ΔP_0 をとる。今、この最大値を超える圧力差が与えられると、液滴はポアを通り抜けることができるが、それ以下であれば液滴はポアの部分を通り抜けることができない。このような状態の原油液滴に対して、地震波は液滴に付加的な力を作用させることができるため、差圧 ΔP が ΔP_0 以下しか与えられない場合でも、液滴はポアを通過できる可能性が考えられる。

前述のような、ポアスケールで原油がどのように挙動するのかについて議論するために、図 9 に示すポアスロットモデル構築し、これを用いた。このモデルは水平断面におけるポア部分の形状をモデル化したものであり、モデル中においては重力の影響は考慮されていない。モデルの中心部分は、砂粒子を模擬した円形の境界条件によって挟まれており、ポアスロットを示している。こ

図 9 ポアスロートモデルの概念図。中心部は砂粒子によって挟まれたスロート部分を示している。

Fig. 9 The concept of pore-throat model: The center of this model indicates a constricted space surrounded by sand grains.

のモデルを用いることにより、原油の毛管現象による局所的なトラップならびに地震波による流動現象を再現することができる。

ここで、地震波をどうシミュレーションに組み込むか、という議論が必要になってくる。ミクロな視点でみたときに、岩石を構成する砂粒子などの固相と孔隙を占める流体の間にどういった相互作用が働き、それが地震波の伝わり方によってどう影響を受けるかという問題は複雑であり、簡単に求めることはできない。本研究では、ミクロな孔隙モデル中を低周波な地震波が伝搬するときには固相のみが揺れるとし、流体側に視点を置いたときには、固相に対する慣性力が加わるものとしてモデル化する。このモデルは、多数の研究者によって採用されている考えであり (Graham and Higdon, 2000a, b; Beresnev *et al.*, 2005; Pride *et al.*, 2008; Beresnev and Deng, 2010), 岩石が完全に固結していると仮定すれば受け入れられるモデルである。また、この力は今回考えるようなミクロスケールの計算領域においては、全体で一様な体積力として加わるものと考えてよいことが、以下の議論からわかる。

地震波の伝搬速度を c 、周波数を f とし、簡単のためサイン波でモデル化すると、波動は以下の式で表現できる。

$$A \sin 2\pi f \left[t - \frac{x}{c} \right] \quad (27)$$

ここで、 t は時間を、 x は位置を表すものとする。

いま、計算領域の長さを dx とし左端の位置座標を $x=0$ とすると、計算領域の左端と右端における振幅値の差 A_{diff} は以下の式で示される。

$$\begin{aligned} A_{diff} &= A \sin 2\pi f(t) - A \sin 2\pi f \left[t - \frac{dx}{c} \right] \\ &= 2A \sin 2\pi f \left[\frac{dx}{2c} \right] \cos 2\pi f \left[t - \frac{dx}{2c} \right] \quad (28) \\ &\approx 2A \frac{\pi f dx}{c} \cos 2\pi f \left[t - \frac{dx}{2c} \right] \end{aligned}$$

このとき、右辺の振幅値 $2A\pi f dx/c$ について考える。波の伝播速度 c は 10^3 のオーダーであり、 dx は 10^{-5} のオーダーである。例として 1 kHz の波を考えると、式 (28) の振幅値 $2A\pi f dx/c$ と A の値の比は 10^{-4} 以下と非常に小さい値をとる。この結果から、1 kHz 以下の周波数を考えるのであれば、対象とするミクロな場に対して波長が十分に大きいことから、計算領域の左右端での振幅値の差は無視し得るものであることがわかる。

以上のような考察から、低周波の地震波の及ぼす力は体積力として作用し、計算領域全体で一様であるとモデル化した。

2) シミュレーション条件

以下に示すシミュレーションでは、シミュレーション条件を表 1 のように定めた。原油の微小液滴は外的な圧力差によってポアスロートを抜ける方向に押されるが、水濡れの状態がつくりだす毛管圧に打ち勝つだけの圧力差がないときには、ポアスロート部を抜けることができずに留まる。この外的な圧力差の値は、液滴がポアスロートを通り抜けることのできる値 (ΔP_0) の半分の値として設定している。原油の比重については 0.85 という値を採用し、水の動粘性係数については 40℃ における純水の値を採用、原油については水の 5 倍の値を設定した。水と油の界面張力の値は、35 (mN/m) 程度の値をとるのが一般的であるが (Dandekar, 2006)、今回用いた R-K モデルではあまり大きい界面張力を設定すると計算が発散しやすいという問題が発生するため、3.5 E-01 (mN/m) という値を採用した。また、ポアスロートの幅については、貯留岩として標準試料とされてきたベレア砂岩で一般的なスロート

表 1 本論で行ったシミュレーション条件.

Table 1 Simulation conditions assumed in this work.

Pressure Difference	9.78 E+00 (Pa)
Water Density	1.00E+03 (kg/m ³)
Oil Density	8.50E+02 (kg/m ³)
Water Viscosity	6.50E-07 (m ² /sec)
Oil Viscosity	3.25E-06 (m ² /sec)
Interfacial Tension	3.5 E-01 (mN/m)
Radius of Droplet	3.4 E-05 (m)
Pore-throat Width	2.0 E-05 (m)
Wave Frequency	30 (Hz)
Wettability	Water Wet

サイズ (Wardlaw *et al.*, 1987) を採用することとした。

シミュレーションは、時間間隔として3つのステージに区分される。ステージ1では、ポアスロートより左側（上流側）に原油の液滴（図10では赤色部分）を配置し、次に圧力境界条件を適用する。この圧力条件の適用により、液滴は流動をはじめますが、毛管圧力に打ち勝つだけの圧力がないため、ポアスロート部分を通り抜けられずトラップされ、定常状態に達する。以上の過程がステージ1である（ステージ1の過程は図11, 図12では記述していない）。

定常状態に達した後、圧力境界条件を適用したまま、地震波を模擬した体積力を計算領域全体に一樣に作用させる。この地震波を適用する過程がステージ2である。最後に、体積力の適用を停止し、圧力境界条件を適用したまま原油液滴の流動を観察する。この過程がステージ3である。地震波は1周期（T）の時間のみ作用されているとした。

V. 結果と考察

図10は、シミュレーションによる結果のスナップショットを並べたものであり、ステージ2からステージ3のものに相当する。赤色部分が油滴を、青色部分は水を、灰色部分が固相を示している。最上段の図はステージ1の最終段階における定常状態を表しており、その下4枚のス

図 10 ステージ2, 3における状態図. 最上段は地震波を適用する直前の静的平衡状態を示している. 2 番目以降, それぞれ $t = T/4$, $t = 2T/4$, $t = 3T/4$, $t = T$ (T : 波の周期) における状態を, 最後の図は最終ステップにおける結果を示している.

Fig. 10 These figures show the states at $t = 0$, $t = T/4$, $t = 2T/4$, $t = 3T/4$ and $t = T$, from the upper down to the lower. The bottom figure shows the state at the last step of this simulation.

ナップショットは、それぞれ $t = T/4$, $t = 2T/4$, $t = 3T/4$, $t = T$ における状態を表している（ただし、 T は地震波の周期）。さらに最下段の図は、ステージ3に入り、さらにステージ2で与えた波の1周期分経過した計算時刻（ $t = T$ ）の状態を表現している。

地震波が1周期作用した後の $t = T$ における図をみると、油滴を表す赤色流体の右（下流）側の界面がポアスロートの最も狭い部分を超え、 R^{left} と R^{right} の間に $R^{left} < R^{right}$ の関係が発生していることがわかる。この状態になると、毛管圧力が油

表 2 第 4 章以降で用いられる変数リスト.

Table 2 The list of variables used in Chapters IV and V.

P_c^{left}	pressure difference between in and out of droplet at left (up-stream) side
P_c^{right}	pressure difference between in and out of droplet at right (down-stream) side
R^{left}	regional curvature radius at left (up-stream) side of droplet
R^{right}	regional curvature radius at right (down-stream) side of droplet
R^{limit}	minimum curvature radius determined from wettability and pore-throat size
ΔP	pressure difference between up- and down-stream (driving force of fluid flow)
ΔP_0	minimum pressure difference for droplet to pass through pore-throat
σ	interfacial tension between water and oil
A	wave amplitude
c	wave velocity
f	wave frequency
T	wave period

の通り抜けに対して作用する方向が逆転する。 $R^{left} > R^{right}$ であるステージ 1 では、毛管圧力は原油の通り抜ける方向に対して逆の方向に働き、抵抗力の役割を果たしていた。対照的に $R^{left} < R^{right}$ となるステージ 3 では、毛管圧力は以下に述べるような不安定な状態を引き起こしてしまうため、それを脱却しようとする力が結果的に原油の通り抜ける方向と同方向に働き、毛管圧力は油滴を押し出す方向に作用する。

$t = T$ の状態、つまり $R^{left} < R^{right}$ の状態であるということは、ラプラス則により左右両界面における圧力差 P_c^{left} , P_c^{right} の関係が $P_c^{left} > P_c^{right}$ となる。しかしながら油滴より上流側の圧力は ΔP だけ下流側に比べて高いために、安定な状態を保つためには、図 8 からわかる通り $P_c^{left} < P_c^{right}$ である必要がある。このことから $t = T$ における $P_c^{left} > P_c^{right}$ という状態は不安定であることがわかる。この不安定状態を脱却するには、液滴がポアスロートを抜け出し $R^{left} = R^{right}$ の状態をつくる方向に移行する必要がある、結果として毛管現象は油滴を押し出す方向に作用する。この現象を裏付けるのが、図 11 である。このグラフは、ポアスロートの中心部における横方向の流体速度と、外力として作用している地震波による力を右向きが正になるよう、時間ごとにプロットしたものである。

この図 11 で示す値の変動は 3 つの物理的意味をもつ時間領域に分けることができる。第一領域

は、地震波が適用されている時間領域、つまりステージ 2 である。この領域においては、流速は外力に従って変化する。外力が適用されて間もなくは少しずれが生じているが、これは毛管圧力による抵抗力と粘性による遅れに起因するものと考えられる。第二、第三領域はステージ 3 に含まれる。この内第二領域は、流速が一定になるまでの時間である。この領域では、流速は極大値をもっていることがグラフからみてとれる。極大に向かって流速が増大していく領域は、先に述べた $P_c^{left} < P_c^{right}$ という不安定状態を解消しようとし、毛管圧力が油滴を押し出す推進力として作用していることを示していると考えられる。極大をとった後は、圧力差によってもたらされるであろう本来の流速に戻ろうとし、減速していく。そして、第三領域に入り、油滴は適切な流速で等速直線運動をはじめめる（以上の議論に用いた変数は、表 2 に示す）。

以上の過程について、外力と油滴の重心の位置をプロットしたものが図 12 である。この図からも、地震波の適用直後から油滴がポアスロートを抜け出す方向に運動の方向を変え、抜け出した後は等速で流動していることがわかる。

以上のように、こういった複雑な形状をもつ境界条件における 2 相流体の流動には、毛管圧力が引き止める力にも押し出す力にもなり、流動を制御することがわかる。

図 11 弾性波による外力（破線）と流速（実線）のプロット.

Fig. 11 Dashed line shows external force and solid line shows fluid velocity.

図 12 弾性波による外力（破線）と油滴の重心座標（実線）のプロット.

Fig. 12 Dashed line shows external force and solid line shows location of the center of gravity of oil droplet.

VI. まとめ

本論では、地震波の影響下において、原油流動性の変化を考える上で最も基本となるポアスロートにおける油滴の流動について、ポアスロートモデルを構築し、LBM によるシミュレーションを用いて解析を行った。このポアスロートを通過する流体流動現象において支配的な制御要素は、①水油 2 相間における界面の存在とその界面に作用する界面張力、②固体表面の濡れ性に起因する毛管現象であり、地震波の適用前においては原油

のポアスロートの通過に対する抵抗力として、適用後では推進力として働くことがわかった。

格子ボルツマン法の最大のメリットは、固相境界条件が複雑な場合においても、数値実験のモデル設定が簡単にできる点である。地震波による原油流動変化には、冒頭でも述べたとおり①ポアスロートにトラップされた固体粒子のクリーンアップによる有効浸透率の改善、②振動による孔隙中の油滴の分散・合成、③振動による粘性や界面張力の変化といった現象が、そのメカニズム候補としてあげられている。こういった物理現象は、今

回用いたようなポアスロートモデルだけで考察をすることはできず、より流路が多様なコアレベルのスケールにおける検証が必要となる。こういった解析は理論や実験を用いて行うことが難しく、また従来の数値流体計算手法では固相境界条件の複雑さによるモデル化などの困難があるが、格子ボルツマン法を用いることで、シミュレーションによる解析が可能となることが期待される。

文 献

- Abad-Guerra, B.P. (1976): *Methods for Restraining Productivity to Gas Wells in the Clinton Sand of Ohio*. Ph.D Thesis, Pennsylvania State University.
- Beresnev, I.A. (2006): Theory of vibratory mobilization of nonwetting fluids entrapped in pore constrictions. *Geophysics*, **71**, N47-N56.
- Beresnev, I.A. and Deng, W. (2010): Viscosity effects in vibratory mobilization of residual oil. *Geophysics*, **75**, N79-N85.
- Beresnev, I.A. and Johnson, P.A. (1994): Elastic-wave stimulation of oil production: A review of methods and results. *Geophysics*, **59**, 1000-1017.
- Beresnev, I.A., Vigil, R.D., Li, W., Pennington, W.D., Turpening, R.M., Iassonov, P.P. and Ewing, R.P. (2005): Elastic waves push organic fluids from reservoir rock. *Geophysical Research Letters*, **32**, L13303.
- Dandekar, A.Y. (2006): *Petroleum Reservoir Rock and Fluid Properties*. CRC Press.
- Donaldson, E.C. and Alam, W. (2008): *Wettability*. Gulf Publishing Company.
- Gadiev, S.M. (1977): *Use of Vibrations in Oil Production*. Nedra Press.
- Graham, D.R. and Higdon, J.J.L. (2000a): Oscillatory flow of droplets in capillary tubes. Part 1. Straight tubes. *Journal of Fluid Dynamics*, **425**, 31-53.
- Graham, D.R. and Higdon, J.J.L. (2000b): Oscillatory flow of droplets in capillary tubes. Part 2. Constricted tubes. *Journal of Fluid Dynamics*, **425**, 55-77.
- Gunstensen, A. and Rothman, D. (1991): Lattice Boltzmann model of immiscible fluids. *Physical Review*, **43**, 4320-4327.
- Huh, C. (2006): Improved oil recovery by seismic vibration: A preliminary assessment of possible mechanisms. *SPE 103870*.
- Jackson, S., Roberts, P.M. and Majer, E. (2001): Advances in seismic stimulation technologies. *PTTC Network News*, **7**.
- Kawasaki, A., Onishi, J., Chen, Y. and Ohashi, H. (2008): A lattice Boltzmann model for contact-line motions. *Computational and Mathematics with Applications*, **55**, 1492-1502.
- Kostrov, S.A., Wooden, W.O. and Roberts, P.M. (2001): In-situ seismic shockwaves stimulate oil production. *Oil & Gas Journal*; Sep. 3, 2001, *Academic Research Library*, 47-52.
- Ladd, A. (1994): Numerical simulations of fluid particulate suspensions via a discretized Boltzmann-equation. 1. Theoretical foundation. *Journal of Fluid Mechanics*, **271**, 285-309.
- Lake, L.W. (1989): *Enhanced Oil Recovery*. Prentice-Hall, New Jersey.
- Li, W., Vigil, R.D., Beresnev, I.A., Iassonov, P. and Ewing, R. (2005): Vibration-induced mobilization of trapped oil ganglia in porous media: Experimental validation of capillary-physics mechanism. *Journal of Colloid and Interface Science*, **289**, 193-199.
- McNamara, G.R. and Zanetti, G. (1988): Use of the Boltzmann equation to simulate lattice-gas automata. *Physical Review Letters*, **61**, 2232-2235.
- 小野 周 (1980): 表面張力. 共立出版. [Ono, S. (1980): *Hyomen Choryoku*. Kyoritsu Shuppan.]
- Pride, S.R., Flekkoy, E.G. and Aursjo, O. (2008): Seismic stimulation for enhanced oil recovery. *Geophysics*, **73**, O23-O35.
- Qian, Y.H., d'Humieres, D. and Lallemand, P. (1992): Lattice BGK models for Navier-Stokes equation. *Europhysics Letters*, **17**, 479-484.
- Reis, T., and Phillips, T.N. (2007): Lattice Boltzmann model for simulating immiscible two-phase flows. *Journal of Physics*, **40**, 4033-4053.
- Robert, W. (2003): Enhanced oil recovery with down-hole vibration stimulation in Osage County Oklahoma. *DOE 15195 Final Report*.
- Roberts, P.M., Esipov, I.B. and Major, E.L. (2003): Elastic wave stimulation of oil reservoirs: Promising EOR technology?. *The Leading Edge*, May 2003, 448-453.
- Roberts, P.M. (2005): Laboratory observations of altered porous fluid flow behavior in Berea sandstone induced by low-frequency dynamic stress stimulation. *Acoustical Physics*, **51**, 160-168.
- Rothman, D.H. and Keller, J.M. (1988): Immiscible Cellular-Automaton Fluids. *Journal of Statistical Physics*, **52**, 1119-1127.
- Shan, X., and Chen, H. (1993): Lattice Boltzmann model for simulating fluids with multiple phases and components. *Physical Review*, **47**, 1815-1819.
- Smimova, M.N. (1968): Effect of earthquakes on the oil yield of the Gudermes field (Northeastern Caucas). *Izvestiya Academy of Science*, **12**, 71-76.
- Sokolov, A.V. and Simkin, E.M. (1981): Study of influence of acoustic treatment on rheological properties of some oils. *All-Union Research Institute of Nuclear Geophysics and Geochemistry*, 137-142.
- Steinbrugge, K.V. and Moran, D.F. (1954): An engineering study of the Southern California earthquake of July 21, 1952, and its aftershocks. *Bulletin of the Seismological Society of America*, **44**, 279-283.

- Succi, S., d'Humieres, D., Qian, Y. and Orszag, S.A. (1993): On the small-scale dynamical behavior of lattice BGK and lattice Boltzmann method. *Journal of Scientific Computing*, **8**, 219-230.
- Swift, M., Osbourne, W. and Yeomans, J. (1995): Lattice Boltzmann simulations for nonideal fluids. *Physical Review Letters*, **75**, 830-833.
- 薦原道久・高田尚樹・片岡 武 (1999): 格子気体法・格子ボルツマン法—新しい数値流体力学の手法—. コロナ社. [Tsutahara, M., Takada, N. and Kataoka, T. (1999): *Koshi Kitaihou, Koshi Boltzmannhou: Atarashii Suchi Ryutai Rikigaku No Shuho*. Corona Publishing.]
- Voytov, G.I., Osika, D.G., Grechukhina, T.G. and Plotnikov, I.A. (1972): Some geological and geochemical consequences of the Daghestan earthquake of May 14, 1970. *Transactions of the USSR Academy of Science*, **202**, 576-579.
- Wardlaw, N.C., Li, Y. and Forbes, D. (1987): Pore-Throat size correlation from capillary pressure curves. *Transport in Porous Media*, **2**, 597-614.
- Westermarck, R.V., Brett, J.F. and Maloney, D.R. (2001): Enhanced oil recovery with downhole stimulation. *SPE* 67303.
- Zou, Q. and He, X. (1997): On pressure and velocity boundary conditions for the lattice Boltzmann BGK model. *Physics of Fluids*, **9**, 1591-1598.
- (2011 年 1 月 29 日受付, 2011 年 11 月 15 日受理)