散乱理論の応用とトモグラフィー

三ヶ田 均*

Seismic Scattering Theory and Its Application to Seismic Tomography

Hitoshi MIKADA *

Abstract

Tomographic inverse schemes, in particular travel-time tomography techniques, have become standard ones to image subsurface structures with respect to anomalies in seismic velocities. In contrast to these ray-theoretical approaches, there exist wave-theoretical schemes where seismic waveforms are analyzed in terms of their relation to structural anomalies. In tomographic application of wave theories, Devaney (1984) proposed a method called diffraction tomography in which seismic wave-forms are composed of incident and scattered wave-fields. Since several tens to hundred times much information might be included in seismic wave-forms, it is natural to think that there exists a strong necessity to utilize of wave-forms in structural analyses.

A theoretical jump from ray-theoretical travel-time to wave-theoretical diffraction tomography can be examined by introducing a simple seismic scattering theory. Since these techniques are utilizing seismic signals, results obtained by these methods on the same data might be considered as the derivation of the same physical properties of unknown target material in the subsurface. The resolution can also be compared between these two kinds approaches in seismic tomography through the seismic scattering theory. The theory was introduced by a solution to the seismic scattering problem of a compressional plane wave traveling in a homogeneous medium including a point scatterer, and three types of scattered waves were found generated depending on the contrasts in its lithological properties (the Lamé's constants and the density) to the surrounding medium. They are equivalent to waves generated by three different kinds of seismic sources. Contrasts between the point scatterer and the surrounding medium in bulk modulus, in density, and in rigidity work as a pole, a single force, and a single couple, respectively. The relation of these parameters to observed scattered waves was found linear and thus invertible. The results obtained through this relation in the analysis of subsurface structure of Izu-Oshima volcano have shown the good resolution which can only be achieved by wave-theoretical methods. It is concluded that seismic scattering phenomena can be used for the following purposes: (1) to clarify the effects of inhomogeneities on the observed seismic signals, (2) to find the inverse relation to the scattering problems, (3) to understand a link between the seismic methods, *i. e.*, travelttime tomography, waveform tomography and reflection analyses.

* 東京大学地震研究所

* Earthquake Research Insitute, University of Tokyo

I. はじめに

地球科学において、古くより興味を持たれている物理現象の一つは、地震波の伝播であろう。大地震の際には、人間生活の場に破壊をもたらすことのある地震波であるが、同時に地震波の発生のメカニズムや地震波を伝播させる物質双方の物理的な性質を知る手がかりに繋がる貴重な情報媒体であるとも考えられている。もともと、波動という現象はテレビやラジオのように情報を伝えるため利用されていることは言うまでもなく、観測された地震波から情報を引き出す積極的な利用法を考えることに異論を挟む余地はない。特に、地下構造という実際に目で確かめることが困難な対象を探る場合に、地震波というその対象を実際に透過してきたと思われる信号からその対象に関わる情報を得ることが必要である。これまでこの情報として多用されてきたものは、特にトモグラフィーの領域では走時である。屈折法による地震探査や走時トモグラフィーによる地下構造の把握の試みは、この走時の情報を最大限に利用する手法の一つである。走時そのものの基礎となっている理論は、波線理論と呼ばれ、地震波の伝播経路を結んだ線上の物理変数を扱う。他方、地震反射法による探査は主として石油、鉱物資源の探査、建築物の地盤調査などに多く使われ、その解析は走時のみならず、観測された波形をあまねく利用する。この反射法は、波線だけではなく、ホイエンスの原理を利用し、地下に眠る媒質の不連続面の情報を様々な角度から捉えようとする方法で、この基礎になる理論は波動理論と呼ばれている。

これまで、両者の走時、波動を利用した方法はそれぞれ独立に研究され、発展してきた。しかし、この両者を結びつける方法についての記述は少ない。探査にあたり、それぞれの結果を並べて眺めたり、走時を使った解析結果を波動の解析に役立てたりする試みは行なわれているものの、石井 (1986) が議論している通り、この両者の双方にわたる背景についての詳細な理論的枠組はなかったと言っても過言ではないだろう。手法としては別であっても、両者はともに地震波を扱ってい

る。波動を用いた解析とその伝達時間の情報である走時の解析とでは、どの程度の大きさの異常を見つけ出せるかという解像力に違いがあることも考えられる。波形をすべて利用しようとする前者の波動理論的解析に比較し、部分のみを用いる後者の波線理論的走時解析はどのような解像力を持っているのであろうか。また、現在トモグラフィーで主流の走時トモグラフィーを波動理論から見た場合、どのような考察が得られるのであろうか。また10年余りに提起された散乱波トモグラフィーという手法は、音響学的な考察と波動理論から得られているが、弾性論から見た場合どのような差異を生ずるのであろうか。こうした疑問が、地震学的に残されているようである。

以上の疑問に対する解答の鍵は、1) フレネル帯 (或いはフレネルの半波長帯, Fresnel Zone) の考えかた、そして、2) 弾性論からのアプローチ方法の確立にある。光学の世界で、波線を中心とする幾何光学から、波動を扱う波動光学への遷移の段階で考え出されたフレネル帯の考え方を導入することによって、走時或いは波線を用いた場合の解像力について波動との比較を含めた議論が可能である。また、地震波の散乱現象を導入することで、弾性論的なアプローチ方法を確立できる。この地震波の散乱理論の導入で、Mikada (1994) は有限径球形異種均質体の散乱 (Yamakawa, 1962; Mehta, 1983; Korneev and Johnson, 1993) を点散乱体の散乱に拡張した。そしてこの点散乱体による散乱を重ね合わせ、トモグラフィーにおける波動理論的解析の基礎的な関係を導くことができる。本報文では、フレネル帯の議論から走時の解像力に言及する。次に、P波の散乱体との基礎的な関係の議論から、走時トモグラフィー、反射法、そして散乱波トモグラフィーの等価性に触れ、最後に、実際に波動理論的解析を行なった例を示すこととする。

II. フレネル帯と解像力

日常生活の散乱現象の例として Lamb が論じたように、霧について考えることとする (Lamb, 1932)。この霧の中では、音は比較的良く伝わる

図 1 波長と散乱の模式図

伝播の障害物の大きさに応じ、その大きさより充分長い波長の波は短い波長の波より透過し易い。

Fig. 1 The relation between wavelength and the scale length of obstacles

The obstacles in the figure shows a good transparency to waves whose wave-length is enough longer than the scale length, while they behave as opaque zone to those of short wavelength.

が、日中であつてもすべてが白い光に包まれ、特に濃い霧の中では物を認識することすらできない。これにより、霧の中で光は乱反射されている、或いは霧が可視領域電磁波の伝播の障害になっていることがわかる。この霧の中での音と光の伝播の違いは、音波と電磁波という異なる種類の波動であるためではなく、波長という観点から説明が加えられている (Lamb, 1932)。光と音の波長は周波数により違いがあるものの、大雑把にそれぞれ380から780nm (10^{-7} m のオーダー)、1.7 から1,700cm (10^{-2} から 10^1 m) 程度である。霧の中の水滴の大きさは数10 μ m と考えられるので、この大きさは音波の100分の1程度、光の100倍程度となる。図1に見られるように、この波長の差異は波動の伝播に大きな影響を与える。では、なぜこの大きさの差が伝播の差に繋がるのであろうか。またこうした波長と波が伝播する媒質の伝播の障害物の大きさの違いが、地震波にも見られるのであろうか。この答を導くために、フレネル帯という考えかたを導入する必要がある。図2にそのフレネル帯の考えかたを簡潔にまとめてみた。波動という現象には異なる波長の波が寄与していると考えられるので、実効的な波長に注目する。図2

図 2 フレネルの半波長帯

A点からB点に有限波長の波動の伝播があるとき、一様な媒質の場合、線分ABの間の任意の点Pを通るA点を中心とした球面上に伝播する波の波長により異なる幅のフレネル帯を考えることができる。図中Lおよび λ はそれぞれ線分BPの長さとして伝播する波の波長である。またフレネル帯は中心から第一、第二、第三、...と複数数えることができる。

Fig. 2 The idea of Fresnel zones

When a wave of finite wave-length travels from A to B in a infinite homogeneous medium, Fresnel zones are defined as concentric circle zones on a spherical shell whose center is on A. The effects of a zone alter the effects of its neighbor so that the only half the effects from the first Fresnel zones remains after the superposition of waves from all the zones.

のA点からB点に波動が伝わる場合、その伝播の途中の波面を考える。その波面と線分ABとの交点Pを中心とし、Bから円周上のある1点までの距離がBPの距離と半波長(周波数)の倍数分異なるような同心円となる縞模様を考えることができる。B点で観測される波は、このそれぞれの縞から伝わった波(要素波, Elementary Wave)が重なりあったものと考えられる(重ねあわせの原理, Principle of Superposition)。この要素波を送り出す縞模様がフレネル帯であり、P点より第1フレネル帯、第2フレネル帯、第3フレネル帯、...と呼ばれる。有限波長の波の伝播を扱う際、この縞模様のどこかにその伝播を妨げる部分があると、その効果が観測されることとなる。光の場合、この円の中心に第一フレネル帯の半分を被い隠す遮蔽板を置くとB点に達する光の

影響がなくなりB点は影に入るが、それより小さい遮蔽板を置いた場合には、光の影響が残る。上記霧の水滴の例では、水滴の光の第1フレネル帯より遙かに大きく、音波の第1フレネル帯より遙かに小さい。従って、この波の波長の差異により生じた伝播の差は明らかであろう。

地震波の場合も同様に、フレネル帯の考えを導入することができる。図2と同様A点からB点まで地震波が伝播すると仮定する。このとき、周りの媒質と異なる速度を持つ媒質で第一フレネル帯の半分を被い隠したとき、B点はその円盤の影に入り、位相（地震波速度）の変化が観測される。すなわち、波動が直進してB点に達する状態（波線理論）が再現されることになる。高次のフレネル帯の影響は走時を扱う場合問題にならない（迂回する波線から明らかであろう）ため、走時に影響を与える最小単位はこの第一フレネル帯の大きさで判断できる。第一フレネル帯の波面上での径が最も小さくなるように図2のLを零とする極限でこの最小単位はだいたい半波長（ $\lambda/4 + \lambda/4$ ）と考えることができるが、実質上逆問題としての解像度では波長程度である（Mikada, 1994）。これに対し、走時のみならず地震波の波形を扱う場合、第一フレネル帯での影響を位相だけでなく振幅の時間変化として捉えられることから、既に主として地震反射法理論で論じられてきたように（Claerbout, 1976 ; Berkhout, 1980 ; Claerbout, 1985）、四半波長が逆問題としての解像度となる。但し、この場合高次のフレネル帯の影響を後続波として地震波の半波長以内の間隔で並べられた地震計で観測することが必要である。

III. 地震波の伝播と周波数

光学には、物質中において光波の伝わる進路を線で結んだ波線を考える幾何光学と呼ばれる領域がある。この中で、フェルマーの原理（Fermat's Principle）や反射・屈折のスネルの法則（Snell's law）などの地震学に馴染みのある法則が生まれそして現在でも利用されている。この幾何光学的扱いを基礎に、現在主流の走時トモグラフィーなどの理論が構築され、現在盛んに地下構造探査に

応用されてきている。上記のフレネル帯の概念を導入した場合、探査の対象となる地下の媒質中の不均質性は伝播する波の波長によって異なることは明らかである。例えば地震波伝播速度の小さい障害物が存在したとき、この障害物の大きさに比較し十分に長い波長を持った波にはこの障害物の影響は殆ど見られないのに対し、充分短い波の伝播には走時への影響が顕著となる。理論的には上述した通り、走時に対しては半波長以上の大きさが必要である。走時から構造の速度異常を議論する場合、波長以下の大きさの障害を検出することは實際上、難しい（Mikada, 1994）。この走時に対する任意性につながる現象は、回りこみ（Diffraction）と呼ばれ、地震波の伝播を扱う際によく見られる現象である。この回りこみにより、波線理論或いは幾何光学では説明できない走時の周波数依存性の影響（周波数によって走時が異なるという分散現象にも似た効果）も生ずる（Wu, 1985）。この周波数依存性を考慮する場合には、地震波を波動として扱う必要がある。即ち、走時は前出の図2に見られる第一フレネル帯部分の影響を受け、このフレネル帯の幅は周波数に依存するからである。構造の不均質性が強い場合、波動ではなく波線理論による扱いが便利であるが、この不均質性自体にその大きさに応じた周波数依存性がある（Aki and Richards, 1980）ことは否めない。一般に、走時を扱う場合にその走時の読みにこうした周波数や波長の情報を考慮する必要がある。波動理論および波線理論の双方が適用可能な媒質と周波数の組み合わせに対しては、波動から導かれる四半波長の解像力に対し、走時のみを使う処理の解像力は波長程度になる。実際にはこれは一次元の話であるから、二次元更に三次元の状況を考えた場合、この4倍の解像力の差は累乗で増加することになる。

IV. 地震波の散乱とトモグラフィーの関係

現在もっぱらトモグラフィーとして応用されている手法は、走時を用いた走時トモグラフィーという名前で分類されている。この基礎となる考えは Bois *et al.* (1971) により発表されていたが、

計算量が多く、近年の計算機の進歩とともにその応用例を増加させている。自然地震への応用も Aki and Lee (1976), Aki *et al.* (1977) 以降、走時や減衰定数に関し精力的に行なわれ、様々な結果を得ている (Bois *et al.*, 1971; Devaney, 1984; Nolet, 1987; Wu and Toksöz, 1987; Achauer *et al.*, 1988; Hirahara, 1988; Kamiya *et al.*, 1988; Sanders *et al.*, 1988; Stauber *et al.*, 1988; Iyer *et al.*, 1990; Ezaka and Kurasawa, 1991; Sekiguchi, 1991; Sudo, 1991; Iyer, 1992; Kamiya, 1992; Thurber, 1992; 山中ほか, 1992; Zucca and Evans, 1992; Iyer and Dawson, 1993; Lees and Nicholson, 1993; Neele *et al.*, 1993; Rekdal and Doornbos, 1993; Sambridge and Snieder, 1993; Wilcock *et al.*, 1993; Yamamoto, 1993MS)。これらの報告では、用いられている地震波の実効波長についての議論が少ないため、その解像力については試行錯誤的な方法が主流であるが、観測された地震波形の走時という限られた一部分の情報が主であるにも関わらず、多くの地球物理学的に重要な結果が得られている。こうした波線理論的なアプローチに対し、波動的な理論からトモグラフィーを論じたのが Devaney (1984) であり、この手法は散乱波トモグラフィーとして知られている。この波動理論的なアプローチについてもその理論の解説、解像度などについての様々な検証が加えられている (大久保, 1986; 六川, 1986; Wu and Toksöz, 1987; Woodward and Rocca, 1988)。この両者の理論は各々独自に発展したものである。その両者の違いについては、Woodward and Rocca (1988) によってその解像度を中心に簡単な比較がなされているが、その両者の等価性についての議論はない。この走時トモグラフィーと散乱波トモグラフィーの関係はどのように得られるのであろうか。図3に見られるように、無限媒質の中に点散乱体が存在すると仮定する。この媒質を地震のP波が伝播するとする (簡単のため、S波の入射は考えない)。この点散乱体は地震波の入射によって散乱波を発生する二次的な震源 (Secondary Source) として振舞う。この振舞い

図3 点散乱体が伝播するP波の前方に置かれているとき、入射により点散乱体を中心とする散乱波が発生する。

Fig. 3 When a point scatterer is located in the path of compressional wave, scattered waves are generated.

は、この点散乱体と周囲の無限媒質の弾性的性質の差異によって生ずる。図4に示した通り、この点散乱体は、体積弾性率、密度、そして剛性率の差異に比例した、それぞれ球状転位、単一体積力、そして体積力対として機能し (Mikada, 1994)、散乱波と入射波の関係が線型となる。この点散乱体の応答を利用し、任意の形状の散乱体に対し、一次近似として、この点散乱源の重ね合わせを考えることができる。この場合、散乱波が更に散乱される多重散乱 (Multiple Scattering) の効果を考慮しなければ正確な散乱現象の記述はできないが、入射波の振幅に比較し散乱波の振幅が小さいという仮定を導入することでこの多重散乱を無視する (この近似は一次 Born 近似と呼ばれる)。この3種類の二次的震源によって発生する散乱波を、例えば波長より充分大きい幅のある平面状の散乱体に対し求めると、前方には位相差 (走時変化) が、また後方には音響インピーダンスに応じた反射波が発生する (図5)。同様な考察は Wu and Aki (1985) により、微小差異を持った散乱体分布に対し波線摂動法 (Ray perturbation theory) と呼ばれる方法から得られている。この前方散乱を特に位相の関係式を導く (一次 Rytov 近似或いは Eikonal 近似と呼ばれる方法を用いる) と、全区間走時が波線の微小区間とその区間速度の商の和である走時トモグラフィーの基本式となる。他方後方散乱である反射波についても、地震

図 4 点散乱体と周囲の媒質との間の体積弾性率、密度、剛性率の差異に応じ、三種類の散乱波が発生する。この三種類の波はそれぞれ球状転位、単一体積力、体積力対が散乱体部に働いたとき生ずる波と等価であり、その散乱波の強さはそれぞれの差異に比例する。

Fig. 4 Depending on the contrasts in bulk modulus, density and rigidity between the point scatterer and the surrounding medium, three different types of scattered waves are generated. They are equivalent to waves generated by a dilatational source, a single force, and a single couple, respectively. The amplitude of scattered waves are proportional to the magnitude of contrasts in the above three properties.

発生源と観測点を同一点とすることにより、仮想的に散乱体を震源とする地震波が媒質の地震波速度の $1/2$ で観測点に伝播する Exploding Reflector Model (Loewenthal *et al.*, 1976 ; Berkhout, 1980 ; Claerbout, 1985) に帰着する。このモデルは反射法地震探査に 応用 されている 地震反射法の 基本的な 概念に 他ならない。こうした結果は、走時トモグラフィーや地震反射法が地震波の伝播の過程で生じた散乱現象を扱っているという見方を支持する。この散乱を意識した手法として提起された散乱トモグラフィーでは媒質の P 波速度の差異を変数としており (Devaney, 1984 ; 大久保, 1986 ; 六川, 1986 ; Wu and Toksöz, 1987 ; Woodward and Rocca, 1988), 有限径球形異種均質体の散乱問題の記述に多い地下の媒質を弾性論的に簡便に記述するラメの定数 (或いは

図 5 任意の形状の散乱体は散乱波が入射波より充分小さいという仮定の下、近似的に点散乱体の集合とみなすことができる。波の伝播の途中に板状の散乱体が置かれたとき、前方では入射波とその板の各微小部分からの散乱波を重ねあわせることにより、板と周囲の速度差に応じた走時の遅れ或いは進みが再現される。また後方では、板の各微小部分からの散乱波のみを同様に重ねあわせることにより、反射係数に応じた反射波が再現される。これにより、走時や反射波が少なくとも近似的に散乱で記述できることがわかる。

Fig. 5 A scatterer of any shapes can be modeled by a cloud of point scatterers under the condition that scattered waves generated by each point scatterer are negligible compared to the incoming wave. When a slab is located perpendicular to the direction of wave propagation, the superposition of the incoming and scattered waves generated at all the small portions of the slab produces the phase delay or advance depending on the velocity contrast between the slab and the surrounding medium. The superposition of back-scattered waves are confirmed equivalent to reflected waves whose amplitude is proportional to the reflectivity of the slab.

非圧縮率や剛性率という弾性定数) と媒質密度を媒介とする記述とはやや異なるが、等密度・等剛性率或いは波動進行方向の狭い散乱角の仮定を上記の三種の二次的震源に加え、速度差異に比例する球状転位とみなす方法として考えることができる (Mikada, 1994) し、地震反射法は散乱波トモ

図6 図4の三種類の散乱波を(a)の震源と観測点在同一である特殊な状況で求めると、(b)に図示された Exploding Reflector Model という反射地震探査法で使われる方法が再現される。

Fig. 6 When (a) a seismic wave is observed at the same location as its source, (b) three types of scattered waves as shown in Fig. 4 are generated at a point diffractor depending on the reflectivity of the diffractor. This is the same situation as the exploding reflector model frequently referred in seismic explorations.

グラフィの地震発生源と観測点を同一点としやはり反射係数に比例する球状転位とみなす手法とも考えられる(図6)。点散乱という簡便な考え方を導入することにより、以上の走時トモグラフィ・地震反射法・散乱波トモグラフィという3種類の手法は統一的に扱うことができる。また逆に、トモグラフィとは、観測された地震(自然・人工を問わず)の走時或いは波形から、散乱現象の記述を通じ、逆問題として地下の構造を求める手法であるとも換言できよう。この逆問題で特に地震波の散乱を扱う問題は、逆散乱問題(Inverse Scattering Problems)と呼ばれている(Berkhout, 1980)。散乱波と入射波の関係が決まれば、例えば地震波マイグレーション理論で使わ

れている時間を戻す操作である逆伝播法(Back propagation methods)を用いることもできる。十分に高密度な観測が行なわれれば、理論的には観測された地震波形から地下に分布する球状転位、単一体積力、そして体積力対、即ち体積弾性率、密度、そして剛性率という3種類の差異(不均質)を求めることが可能である(Mikada, 1994)。

V. 伊豆大島での散乱波トモグラフィ

伊豆大島では、地震波を用いた構造探査は、主として屈折法(伊藤ほか, 1981; 長谷川ほか, 1987)、反射法(Furumoto *et al.*, 1992; Suzuki *et al.*, 1992)や、走時トモグラフィ(Yamamoto, 1993MS; Mikada, 1994)を用いて行われてきた。その結果、屈折法からは火山体下部の基盤の盛り上がり、反射法からは火山体下部の10Hz以上の波に対する不均質性の強さが明らかとなっている。この不均質性の強さは、伊豆大島の中心から震央までの距離が25km以内となる近地地震を用い、なるべく異常の度合を小さくするように処理した走時トモグラフィで得られた12パーセントを超える速度異常(Mikada, 1994)にも現われている。しかし、近地地震に比較し長い波からなる(周波数の低い)震央距離数10km以上の遠地地震を用いた走時トモグラフィ(Yamamoto, 1993MS)では、数パーセントという比較的小さな速度異常しか見つからない。伊豆大島で観測される遠地地震と局所地震を比較すると、前者は1から10数ヘルツに対し、後者は10数から数10ヘルツの周波数の波として観測される。ここでは地震波速度の不均質性が明らかに周波数に依存しているが、これまでの波線理論のみではこの両者の差異を説明することは困難である。また、周波数の高い地震波で10数パーセントに上る速度異常が求められることは、速度異常に応じた波線の再計算、いわゆる非線型走時トモグラフィ(Bois *et al.*, 1971; Kamiya, 1992)の手法の必要性を示唆している。

前章までの議論から、密な観測点分布という条件の下で散乱波トモグラフィを用いることにより、走時に比較し三次元で64倍(全方向からの波

図 7 伊豆大島で1988年1月から1992年11月の期間の地震の観測に使われた29点の地震観測点分布図

海岸線200m ほどの等高線、そしてカルデラと火口の輪郭が示されている。十字は地震観測点で、一文字、三文字の観測点名が付けられている。一文字、および三文字はそれぞれ気象庁、地震研究所の観測点であることを示す。

Fig. 7 Locations of seismometers and their codes in Izu-Oshima volcano during the period from January, 1988 to November, 1992

Stations denoted by a single letter indicate those installed by the Japan Meteorological Agency, and the others by the Izu-Oshima Volcano Observatories. The coast, contours of every 200 m altitude, and the caldera rim are drawn in the figure. The upper square is the exaggerated map around the central cinder cone.

を観測したとして単純に 4^3 を考えている)の解像力を得ることができ、また火山の地下には明らかに体積弾性率の異なる異常が期待できることから、Mikada (1994)はこの散乱波トモグラフィーを伊豆大島で観測された遠地地震(ここではS波とP波の到着時間差が20秒以上で波形が伊豆大島全

図 8 藤井敏嗣(私信)の実験データに基づく、今回求めている散乱強度がマグマ溶融体である場合の深度に対する期待値

Fig. 8 The variation of scattering intensities for Oshima Basalt Melt under study against the depth (Experiment data from T. Fujii, personal communication)

Since the density contrasts become small in the shallow crust above 10 km depth, intensities show large values. If the inhomogeneities beneath the volcano is related to the existence of the melt, they may be found by following values of intensities.

観測点で似ている1988年から1992年にかけて観測された地震50個を選んでいる)を使って求めている。図7に観測点の分布を示す。これらの観測点での初動の読み取りから、各地震が平面波として伊豆大島の地下に入射するような静補正值(各観測点ごとの地震波到着時間補正值)を最小自乗法で求め逆伝播法を利用した逆散乱法を適用した。但し、観測点が少ないこと、また実際の観測で受ける空間領域制限および離散化の影響を最小限に抑えるため、逆伝播法で直接体積弾性率、密度、そして剛性率を求めるのではなく、ここでは体積弾性率と密度の差異の比を目的関数として処理している。即ち、密度の差異が小さく、体積弾性率の差異の大きな散乱体に注目している。この場合、藤井敏嗣(私信)による伊豆大島のサンプルに対する岩石学的実験から、地下にマグマが溶融体として存在するときの体積弾性率と密度の差異の比が図8に見られるように与えられる。図9、図10に解析結果のうち伊豆大島を横断する東西断面の散乱体分布を示す。図9の中で地下4.5km 付近の小さ

Hypocenter Map

APR. 1, 1985 0: 0 - DEC. 31, 1993 23: 59

図 9 山頂近傍 (34.73°N, 139.40°E) を中心とする散乱強度の東西断面図
赤い円は図の下方に示された期間の震源分布である。伊豆大島地下 9 ~ 10km の平たい散乱体分布および 4.5km 付近の小さな散乱体が縦に伸びた地震の震源分布で結ばれて見えるが、これは 1986 年 11 月の噴火に先立つ 9 月に発生した群発地震である。

Fig. 9 Vertical cross section of scattering intensities in the EW direction
The origin (the middle point of the horizontal axis) is at 34.73°N and 139.40°E. Strong scatterers at a depth of 9 to 10km are visible but horizontally flat in this cross section. A chain of hypocenters between 5 and 9km depth was formed two months before the 1986 eruption. It is interesting that a strong but small scatterer is located in the gap of the seismic chains at a depth of 4.5km. The upper chain of hypocenters seems connecting this shallow scatterer and the summit crater.

な散乱体と 9 km 付近の薄くて広い散乱体の間に見られる地震の震源は 1986 年 9 月 (噴火の 2 カ月前) の群発地震の震源であり、一部構造的な地震では解釈できない初動を持つ地震が含まれていた (山岡ほか, 1988)。この伊豆大島ではあまり地震活動の活発ではない深さに生じた噴火前の群発地震の震源が、2 種類の強散乱体を結ぶように見えることは火山学的に興味深い。また全体に地震の震源が、散乱の弱い部分或いは強散乱体の近くに分布することもわかる。この傾向は図 10 の山頂を横断する南北断面にも認められる。こうした分布はこれまで走時トモグラフィーでは得られなかった結果であり、走時・波形ともに共通に用いられた際に散乱波トモグラフィーの手法で得られる解像力の高さを示しているとも考えられる。

VI. 議 論

地下構造の探査には、これまで地震波の走時を用いた走時トモグラフィーが多く適用されてきた。本報文では、フレネル帯の議論を軸に、その解像力が議論できることを示し、吟味した。その結果によれば、走時の解像力は波線に垂直な方向に第一フレネル帯の半分 (逆問題としては観測された地震波の実効波長程度) しかない。これに比較し波形を用いると、第一次 Born 近似の下でできる限りすべての方向からの波を集めることで四半波長となることから、走時に比較し波形を用いたトモグラフィーでは一次元で約 4 倍の解像力を持っていることがわかった。

こうした解像力を知るために必要な理論は、非齊次波動方程式を用いた弾性波散乱理論のみであ

図 10 山頂近傍 (34.73°N, 139.40°E) を中心とする散乱強度の南北断面図
赤い円は図 9 同様震源を示す。伊豆大島地下 9 ~ 10 km の平たい散乱体分布は図 9 にも認められた散乱体である。5 km および 6 km 付近の小さな散乱体にはやはり 1986 年 11 月の噴火前後に発生した地震の震源が認められる。

Fig. 10 Vertical cross section of scattering intensities in the NS direction
The origin (the middle point of the horizontal axis) is at 34.73°N and 139.40°E. Hypocenter locations shows the coincidence with strong scatterer locations at depths of 5 km and of 6.5 km. Strong scatterer located just above 10 km lies beneath the central part of the volcano as Fig. 9.

る。散乱理論をトモグラフィーで用いる場合に基礎となる弾性波散乱理論は、弾性体の不均質性を無限小球形異種均質体の集合で表現し、かつ十分に波長の長い平面波入射の場合の第一近似として Born 近似で与えられる。この場合、単一无限小球形異種均質体と周囲との体積弾性率、密度、そして剛性率の差異がそれぞれ球状転位、単一体積力、体積力対のポテンシャルとして機能する。このポテンシャルの寄与を入射平面波の伝播方向 (散乱角 0°)、および反射方向 (散乱角 180°)にとると、伝播方向には速度による位相遅れが、また反射方向には音響インピーダンスによる反射波を再現することができる。このことは、現在地震探査で行なわれている手法のうち、少なくとも反射地震探査法と走時トモグラフィー法の二種類については、弾性波散乱理論で説明可能であることを意味する。即ち、反射法、走時トモグラフィー、散乱波トモグラフィーと一見全く異なる手法のように映るが、弾性波散乱理論は、こうした現在使

われている手法の背景にある理論として考えることも可能であろう。

伊豆大島で実際にこの現在の理論を応用したところ、走時では十分に解像できなかった地下構造の体積弾性率差異の密度差異に対する比に関する情報が得られた。その中で、1986 年 11 月噴火活動の 2 カ月前に発生した群発地震の震源域で結ばれているように見える、地下 4.5 km 付近の水平垂直とも数 100 m 程度の大きさを持つ小さな散乱体と、9 km 付近の縦 1 km 程度と薄く水平に 2 ~ 3 km の広がりを持つ散乱体が発見されている。散乱強度分布から大きさを推定しているため、その絶対値には任意性が残るが、これらの散乱体は小さいものでも現在の観測点間隔 (約 1.7 km 強) から逆算した解像力 1 km 弱の大きさを持つことがわかる。これらの散乱体逆伝播法で波形から散乱体分布を求める場合、走時のみの場合に比較しデータ量は数 100 から数 1,000 倍となり、計算量でも現状で数 10 倍から数 100 倍程度負担が増加する。

更に、地震波の半波長以内の間隔で並べられた地震計で観測することが必要であるため、観測点の維持など自然地震に応用するためには問題も多い。しかし、走時のみを用いた場合に比較し、波形まで用いる方法は数段高い解像力を示す。従って、観測点を密にとれない場合など、解の一意性の問題が残るが、将来的には順問題の繰り返しで逆問題を解く一般化された最小自乗法 (Wiggins *et al.*, 1976; Cooke and Schneider, 1983) などの応用も考慮されるべきであろう。地震波散乱理論は、未知の地下構造の地震波に対する応答を定量化する上で便利な関係を導くため、順問題・逆問題に関わらず、構造探査の基本的な理論としての側面を持ちあわせている。

謝 辞

この研究を進めるにあたり様々な助言や討論を必要とした。この点で、東京大学地震研究所渡辺秀文助教授、坂下至功技官、北海道大学理学部笠原 稔教授に、また、この特別号への寄稿の機会を頂いたことについて、東京大学地震研究所笠原順三教授、日本大学文理学部萩原幸男教授に厚く御礼申し上げます。

文 献

- Achauer, U., Evans, J. R. and Stauber D. A. (1988): High-resolution seismic tomography of compressional wave velocity structure at Newberry Volcano, Oregon Cascade Range. *J. Geophys. Res.*, **93**, 10135-10147.
- Aki, K., Christofferssen, A. and Husebye, E. S. (1977): Determination of the three-dimensional seismic structure of the lithosphere. *J. Geophys. Res.*, **82**, 277-296.
- Aki, K. and Lee, W. H. K. (1976): Determination of three-dimensional velocity anomalies under a seismic array using first P arrival times from local earthquakes. 1. A homogeneous initial model. *J. Geophys. Res.*, **81**, 4381-4399.
- Aki, K. and Richards, P. G. (1980): *Quantitative seismology. Theory and methods*. W. H. Freeman and Company, San Francisco, 932 p.
- Berkhout, A. J. (1980): *Seismic migration. Imaging of acoustic energy by wave field extrapolation. A theoretical aspects*. Elsevier Science Publ., Amsterdam, 445 p.
- Bois, P., La Porte, M., Lavergne, M. and Thomas, G. (1971): Essai de détermination automatique des vitesses sismiques par mesures entre puits. *Geophysical Prospecting*, **19**, 42-83.
- Claerbout, J. F. (1976): *Fundamentals of geophysical data processing*. McGraw-Hill, New York, 274 p.
- Claerbout, J. F. (1985): *Imaging the earth's interior*. Blackwell Scientific Publ., Oxford, 398 p.
- Cooke, D. A. and Schneider, W. A. (1983): Generalized linear inversion of reflection seismic data. *Geophysics*, **48**, 665-676.
- Devaney, A. J. (1984): Geophysical diffraction tomography. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, **GE-22**, 3-13.
- Ezaka, T. and Kurasawa, Y. (1991): Data analysis of cross well seismic tomography surveys in Amakusa oil field. *Proc. the 84th SEGJ Conference*, Tokyo, 91-94.
- Furumoto, M., Kunitomo, T., Inoue, H. and Yamaoka, K. (1992): Seismic imaging of the volcanic tremor source at Izu-Oshima volcano, Japan. In Gasparini, P., Scarpa, R. and Aki, K. eds.: *Volcanic seismology*. Springer-Verlag, Berlin, 201-211.
- 長谷川 功・伊藤公介・小野晃司・相原輝雄・楠瀬勤一郎・佐藤隆司 (1987): 爆破地震による伊豆大島の地下構造——横断測線. 地質調査所月報, **38**, 741-753.
- Hirahara, K. (1988): Detection of three-dimensional velocity anisotropy. *Phys. Earth Planet. Inter.*, **51**, 71-85.
- 石井吉徳 (1986): インバージョン: その理論と背景について. 物理探査, **39**, 329-339.
- 伊藤公介・長谷川 功・小野晃司 (1981): 地震探査による伊豆大島の地下構造. 物理探査, **34**, 435-444.
- Iyer, H. M. (1992): Seismological detection and delineation of magma chambers: Present status with emphasis on the Western USA. In Gasparini, P., Scarpa, R. and Aki, K. eds.: *Volcanic seismology*. Springer-Verlag, Berlin, 299-338.
- Iyer, H. M. and Dawson, P. B. (1993): Imaging volcanoes using teleseismic tomography. In Iyer, H. M. and Hirahara, K. eds.: *Seismic tomography. Theory and practice*. Chapman & Hall, London, 466-492.
- Iyer, H. M., Evans, J. R., Dawson, P. B., Stauber, D. A. and Achauer, U. (1990): Differences in magma storage in different volcanic environments as revealed by seismic tomography: Silicic volcanic centers and subduction-related volcanoes. In Ryan, M. P. ed.: *Magma transport and storage*. John Wiley and Sons Ltd., New York, 293-316.
- Kamiya, S. (1992): Nonlinear tomographic study of seismic velocity structure beneath the Japanese islands. Ph. D. Thesis, Univ ersity of Tokyo.
- Kamiya, S., Miyatake, T. and Hirahara, K. (1988): How deep can we see the high velocity anomalies beneath the Japan Islands? *Geophys. Res. Lett.*,

- 15, 828-831.
- Korneev, V. and Johnson, L. R. (1993): Scattering of elastic waves by a spherical inclusion-II. Limitations of asymptotic solutions. *Geophys. J. Int.*, **115**, 251-263.
- Lamb, H. (1932): *Hydrodynamics*. Dover Pub., New York, 738 p.
- Lees, J. M. and Nicholson, C. (1993): Three-dimensional tomography of the 1992 southern California earthquake sequence: Constraints on dynamic earthquake rupture? *Geology*, **21**, 387-390.
- Loewenthal, D., Lu, L., Robertson, R. and Sherwood, J. (1976): The wave equation applied to migration. *Geophys. Prosp.*, **24**, 380-399.
- Mehta, C. H. (1983): Scattering theory of wave propagation in a two-phase medium. *Geophysics*, **48**, 1359-1370.
- Mikada, H. (1994): An elastic scattering theory and its application to the understanding of subsurface structure of Izu-Oshima volcano. Ph. D. Thesis, University of Tokyo.
- Neele, F., VanDecar, J. C. and Snieder, R. (1993): A formalism for including amplitude data in tomographic inversion. *Geophys. J. Int.*, **115**, 482-496.
- Nolet, G. (1987): Waveform tomography. In Nolet, G. ed.: *Seismic tomography. With applications in global seismology and exploration geophysics*. D. Reidel Pub., Dordrecht, 301-322.
- 大久保 博 (1986): 物理探査における新しいインバージョン法. 物理探査, **39**, 31-41.
- Rekdal, T. and Doornbos, D. J. (1993): A modified form of diffraction tomography to image boundary structures. *Geophysics*, **58**, 1136-1147.
- 六川修一 (1986): ジオトモグラフィ——その理論的背景. 物理探査, **39**, 51-57.
- Sambridge, M. and Snieder, R. (1993): The applicability of ray perturbation theory to mantle tomography. *Geophys. Res. Lett.*, **20**, 73-76.
- Sanders, C., Ho-Liu, P., Rinn, D. and Kanamori, H. (1988): Anomalous shear wave attenuation in the shallow crust beneath the Coso Volcanic Region, California. *J. Geophys. Res.*, **93**, 3321-3338.
- Sekiguchi, S. (1991): Three-dimensional Q structure beneath the Kanto-Tokai district, Japan. *Tectonophysics*, **195**, 83-104.
- Stauber, D. A., Green, S. M. and Iyer, H. M. (1988): Three-dimensional P velocity structure of the crust below Newberry Volcano, Oregon. *J. Geophys. Res.*, **93**, 10095-10107.
- Sudo, Y. (1991): An attenuating structure beneath the Aso Caldera determined from the propagation of seismic waves. *Bull. Volcanol.*, **53**, 99-111.
- Suzuki, H., Kasahara, K., Ohtake, M., Takahashi, A., Ikawa, T., Abe, S. and Kawase, Y. (1992): Underground structure and magmatic activity of Izu-Oshima volcano, Japan as inferred from seismic reflection survey. *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, **49**, 105-117.
- Thurber, C. H. (1992): Hypocenter-velocity structure coupling in local earthquake tomography. *Phys. Earth Planet. Inter.*, **75**, 55-62.
- Wiggins, R. A., Larner, K. L. and Wisecup, R. D. (1976): Residual statics analysis as a general linear inverse problem. *Geophysics*, **41**, 922-938.
- Wilcock, W. S. D., Dougherty, M. E., Solomon, S. C., Purdy, G. M. and Toomy, D. R. (1993): Seismic propagation across the East Pacific Rise: Finite difference experiments and implications for seismic tomography. *J. Geophys. Res.*, **98**, 19913-19932.
- Woodward, M. J. and Rocca, F. (1988): Wave equation tomography. *Expanded Abstracts of the 58th Annual International Meeting of the Society of Exploration Geophysicists*, 1232-1235.
- Wu, R.-S. (1985): Multiple scattering and energy transfer of seismic waves—Separation of scattering effect from intrinsic attenuation—I. Theoretical modelling. *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, **82**, 57-80.
- Wu, R.-S. and Aki, K. (1985): Elastic wave scattering by a random medium and the small-scale inhomogeneities in the lithosphere. *J. Geophys. Res.*, **90**, 10261-10273.
- Wu, R.-S. and Toksöz, M. N. (1987): Diffraction tomography and multisource holography applied to seismic imaging. *Geophysics*, **52**, 11-25.
- Yamakawa, N. (1962): Scattering and attenuation of elastic waves. Part I Scattering of elastic waves by various kinds of obstacles. *Geophys. Mag. Japan Meteor. Agency*, **31**, 63-95.
- Yamamoto, K. (1993 MS): Three-dimensional P-wave velocity structure of Izu-Oshima volcano, Japan by using teleseismic data: For detection of magma reservoir. Master Thesis, University of Tokyo.
- 山中佳子・宮武 隆・平原和朗 (1992): 日本付近の3次元S波速度構造. 東京大学地震研究所彙報, **67**, 265-302.
- 山岡耕春・渡辺秀文・坂下至功 (1988): 1986年伊豆大島噴火前後の地震活動. 火山, 第2集, **33**, S 91-S 101.
- Zucca, J. J. and Evans, J. R. (1992): Active high-resolution compressional wave attenuation tomography at Newberry volcano, central Cascade range. *J. Geophys. Res.*, **97**, 11047-11055.

(1995年9月1日受付, 1995年11月13日受理)