地球惑星ダイナモシミュレーションの新たな発展

高 橋 太*

Development of Numerical Simulation of the Earth and Planetary Dynamos

Futoshi TAKAHASHI *

Abstract

In recent years, numerical simulation of the three-dimensional geodynamo has advanced considerably, and some fundamental properties of convection and magnetic field generation in the Earth's core have been understood. In this paper, we introduce the latest results of three-dimensional geodynamo simulation, and show some bases of convection and magnetic field generation processes. With decrease in the Ekman number, the length scale of convection becomes much smaller, while the magnetic field tends to show large-scale structure as the dipole field. At a high Rayleigh number, polarity reversals of the dipole field occur irregularly. Furthermore, it turns out that the reversal frequency depends strongly on the Rayleigh number. Although non-dimensional parameters used in simulations are still far from the real Earth, some characteristic features such as a power spectrum similar to the geodynamo are found in numerical dynamo models. Using numerical dynamo simulations, we would infer dynamics deep in planets.

Key words : dynamo, planetary magnetic field, core convection, numerical simulation

キーワード: ダイナモ, 惑星磁場, コア対流, 数値シミュレーション

I. はじめに

地球の固有磁場は少なくとも過去 30 億年もの間存在していることが古地磁気学的な研究によりわかっている。このことは、地磁気は地球内部の状態や歴史についての情報を我々に与えてくれる有益な物理量であることを示している。地球以外にも多くの惑星にグローバルな磁場が存在することが知られており、それらを詳細に観測することで惑星の内部構造を推定することができる。

地球や惑星の磁場は惑星の核（コア）で起こる電磁流体力学的な作用（ダイナモ作用）によって発生しており、地球の場合、主に溶融した鉄から

なる外核でダイナモ作用が生じている。ダイナモ作用の概観を説明しよう。まず、電気伝導度を持つ流体を考える。これが磁場中で対流を起こすことで電流が生じ、その結果新たな磁場が生じる。こうしてできた磁場が十分強く、元々あった磁場を強化するものであれば磁場はオーム損失に打ち勝って維持される。要するに、ダイナモ作用とは対流の運動エネルギーを磁場エネルギーへ変換する過程である。その際、対流を駆動する力が問題になってくる。コアにはカリウムといった放射性熱源は存在せず、コア自体が冷却していくことで熱対流が駆動されると考えられている。他に内核境界において液体鉄が固化する際に放出される潜

* 宇宙航空研究開発機構宇宙科学研究本部

* Institute of Space and Astronautical Science, Japan Aerospace Exploration Agency

熱が重要であるとも考えられている。また、固化の際に外核に不純物として混ざっている軽元素が液相に残され、付近の流体が相対的に軽くなることで浮力を得る組成対流も有力である。現在の地球コアでは組成対流の方が支配的であると考えられている。

ダイナモ作用の本質はその3次元性と非線形性にあり、それゆえに問題の解析的な取り扱いができず、数値計算に頼らざるを得ない。近年では計算機能力の劇的な向上により、3次元非線形問題として直接解くことが比較的容易になった。Glatzmaier and Roberts (1995) および Kageyama *et al.* (1995) によって初めて3次元ダイナモの数値シミュレーション結果が示されて以来、今日に至るまで多くの研究グループによって様々な成果が得られた。その結果、どのような物理過程によって磁場が生成・維持されているかの理解が急激に進んだ。本論文ではダイナモ作用の基本的な過程および現在のダイナモシミュレーションの課題を紹介し、最新のダイナモシミュレーションの結果を議論する。

II. ダイナモの支配方程式

まず極座標 (r, θ, ϕ) 系で自転軸を z -軸に持ち角速度 $\Omega = \Omega \mathbf{e}_z$ で回転する球殻を考える。ここで、 $\mathbf{e}_z$ は回転軸方向の単位ベクトルである。球殻の内半径を r_i 、外半径を r_o として厚さを $r_o - r_i = D$ とする。半径の比 χ は地球コアを考え $\chi \equiv r_i / r_o = 0.35$ とする。球殻内に熱源を置かず内外の境界間の温度差 ΔT によって熱対流を駆動するものとする。ダイナモ作用を記述する方程式は磁場の誘導方程式、運動方程式、熱方程式、磁場および非圧縮性流体の連続の式で与えられる。各方程式を簡単に説明しよう。誘導方程式は磁場の時間変動が磁場の拡散と流れによる移流・生成とのバランスで決定されることを表している。前者はエネルギーを散逸し、後者は磁場を強化する。運動方程式は運動量の時間変化が拡散、移流、コリオリ力、ローレンツ力、浮力、そして圧力勾配の力のバランスによって決まることを、熱方程式は熱が拡散と移流によって輸送され

ることをそれぞれ表している。磁場と流れの連続の式はそれぞれ磁場に単極子が存在しないこと、流体の体積が変化をしないことを表している。ここでは密度変化を浮力項でのみ考える。これらの方程式を数値的に解くために方程式は無次元化された形で取り扱うのが便利である。適当な無次元化をすると方程式中に無次元数として、エクマン数 (E)、レイリー数 (Ra)、プラントル数 (Pr)、磁気プラントル数 (Pm) がパラメータとして現れる。これらの無次元数の定義と意味は表1を参照されたい。

次にコア-マントル境界 ($r = r_o$) および内核境界 ($r = r_i$) における境界条件を考える。ここでは速度場 $\mathbf{v}$ に境界に対して滑り無しの条件、温度場 T に固定温度条件を与える。磁場 $\mathbf{B}$ に関してはマントル、内核の電気伝導度を無視してポテンシャル場と滑らかに接続するような条件を与える。内核の電気伝導度を無視するのは現実的ではないと思われるかもしれないが、内核のサイズが現在の地球のようにあまり大きくない場合には大きな影響はないと考えられている (Wicht, 2002)。

磁場・速度場はポロイダル成分とトロイダル成分に分解する。すると連続の式が自動的に満たされる。スカラー変数を球面調和関数で展開し、動径方向に対して差分法を用いて離散化することで問題は各波数毎の連立1次常微分方程式として表される。こうして得られた方程式を適当な初期条件と境界条件のもとで時間発展させることでコア内の対流と磁場の振る舞いを追うことができる。詳細な解説は Kono and Roberts (2002) や日本語で書かれた河野・Stevenson (2003) のレビューを参照すると良い。

ダイナモシミュレーションを行う際に最も重要視されるパラメータの一つがエクマン数である。外核内では分子粘性は $\nu \sim 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ と見積もられており非常に小さい。エクマン数は $E \sim 10^{-15}$ となり、数値計算には非現実的なまでに小さなスケールに対する解像度が要求される。実際のダイナモシミュレーションでは乱流による拡散効果を考慮した渦粘性を考えて $\nu \sim 1 \text{ m}^2/\text{s}$ を採用して

表 1 ダイナモシミュレーションの無次元数. ここで α , g_0 , ν , κ , η はそれぞれ熱膨張率, コア-マントル境界での重力加速度, 動粘性率, 熱拡散率および磁気拡散率.

Table 1 Non-dimensional parameters for dynamo simulation, where α , g_0 , ν , κ , and η are the thermal expansion rate, the gravitational acceleration rate at the core-mantle boundary, the viscosity, the thermal diffusivity, and the magnetic diffusivity, respectively.

記号	定義	意味
E	$\nu/2\Omega D^2$	粘性力とコリオリ力の比
Ra	$\alpha g_0 \Delta T D^3 / \nu \kappa$	浮力と粘性力の比
Pr	ν / κ	熱拡散時間と粘性拡散時間の比
Pm	ν / η	磁気拡散時間と粘性拡散時間の比

いるが, それでも $E \sim 10^{-9}$ であり依然として数値計算を行うには非常に小さな値である。したがって, これまでのダイナモシミュレーションでは 10^{-4} 程度の桁違いに大きなエクマン数を使って数値計算が行われている。本論文では 10^{-6} から 10^{-4} 程度のエクマン数を用いていった計算結果を示す。

III. コア内でのダイナモ作用

1) コア内の対流と磁場構造

コア内の基本的な対流と磁場構造を示すために, まず比較的性質の良い解 (エクマン数が 10^{-4} 程度, レイリー数が臨界値よりわずかに大きい場合) を紹介する。赤道面に平行な断面内での流れを図 1 に示す。対流構造は柱状に回転軸方向に伸びた, 時計回りと反時計回りの成分を持つ対流セルが 4 ペア存在していることがわかる。このような回転軸方向に伸びた構造はテイラー-プラウドマンの定理がよく成り立っているためであり, 回転の強い影響を示している。対流セルは渦度の回転軸方向成分 $\omega_z = (\nabla \times \mathbf{v})_z$ の符号によって二種類に分類される。一つは時計回りの流れを持つ対流セルで $\omega_z < 0$ に対応し, もう一つは反時計回りの流れを持つ対流セルで $\omega_z > 0$ に対応する。図 2 では赤道面直上, $z = 0.19$ での流れと磁場の回転軸方向の成分を示している。図 1 と

一緒に見ると ω_z が負の対流セルに磁場が集中していることがわかる。 $\omega_z < 0$ の対流セルでは赤道面から上昇していく流れが起きており, $\omega_z > 0$ の対流セルでは赤道面に向かって下降していく流れが起きている。この下降流はコア-マントル境界付近から生じている (図 3 参照)。こうした流れは各セルで螺旋状の流れを形成していて, この螺旋状の流れが赤道面付近およびコア-マントル境界付近で各対流セルに収束していくことで磁場を集める。その結果, 赤道面付近では ω_z が負の対流セルに, コア-マントル境界上では ω_z が正の対流セルに磁場が集中する。そして, ヘリシティ ($H = \mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\omega}$) の分布は北半球で負, 南半球で正になる傾向がある (北半球では $\omega_z < 0$ のセルでは $v_z > 0$, $\omega_z > 0$ のセルでは $v_z < 0$ となるので $H < 0$ となる。南半球でも同様に考えて $H > 0$ が得られる)。

レイリー数は臨界値の数倍程度にしたままで, エクマン数を小さくしていくとダイナモの性質がどのように変化していくのかを見てみよう。図 4 はエクマン数が 10^{-5} , 10^{-6} でのダイナモシミュレーションの結果である。流れの構造を比較すると, E が小さいほど小さなスケールの流れが卓越するようになるが, 磁場の構造は E が小さいほど双極子成分に代表される大きなスケールが卓越してくる。この流れと磁場の特徴的なスケールの相異は小さなスケールの流れが作り出す磁場が複数集まることで, より大きなスケールの磁場が作られることを表している。これはエネルギーの逆カスケードが広いスケール間で顕著に起きていることを意味している。エネルギーの逆カスケードは地球のコアのような低エクマン数のダイナモが双極子磁場を維持するうえで非常に大きな役割を果たしていると思われる。

2) 双極子磁場逆転

ここまでは比較的レイリー数が小さい場合を見てきた。レイリー数を臨界値の数十倍程度にまで増加させていくと非常に激しい対流が起これ, 双極子成分の極性が不安定になり, 逆転するような解が得られる。ダイナモの性質が対流の激しさに伴って変化していく様子を図 5 に示す。

図 1 北から見た赤道面に平行な各断面内での流れの水平成分.
 z は赤道面からの距離.

Fig. 1 The horizontal components of the flow in planes parallel to the equatorial plane viewed from the north.
 z is the distance from the equatorial plane.

図 2 赤道面に平行な断面内での流れ (左) および磁場 (右) の回転軸方向成分の等高線.
 実線 (破線) は正 (負) の値を表す.

Fig. 2 Contour lines of the axial components of the flow (left) and magnetic field (right) on a plane parallel to the equatorial plane.
 Solid (dashed) lines represent positive (negative) values.

図 3 コア表面での磁場の動径成分 (左) と直下での流れの動径成分の等高線.
実線 (破線) は正 (負) の値を表す.

Fig. 3 Contour lines of the radial components of the magnetic field at the core surface (left) and the velocity field just beneath the core surface (right).
Solid (dashed) lines represent positive (negative) values.

図 4 低エクマン数での流れと磁場の構造.

上二つは $E = 10^{-5}$, 下二つは $E = 10^{-6}$ でのプロット.

(a), (c) は赤道面上での流線, (b), (d) はコア表面上での磁場の動径成分を表す.
実線 (破線) は時計回り (反時計回り) の流れおよび外向き (内向き) の磁場を表す.

Fig. 4 Structures of the flow and magnetic field at $E=10^{-5}$ (upper row), and $E=10^{-6}$ (lower row).
(a) and (c) are streamlines on the equatorial plane, and (b) and (d) the radial component of the magnetic field at the core surface. Solid (dashed) lines represent clockwise (counter-clockwise) flows and outward (inward) fields.

この図は横軸に磁気レイノルズ数 $Rm \equiv Dv_{rms}/\eta$ を、縦軸にエルザッサー数 $\Lambda \equiv B_{rms}^2/2\rho\mu\eta\Omega$ 、全磁気エネルギーと双極子成分のエネルギーの比を取っている。ここで添え字 rms は自乗平均値であることを表す。磁気レイノルズ数は無次元数であり磁場の誘導方程式の拡散項と生成項の比である。ダイナモ作用による磁場が維持されるには Rm が十分大きくなければならない。エルザッサー数は運動方程式のローレンツ力とコリオリ力の比であり磁場の強さを表す無次元数である。 Rm が 200 程度になると磁場は弱くなり、その後再び強くなっていく。一方、双極子成分は急激に減少し、再び増加に転ずることはない。これは高 Rm では非双極子成分からの寄与が大きくなることを意味し、そのような領域で双極子磁場の逆転が起こることを示している。

こうしたダイナモの振る舞いは Kutzner and Christensen (2002) や Takahashi and Matsushima (2005) にも記述されている。

図 6 に磁北極の緯度が時間変化していく様子を示すが、かなり活発に動いていることがわかる。地磁気の逆転は過去 500 万年間で平均で約 20 万年毎に起きていることが知られているが (例えば, Merrill *et al.*, 1996), 逆転頻度は与えるレイリー数によってかなり変わってくることがわかる。磁極が低緯度まで移動したり、極性が変わってもまた元の極性に戻っていく excursion のような現象も数多く起こっている様子がわかる。逆転を起こすダイナモと起こさないダイナモの違いをガウス係数, g_n^m と h_n^m から計算される

地表における磁場のパワースペクトル,

$$W(n) = (n+1) \sum_{m=0}^n [(g_n^m)^2 + (h_n^m)^2] \quad (1)$$

で見てみる (図 7 を参照)。ここで n, m は球面調和関数の次数, 位数である。ガウス係数の定義は松島 (2005) を参照されたい。逆転を起こさないダイナモでは双極子成分が他の成分に比べて非常に大きく、現在の地磁気モデル, IGRF 2000 (Mandea and Macmillan, 2000) と同様な分布

図 5 エルザッサー数(四角形)と全磁場エネルギーに対する双極子成分の割合 (三角形) の磁気レイノルズ数依存性。黒塗りの記号は逆転を起こす解を表す。

Fig. 5 The Elsasser number (squares) and the energy ratio of the dipole component to the total magnetic energy (triangles) as functions of the magnetic Reynolds number (Rm). Filled symbols represent reversing dynamos.

を示しているが、逆転を起こすダイナモでは双極子成分は他の成分に比べてさほど大きくはなっていない。強度の点から見ると、逆転を起こさないダイナモの方が強い磁場を作っていることがわかる。つまり、コアの対流がさほど激しくなく、安定して双極子磁場が作られる結果、磁場強度が強くなっていると考えられる。

地磁気の長い歴史の中で白亜紀超正磁極期 (Cretaceous Normal Superchron, CNS) は 83 Ma ~ 118 Ma の約 3500 万年もの間、逆転が起こらなかった最も特異な期間として知られている。この CNS をダイナモシミュレーションから解釈すると、対流はさほど活発ではなく、安定して強い双極子磁場が作られていたと考えられる。しかしながら、古地磁気強度データからはそのような説は支持されていない (Kono and Tanaka, 1995)。一方で磁場は強かったとするデータも出てきており、今後さらにデータが増えていくことが待たれる。ダイナモシミュレーションの立場からはコアとマントルのカップリングを考慮してシミュレーションを行う必要がある。というのは、

図 6 高 Ra シミュレーションによる磁北極の位置 (余緯度) の時間変化。
時間は磁気拡散時間で規格化されている。

Fig. 6 Time evolutions of the north magnetic pole colatitudes for high Ra simulations.
Time is normalized by magnetic diffusion time.

図 7 地表における地磁気パワースペクトル。
四角形は IGRF2000 モデル, ダイヤモンドは逆転しないダイナモを, そして三角形は逆転するダイナモを表す。

Fig. 7 Magnetic power spectra at the Earth's surface.

Box is IGRF 2000 model, diamond non-reversing dynamo, and triangle reversing dynamo.

CNS のような長い時間スケールでの現象はマントルによって制御されていると考えるのが自然だからである。コアとマントルのカップリングは熱的, 電磁氣的, 化学的, 地形的なものが候補に挙げられるが熱的なカップリングがしばしばシミュレーションに取り入れられている。Glatzmaier *et al.* (1999) はコア-マントル境界での熱流束分布の違いによって逆転頻度が変わることを発見し, コアとマントルのカップリングがダイナモ作用の長い時間スケールでの変動に影響を与え得ることを示した。Laj *et al.* (1991) は古地磁気学的データから逆転時に特定の経度帯を磁極が通ることを見出したが, Coe *et al.* (2000) は地震波トモグラフィーによる速度分布を熱流束の不均質分布として与えたモデルを用いたシミュレーションからそれを支持する結果を得ている。

ここまで, ダイナモシミュレーションの結果の紹介と実際の地磁気との比較を行ってきた。計算に用いられたパラメータの値は実際の地球の値と大きく異なっているものの, 数値シミュレーションによって観測から得られた地磁気のスペク

トルなどがある程度再現できるようになり、逆転といったダイナミックな現象も計算機上で起こせるようになってきた。スペクトル等が地磁気のスナップショット的な特徴であるのに対し、逆転などは永年変化に対応する。上記の逆転頻度に代表されるようにダイナモシミュレーションの永年変化はパラメータ依存性が強く、古地磁気学による観測事実全てをうまく説明できるようなダイナモモデルはいまだに見つかっていない。いくつかのダイナモモデルではその統計的な性質が観測事実を再現できているようであるが（例えば、Kono *et al.*, 2000）、まだまだ不十分であろう。この点に関してはダイナモシミュレーションおよび古地磁気永年変化の双方に更なる進展が必要である。

IV. ま と め

ダイナモの数値シミュレーションは計算機能力の急激な増加により今では比較的容易に行われるようになった。それにより、コア内の流れの構造とそれによる磁場生成の基本的な過程の理解が進んだ。しかしながら、現実的なパラメータの値、特に非常に小さなエクマン数を用いてシミュレーションを行うことは依然として非常に困難である。にもかかわらず、いくつかの地磁気の特徴が数値シミュレーションによって実現されているのは驚くべきことである。これはこうした特徴が広い範囲のパラメータ空間内で当てはまることを示唆しており、パラメータに対する漸近的な振る舞いを明らかにすることで地球ダイナモが理解できる可能性がある。

また、こうした議論は地球ダイナモのみならず、他の惑星のダイナモにも適応できる。天王星や海王星は磁軸が自転軸から大きく傾いている特異な磁場構造をしているが、Stanley and Bloxham (2004) はそれが惑星内のダイナモ作用を起こす領域の構造の違いで説明できるとしている。近い将来に周回衛星による水星探査が行われる予定であり、磁場探査も含まれている。水星は地球型惑星のうち地球以外に現在固有磁場を持っていると思われる惑星であるが、そのサイズから水星のコアは殆どが固化していると考えられ

る。ダイナモ作用によって磁場が維持されているのであれば、コアの外側の薄い流体の領域で磁場が作られていることになる。こうした水星のダイナモを数値的にシミュレーションすることができれば、近い将来に行われる水星探査によって得られるデータと組み合わせることで水星内部の磁場構造およびダイナミクスを推定することができるであろう。ダイナモシミュレーションはその発展により地球のみならず他の惑星の内部ダイナミクスを調べる有力な手段の一つとなりつつある。

謝 辞

本論文に使用した計算の一部は地球シミュレータを用いて行いました。この研究は日本学術振興会特別研究員制度によるご支援をいただきました。論文の改訂に役立つコメントをして頂いた河野 長氏および松島政貴氏の両査読者に感謝します。

文 献

- Coe, R., Hongre, L. and Glatzmaier, G.A. (2000): An examination of simulated geomagnetic reversals from a palaeomagnetic perspective. *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A*, **358**, 1141-1170.
- Glatzmaier, G.A. and Roberts, P.H. (1995): A three-dimensional self-consistent computer simulation of a geomagnetic field reversal. *Nature*, **377**, 203-209.
- Glatzmaier, G.A., Coe, R.S., Hongre, L. and Roberts, P.H. (1999): The role of the Earth's mantle in controlling the frequency of geomagnetic reversals. *Nature*, **401**, 885-890.
- Kageyama, A., Sato, T. and the Complexity Simulation Group (1995): Computer simulation of a magnetohydrodynamic dynamo II. *Phys. Plasmas*, **2**, 1421-1431.
- Kono, M. and Roberts, P.H. (2002): Recent geodynamo simulations and observations of the geomagnetic field. *Rev. Geophys.*, **40**, 1013, doi: 10.1029/2000RG000102.
- 河野 長・Stevenson, D.J. (2003): ダイナモ作用と地球・惑星の磁場. 地震, **56**, 311-325.
- Kono, M. and Tanaka, H. (1995): Intensity of the geomagnetic field in geological time: A statistical study. In Yukutake, T. ed.: *The Earth's Central Part: Its Structure and Dynamics*. Terrapub.
- Kono, M., Sakuraba, A. and Ishida, M. (2000): Dynamo simulation and paleosecular variation models. *Phil. Trans. R. Soc. Lond.*, **358**, 1123-1139.
- Kutzner, C. and Christensen, U. (2002): From stable dipolar towards reversing numerical dynamos. *Phys. Earth Planet. Inter.*, **131**, 29-45.
- Laj, C., Mazaud, A., Weeks, R., Fuller, M. and Herre-

- ro-Bervera, E. (1991): Geomagnetic reversal paths. *Nature*, **351**, 447.
- Mandea, M. and Macmillan, S. (2000): International Geomagnetic Reference Field - The eighth generation. *Earth Planets Space*, **52**, 1119-1124.
- 松島政貴 (2005): 地球磁場から推定されるコアの流体運動. 地学雑誌, **114**, 132-141.
- Merrill, R.T., McElhinny, M.W. and McFadden, P.L. (1996): The Magnetic Field of the Earth, Academic Press.
- Stanley, S. and Bloxham, J. (2004): Convection-region geometry as the cause of Uranus's and Neptune's magnetic fields. *Nature*, **428**, 151-153.
- Takahashi, F. and Matsushima, M. (2005): Dynamo action in a rotating spherical shell at high Rayleigh numbers. *Phys. Fluids*, submitted.
- Wicht, J. (2002): Inner-core conductivity in numerical dynamo simulations. *Phys. Earth Planet. Inter.*, **132**, 281-302.

(2004 年 12 月 9 日投稿, 2005 年 2 月 7 日受理)