室内汚染空気の換気に対する差分法の応用

松本 克, 井上正敏, 今井加奈子, 山本淑恵 (大阪薬科大学*1)

Application of Finite Difference Methods
to the Ventilation of polluted Air in Rooms.

Koku Matsumoto, Masatoshi Inoue, Kanako Imai, Yoshie Yamamoto

(Osaka College of Pharmacy*)

The present investigation was undertaken to apply the finite difference methods to the ventilation of polluted air in rooms. Linear finite difference equation of the first order is $U(t+1) = a\{U(t)+b\}$, where $U(t)$ and $U(t+1)$ are the concentrations of carbondioxide in rooms at t and $(t+1)$ hours respectively, and a is a ventilation constant ($a \neq 0$), b is the volume of carbon dioxide produced per hour.

The general solution above equation is $U(t) = C a^t + U^*$, where U^* is equilibrium value, C is the arbitrary constant, and t is time, in case of $|a| < 1$, $U(t)$ converges on U^* . Results of the experiment indicate that a is 0.19 (A-room) and 0.21 (B-room) respectively, and U^* is 0.75 ml/l.

The investigation has demonstrated that the finite difference equation for calculation of ventilation is successfully used in place of the equation of exponential function.

(Received May 13, 1964)

1. 緒 言

人が室内で生活する場合, 人体から排出する呼吸, 体熱, 水分, あるいは冬期暖房などにより発生する熱, 燃焼産物などのために, 室内空気の性状は変化し, 温湿度は上昇する。また浮遊じんあい量, 臭気は増加し, 室内空気の性状は人の生活に不適当なものになる。

これら室内空気の汚染度が, 人の密集度, 換気の大少, 室の使用状況などによることはよく知られたところである。室内空気の換気回数をどれだけにすれば適当であるかということは, 室内空気の汚染度をどれだけに止めるかという問題になり, 従来これらの問題については, 多くの研究¹⁾⁻⁴⁾が報告されており, 換気の算出式については, 指数函数による

$$C_2 = C_0 + (C_1 - C_0) e^{-vT/m}$$

が普通使われている。(ただし, C_0 は外気中の CO_2 濃度, C_1 は最初の測定時の室内平均 CO_2 濃度, C_2 はそれより 1 時間後の室内平均 CO_2 濃度, m は室内気積, V はこの時間内の換気量とする) また CO_2 が一定量ずつ発生している場合 (たとえば在室者の毎時呼出する CO_2 や,

ガストーブのため CO_2 が発生するような場合), 換気をおこなったとき, CO_2 発生量と, 換気により失なわれるものとが平衡に達するまで, 指数函数的に変化し, 平衡後一定濃度になる。この場合の換気の算出式は, 換気で失なわれる CO_2 も発生する CO_2 も, 室内では十分に拡散すると仮定すれば,

$$C_2 = C_0 + (C_1 - C_0) e^{-VT/m} + (1 - e^{-VT/m}) b/V$$

であらわされる (ただし, b は CO_2 発生量, T は時間とする)。

著者らはこの式の代りに差分方程式を用いても, かんたんに説明しうることを実験的に証明した。

2. 理論の部

換気量を測定しようとする室内の最初 ($t = 0$, t は時間) の CO_2 量を A とし,

$$U(0) = A \dots \dots \dots (1) \text{ (初期条件)}$$

であらわすとする。 CO_2 を一定量ずつ発生させながら, (これを b とする), 強制換気を行なった場合, 換気 1 時間後の室内 CO_2 量を $U(1)$ とすれば, $U(1)$ は最初の A に b を加えたものに, 換気に関する定数 a を乗じたもの, すなわち,

$$U(1) = (A + b) a \dots \dots \dots (2)$$

となる。つぎに, 2 時間後の室内 CO_2 量を $U(2)$ とす

*1 大阪府松原市高見ノ里 ; Takaminosato, Matsubara-shi, Osaka-fu.

れば、 $U(2)$ は1時間後の CO_2 量 $U(1)$ に b を加えたものに、定数 a を乗じたもの、すなわち、

$$U(2) = \{U(1) + b\} a = \{A + b\} a + b a \\ = a^2 b + ab + a^2 A \dots\dots\dots(3)$$

となる。

同様に、3時間後の室内 CO_2 量を $U(3)$ とすれば、

$$U(3) = \{U(2) + b\} a = \{a^2 b + ab + a^2 A + b\} a \\ = a^3 b + a^2 b + ab + a^3 A \dots\dots\dots(4)$$

以上の関係を一般的なつぎの形にまとめる。

$$U(t+1) = a \{U(t) + b\} \dots\dots\dots(5)$$

($a \neq 0$, $t = 0, 1, 2, \dots$, $U(t)$ は t 時間後の、 $U(t+1)$ は $(t+1)$ 時間後の、それぞれの室内 CO_2 量とする。)

$t = 0$ のときが(1)式、 $t = 1$ のときが(2)式、 $t = 2$ のときは(3)式、 $t = 3$ のときは(4)式であり、結局

$$U(t) = a^t b + a^{t-1} b + \dots\dots\dots + a^2 b + ab + a^t A \\ = ab(1 + a + \dots\dots\dots + a^{t-2} + a^{t-1}) + a^t A \dots\dots(6)$$

(6)式の右辺の()の中は等比級数であるから、 $a \neq 1$ とすれば*2、

$$U(t) = ab \cdot (1 - a^t) / (1 - a) + a^t U(0) \\ = a^t \{U(0) - ab / (1 - a)\} + ab / (1 - a) \dots\dots(7)$$

いま、 $U(0) - ab / (1 - a) = C$ とすれば、

$$U(t) = Ca^t + ab / (1 - a) \dots\dots\dots(8)$$

C を任意定数としたとき、(8)式は(5)式の一般解であり、 $C = 0$ のとき

$$U(T) = ab / (1 - a)$$

という定数値関数になり、これを

$$ab / (1 - a) = U^*$$

とあらわし、 U^* は $U(t)$ の均衡値である。従って、一般に

$$U(t) = Ca^t + U^* \dots\dots\dots(9)$$

が得られ、 $|a| < 1$ の場合、 $U(t)$ は U^* に収束する。そして、 $|a|$ の値の小さいほど、室内空気は早く換気されることがわかる。また、 $(t-1)$ 時間後および $(t+1)$ 時間後の CO_2 量は(9)式よりあきらかに

$$U(t-1) = Ca^{t-1} + U^* \dots\dots\dots(10)$$

$$U(t+1) = Ca^{t+1} + U^* \dots\dots\dots(11)$$

が得られる。従って、 $(t+1)$ 時間後と t 時間後のそれぞれの CO_2 濃度の差と、 t 時間後と $(t-1)$ 時間後のそれぞれの CO_2 濃度の差との比を考えると

$$\{U(t+1) - U(t)\} / \{U(t) - U(t-1)\} \\ = (Ca^{t+1} - Ca^t) / (Ca^t - Ca^{t-1}) \\ = Ca^t(a-1) / Ca^{t-1}(a-1) = a \dots\dots\dots(12)$$

*2 $a = 1$ とすれば、(6)式は $U(t) = bt + A$ となり、室内 CO_2 量は時間の経過とともに直線的に増加する。

ただし、 $C \neq 0$, $a \neq 1$ とする。

従って、 CO_2 を発生させながら、ある一定時間後より強制換気を行なった場合、強制換気後 t 時間およびその前後1時間におけるそれぞれの CO_2 濃度の差の比は、(12)式に示すように一定となり、換気に関する定数に等しくなることがわかる。換言すれば、 a の値は(12)式を用いて計算することができるから、ある任意の時間における室内 CO_2 濃度を推定することができる。

3. 実験の部

(1) 室の構造、大きさ

A室：鉄筋コンクリート3階建研究所の1階の写真用暗室(室内実容積 19.66 m^3 , Fig. 1 参照)。このA室の換気は、天井に設えつけられたダクトの吸入口($30 \text{ cm} \times 30 \text{ cm}$)より、 $30 \text{ m}^3/\text{min.}$ の容量のファンで排気する。

Fig. 1 Sketch of "A-ROOM" (net capacity 19.66 m^3)

Fig. 2 Sketch of "B-ROOM" (net capacity 688.94 m^3)

B室：鉄筋コンクリート3階建の3階の階段教室（室内実容積688.94 m³, Fig. 2 参照），東側に引き違い窓，西側（廊下側）と南側（黒板側）にそれぞれ2ヵ所の出入口が附属し，第3種換気設備，すなわち，多翼型タービンポンプ No. 3（100 m³/min. の排気容量をもつ）の排風機に連結する吸入口（30 cm × 30 cm, 8ヵ所）が天井にとりつけられてある。

(2) 自然換気および強制換気によるCO₂濃度の測定

密閉したA室およびB室にCO₂をみだし，ほぼ均等になったのち，各室のCO₂濃度を30分間隔で，日本薬学会衛生試験法に基づくバリット法により測定した。その結果をFig. 3に示す。なお，この自然換気における換気回数は，A室では2.05回/時間，B室では1.22回/時間であった。

自然換気の場合と同様に，CO₂をA室およびB室に

Fig. 3 Natural Ventilation

Fig. 4 Mechanical Ventilation

均等に充満させたのち，強制換気を行ない，30分間隔でCO₂濃度を測定した。その結果をFig. 4に示す。

(3) CO₂を発生させながら強制換気をおこなった場合の室内CO₂濃度の測定

前項(2)の場合と異なり，CO₂を一定量ずつ発生させながら，一定時間後*2（A室では2時間後，B室では4時間後）に強制換気を行ない，両室のCO₂濃度の時間の経過による変化を測定した。その結果をTable IおよびFig. 5に示す。Table Iの $U(t)_{\text{obs.}}$ は実測による室内CO₂濃度であり， $U(t)_{\text{calc.}}$ は最初の室内CO₂濃度 $U(0)$ から，差分方程式を用いて計算して求めた各時間経過後の室内CO₂濃度であり，A室およびB室とも，それぞれ実測値とほぼ一致していることがわかった。従って，普通，換気の算出は指数関数による式が使われるがこの式の代りに差分方程式を用いても説明しうることが実験的に証明された。なお換気に関する定数は，それぞれ， $a = 0.19$ (A室)， $a = 0.21$ (B室)となり，また各室の均衡値はいずれも $U^* = 0.75$ ml/lとなった。

Table I Concentration of CO₂ (ml/l)

Time (hour) t	A-Room		B-Room	
	$U(t)_{\text{obs.}}$	$U(t)_{\text{calc.}}$	$U(t)_{\text{obs.}}$	$U(t)_{\text{calc.}}$
0	3.54	3.54	2.29	2.29
0.5	2.06	2.05	1.44	1.45
1.0	1.29	1.28	1.07	1.07
1.5	1.01	1.00	0.89	0.90
2.0	0.88	0.85	0.81	0.82
2.5	0.82	0.80	0.78	0.78
3.0	0.80	0.77	0.76	0.76
a	0.19		0.21	
U^*	0.75		0.75

Fig. 5 Mechanical Ventilation

*2 Fig. 5に↑印で示す。

4. 結 語

差分法を室内空気換気に応用することを試みたが、もっとも簡単な場合として、線形一階差分方程式を求め、実験結果をほぼ満足し、従来の指数函数による換気の算出式の代りに使用しうることがわかった。なお換気に関しては、複雑な各種条件が組合わされて影響すると思われるため、換気に関する定数 a が室内外の温度差、室外の風向、風速、および拡散によりいかに影響されるかについては、目下検討中である。

終りに臨み、本研究に対し終始御鞭達を賜った大阪薬科大学長柿沼三郎博士に深謝する。

文 献

- 1) 川崎, 堀尾, 正木, 岩崎: 本誌, **9**, 4, 6, (1963)
- 2) 新津 靖: 衛生工業協会誌, **24**, 1 (1950).
- 3) 佐藤 鑑: “公衆衛生学”, 上巻, 325 (1956); “建築学大系”XXII, “室内環境計画”, p. 394 (1960).
- 4) T. Bedford: “Basic Principles of Ventilation and Heating”, III~IX, 143-150, (1948).

大阪市南部およびその近郊の大気汚染

松本 克, 井上正敏, 河原千恵, 今井加奈子 (大阪薬科大学*)

Air Pollution in Southern Parts of Osaka City and its Suburbs.

Koku Matsumoto, Masatoshi Inoue, Chie Kawahara, Kanako Imai

(Osaka College of Pharmacy*)

To examine the concentration of pollutants in the air of Osaka city and its suburbs simultaneously and systematically the concentrations of sulfur dioxide and dust at some settled points were measured all day long for 20 days. The fuchsin-formalin method for sulfur dioxide and the filter air sampler method for dust were adopted and the following results were obtained.

- (1) The concentration of sulfur dioxide rapidly decreased at the point far about 2 Km southern from Tennoji. This point did not change with the date and the time.
- (2) With regard to the concentration of dust such rapidly decreasing point as the case of sulfur dioxide was not observed and the concentration of dust decreased gradually as the distance from the center of the city increased. (Received May 13, 1964)

緒 言

大阪市およびその近郊における大気汚染度について、各研究機関の多くの報告^{1)~8)}があるが、時間的ならびに地域的な汚染質濃度の変化を同時にかつ系統的に測定した例は少ない。

著者らは、この時間的ならびに地域的な汚染質の濃度変化を確めるため、1963年3月上旬森之宮、天王寺およびそれより南 1~1.5 km ごとにほぼ直線上の地点において、約 20 日間 24 時間連続して、亜硫酸ガス濃度およびじんあい濃度を測定した。

測定方法

1. 観測地点 Fig. 1 の●印はそれぞれ観測地点であり、森之宮 (大阪府立公衆衛生研究所) を除き、他の観測地点はすべて近鉄南大阪線沿線にあり、天王寺は大阪学芸大学天王寺分校、天美 (あまみ) は大鉄高等学校、高見の里は大阪薬科大学のそれぞれの所在地であり、他の北田辺、針中野および矢田はそれぞれ民家を借りて観測した。

2. 亜硫酸ガスの測定 フクシン・ホルムアルデヒド法⁹⁾を用いた。

3. じんあいの測定 Filter air sampler^{10), 11)}を用いた。

結果と考察

Fig. 2 は観測した期間中の、6 時から 14 時までの SO_2 ガスとじんあいのそれぞれ各時間についての平均濃度を

* 大阪府松原市高見ノ里; Takaminosato, Matsubara-shi, Osaka-fu.