寫眞像と網膜像との歪の比較*

正會員 尾 本 義 一

Comparison of the Degree of Deformation of Photographic and Retinal Images.

By Y. Omoto, Member.

内 容 梗 概

平面像を斜の方向から寫眞に撮影した場合の像の歪み方を表はす式を求め、左右の歪が一定になる様な場所の軌跡が圓となることを示してある。同じ像

を肉眼で觀た場合の歪み方をも求め近距離に於ては肉眼の方が歪が少なく見得ることを述べてある。

Synopsis.

The degree of deformation of the image of a plane figure, when photographed obliquely, is expressed by simple equations, and is compared with the case, when the same figure is seen by

an eye. It is concluded that the eye can see more correctly than the camera, especially when the distance to the figure is small.

活動寫眞照明委員會に於て映畫を斜の方向から見ると歪んで見えるので斜の方向の座席に制限を置くことが議せられ、それに就ては佐藤武夫氏の研究[§]が發表せられたが、自分は平面像を寫眞に撮つた場合と直接肉眼で見た場合とで、どの位の相違があるかを計算して見たのでそれを報告する。

平面像をその法線の方から見た場合に比べると、斜の方から見た場合には、近い部分が大きく見えるから形が變つて見へる譯である。例へば第一圖甲の點 O をねらつて O に於ける法線と 45° の方向から寫眞に撮ると、 O を中心とする圓が第一圖乙の様に左半部が右半部に比べて著しく大きく寫り、内接形も從て變形する。この場合は O から大きな方の圓の半径即ち小さな方の圓の直徑に等しい距離で寫眞に撮つた場合で、著眼點 O を中心とする多數の圓を畫いて見ると半径の大きいもの程左右の差が著しくなる。從つて一つの半面圖を斜の方から

第 一 圖 甲

ら撮影すると著眼點の近傍はあまり變形せず周邊になる程變形が甚しくなる。次に同じ場所から肉眼で見た場合に網膜の上に生ずる像はほぼ第一圖丙の様になる筈で歪み方は少なくなる。これは網膜面が球面である爲で、寫眞ならば大きな方の圓は乾板からはみ出してしまひ相であるが肉眼では大體よく見えるといふ風に眼の方が都合よくやつて居る。

先づ寫眞像の歪の程度を數字で表はす爲に次の様に考へる。第二圖の圓の中心 O から、法線

第一圖 乙

第一圖 丙

と θ の角をなす方向で d の距離にある點 P で寫眞を撮るものとし、 OP と法線とを含む平面上に在る直徑を AB としそれと φ の角をなす直徑を CD とする。寫眞器の光心と乾板との距離を l とし、圓の半徑を a とすれば OC, OD の寫眞像 $O'C', O'D'$ の大きさは次の様にして求められる。

$$tg \alpha = \frac{a \cos \varphi \cos \theta}{d + a \cos \varphi \sin \theta} = \frac{\cos \theta}{\frac{d}{a} \sec \varphi + \sin \theta}; O'X' = l \operatorname{tg} \alpha \dots\dots\dots (1)$$

$$tg \beta = \frac{a \sin \varphi}{(d + a \cos \varphi \sin \theta) \sec \alpha}; X'C' = l \sec \alpha \operatorname{tg} \beta \dots\dots\dots (2)$$

$$\therefore O'C' = \frac{l \sqrt{tg^2 \varphi + \cos^2 \theta}}{\frac{d}{a} \sec \varphi + \sin \theta}; O'D' = \frac{l \sqrt{tg^2 \varphi + \cos^2 \theta}}{\frac{d}{a} \sec \varphi - \sin \theta} \dots\dots\dots (3)$$

$$\text{又} \quad \frac{O'C'}{O'D'} = \frac{\frac{d}{a} \sec \varphi - \sin \theta}{\frac{d}{a} \sec \varphi + \sin \theta} = m_{\varphi} \dots\dots\dots (4)$$

この m_{φ} といふ比は相等しい、 OC と OD とが寫眞像としては $O'C', O'D'$ の様に異つた長さとなり、その比をとつたものであるから、これを DC の像の歪とすることが出来る。 m_{φ} は $\varphi = 90^\circ$ のときには 1 で歪を生じないことを示し、 φ が小さくなるにつれて段々 1 より小さくなり、 $\varphi = 0$ の時に最小となり歪が最も著しいことを示す。この $\varphi = 0$ の場合の比は $\alpha_1 = \angle OPB$ $\alpha_2 = \angle OPA$ とせば

$$\frac{O'A'}{O'B'} = \frac{tg \alpha_2}{tg \alpha_1} = \frac{\frac{d}{a} - \sin \theta}{\frac{d}{a} + \sin \theta} = m \dots\dots\dots (5)$$

第二圖

第三圖

第四圖

となる。この m を假に左右の歪と名付ける。これは OP と O に於ける法線とが同一水平面内にある場合の水平な直径の左右兩半部の變形程度を表はす。 OP が水平でなくても OP と法線とを含む平面上の半径が最も歪み、それと直交する半径は歪まぬことになる。(5) を變形して

$$d = a \frac{1+m}{1-m} \sin \theta \dots\dots\dots (6)$$

と書けば種々の θ に対して m が一定である様な P 點の軌跡は OA 及び OB の $(1+m)/(1-m)$ 倍を直径とし O 點を通る圓となることが知れる。第三圖に點線で畫いた圓は m が 0.5 乃至 0.8 になる様な P 點の軌跡の左半部を示す。

第四圖は θ が 0° 乃至 80° の時各 θ に対して d と共に右兩半部の割合及び像の全長が變る有様を示したもので、例へば $\theta=50^\circ$ の方向で $d/a=4.5$ の位置では左右兩半部が OA と OB との割合になる。この圖からも判る様に左右の歪は同じ位でも θ が大きくなると像の幅が狭くなる。肖像などを第三圖の Q の様な點から撮ると左右の歪は 0.7 でも全體として非常に細長くなつて見悪くなる。第二圖で $\varphi=90^\circ$ 對應する EF の像 $E'F'$ は d だけに依て變化し θ には無關係であり、 $A'B'$ の方は θ に依て變化するから $A'B'/E'F'=k$ といふ比に依つて像の細長くなる割合を示すことが出来る。この k を假に縦横の歪と呼べばこれが小さくなる程像が細長くなることを表はす。その値は次式で計算される。

$$k = \frac{A'B'}{E'F'} = \frac{tg \alpha_1 + tg \alpha_2}{2 tg \gamma} = \left(\frac{la \cos \theta}{d + a \sin \theta} + \frac{la \cos \theta}{d - a \sin \theta} \right) / \left(2a \frac{l}{d} \right) \\ = \left(\frac{d}{a} \right)^2 \cos \theta \left[\frac{1}{\left(\frac{d}{a} \right)^2 - \sin^2 \theta} \right] \dots\dots\dots (7)$$

但し $\gamma = \angle EOP$ である。

k の一定になる様な P 點の軌跡を求めると第五圖の直線に近い線で表はされる。こゝには左半部のみを畫いてあるのでいづれも點線で畫いた様な O を通る直線を漸近線として居る。この漸近線は $\cos \theta = k$ で表はされる。圖中圓弧の部分は m が一定の點の軌跡であるから、これと k が一定の點の軌跡とを組合せたもの、即ち太線で表はしたものは左右の歪も縦横の歪も一定の値以下になる部分の境界線で、これより法線の方に近づけば歪が段々少なくなる譯である。例へば P といふ點では k も m も .85 と .9 との間にある。

活動寫眞照明委員會では θ が 45° 以下になる様に制限したから上の比が .7 より小さくなる。

肉眼の場合には球面の上に像が出来るのでそれを平面に引き直すことは出来ないが、左右の歪と縦横の歪とは求められる。第六圖に於て球面の半径を r 、その中心と光心 P との距離を ρ とし、 AOB の像を $A'O'B'$ とすると次の關係が成立つ、

$$\frac{\sin \alpha_1'}{\cos \alpha_1' + \frac{\rho}{r}} = tg \alpha_1 \quad \therefore \cot \alpha_1 = \cot \alpha_1' + \frac{\rho}{r} \operatorname{cosec} \alpha_1' \dots\dots\dots (8)$$

ρ/r を第七圖の様に色々にして α_1 と α_1' との關係を見ると第八圖の様に、 ρ/r が 0 と 1 との

第五圖

第六圖

第七圖

第 八 圖

場合は幾何學でよく知られて居る様に α_1 と α_1' とは正比例するが、その中間でも正比例すると考へて差支へない。肉眼では ρ/r が 0 と 1 との間であるから、網膜像の長さは視角 α_1 に比例すると考へて差支へない。即ち寫眞像で $\tan \alpha_1$ に比例する所が網膜像では單に α_1 に比例することになる。従て寫眞像の時 $m = \tan \alpha_2 / \tan \alpha_1$ であつた左右の歪は網膜像では $m' = \alpha_2 / \alpha_1$ となる。従つて先づ α_1 に對する α_2 を求め、次に

$$\frac{m'}{m} = \frac{\tan \alpha_1}{\alpha_1} \bigg/ \frac{\tan \alpha_2}{\alpha_2} \dots\dots\dots (9)$$

から m'/m を求めると第九圖を得る。 α_1 が 30° 位になれば m が 0.33 の時に m' は 0.5 となり歪が少なくなる。 m' が一定な點の軌跡は m とは少し異り第三圖の實線の様な曲線になる。縦横の歪は寫眞像の場合には $k = (\tan \alpha_1 + \tan \alpha_2) / 2 \tan \gamma$ であつたものが今度は $k' = (\alpha_1 + \alpha_2) / 2 \gamma$ となる。第十圖は種々の θ に就て d/a と共に k と k' との變る有様を示したもので實線が k' 、點線が k を表はす。 $\frac{d}{a}$ が 2 より大の時には k の方が k' より稍小さいだけで大差はない。 d/a が 2 より少し小さい所で k と k' が等しくなり、更に d/a が減すると k の方が大きくな

り遂に 1 より大となるが、これは左右の歪の非常に大きい場合である。肉眼の方は $d/a=1$ になる迄は d/a と共に k' が 1 に近づきその變化が緩かである。即ち d/a が 1 に近い近傍では肉眼の方は距離が少し位變つても k' は 1 に近いが寫眞像の方では k がわずかの距離の變化で急激に變ることになる。

但し肉眼は網膜像の全部を鮮明に視るものではなく黄斑部以外は細部を視ることは出来ない。その結果として一つの畫像を視る場合には眼球が動いて視線を畫面上に走らせ各部分を見廻して全體の印象を受けるので、前述の様に着眼點の附近は最も歪が少ないのであるから、結局畫面全體を最も歪の少ない狀態で見ることになるのである。