論 説

タングステンの特性式*

正 會 員 山 内 二 郎

正 會 員 西 川 甚 太

(逓信省電気試験所第一部)

タングステンの特性は Worthing, Forsythe の整理したもの⁽¹⁾ Langmuir, Jones の整理したもの⁽²⁾とあつて、誠に貴重な資料と云はなければならぬ。かやうな特性値の測定及その整理はかなり困難を伴ひ、相當の苦心を要することであらう。

三四年前ある必要があつて Langmuir, Jones の特性表の資料について實驗式を求めたことがあつた。この様な業の眞の意義について疑を持たないわけでもない。その道の權威である兩氏への禮を失することにもなるかも知れない氣もする。しかしながらかうした微かな業が將來タングステン特性の再検討をされる人々へ何等か役に立つまいでもなからう。

筆者の一人西川、今病を養つて故郷にあり、これを發表することについては山内の獨斷であり、内容について不足する所があれば、その全責任は後者にある。尙これ等の實驗式は大河平隆晴君のうまい努力によつて得たものである。此機會に感謝する。

1. 實驗式の形及決定範圍

タングステンの特性は

$$\log_{10} y = a \log_{10} T + \frac{b}{T} + c \dots\dots\dots(1)$$

によつてかなり近く近似せしめ得ることは想像される。茲に y は特性、 T は絶對溫度、 a, b, c は定數である。

特性式が(1)であらはされるとすれば、その特性の溫度指數は

$$n = \frac{T}{y} \frac{dy}{dT} = a - \frac{b}{MT} \dots\dots\dots(2)$$

で與へられる。茲に $M = \log_{10} e = 0.434 \dots\dots\dots$,

2000°~3000°K の 100° おきの特性値により、(1)の a, b, c を最小自乗法によつて求めた。 a, b がわかれば(2)によつて n が求められる。

2. C' の特性式

Langmuir, Jones は溫度尺度を光度との關係式

* Characteristic Equations of Ideal Tungsten Filament, by Z. Yamauti and Z. Nishikawa, Members.

(1) Worthing and Forsythe: Proc. I. C. I., 1924.

(2) Langmuir and Jones: G. E. Rev., Vol. 30, Nos. 6, 3, 8 (June, July Aug) 1927.

$$T = \frac{10,957}{6.797 - \log_{10} C'} \dots\dots\dots(3)$$

によつて決定したと云ふ、 C' は硝子球をとほして光度測定した皮相輝度(c/cm^2)である。(3)によれば

$$a=0, b=-10,957, c=6.797 \dots\dots\dots(3a)$$

である。

(3) が成立するものとすれば、輝度の温度指数 n_B は (3) から求めた C' の温度指数と等しいから

$$n_B = \frac{10,957}{M T} = \frac{25,230}{T} \dots\dots\dots(4)$$

となつて温度に逆比例すべきである。L-J 第2表の n_B は第1圖の點の値で、(4)の與へる値は實線の値である。即ち L-J の n_B がこの式から求められたものでない。それがどう云ふ理由からさうであるかはわからない。

(3) から決定せられた温度尺度でありながら、逆に L-J 第1表の C' の $2000^\circ\text{K} \sim 3000^\circ\text{K}$ の値について最小自乗法で、

a, b, c を求めると

$$a=0.4613, b=-10,350, c=4.9817$$

$$b/M = -23,830 \dots\dots\dots(5)$$

(3), (4), (5) によつて計算した値と L-J 表の値とを比較すると第1表のようになる。

第 1 圖

第 1 表 C' 及 n_B の値

$T^\circ\text{K}$	C'			n_B		
	L-J	(3a)	(5)	L-J	(4)	(5)
1000	0.00013	0.000069	0.00010	22.75	25.23	24.29
1100	0.0011	0.000685	0.00095	21.30	22.95	22.13
1200	0.0065	0.00431	0.0060	19.90	21.04	20.32
1300	0.0235	0.0233	0.0286	18.55	19.47	18.79
1400	0.107	0.0935	0.110	17.40	18.02	17.48
1500	0.343	0.310	0.352	16.37	16.82	16.35
1600	0.956	0.890	0.980	15.47	15.77	15.36
1700	2.40	2.25	2.42	14.64	14.85	14.48
1800	5.27	5.13	5.41	13.90	14.02	13.70
1900	11.27	10.72	11.14	13.20	13.28	13.00
2000	21.3	20.8	21.4	12.57	12.61	12.38
2100	38.9	38.0	38.5	12.00	12.01	11.81
2200	65.9	65.6	65.9	11.48	11.48	11.29
2300	106.8	107.9	109.9	11.00	11.00	10.82
2400	169.4	170.5	169.3	10.55	10.52	10.39

2500	255.5	259.5	256.6	10.13	10.09	9.99
2600	375.0	382	377	9.75	9.73	9.63
2700	548	548	539	9.39	9.34	9.29
2800	754	765	751	9.06	9.01	8.97
2900	1017	1044	1023	8.74	8.70	8.68
3000	1364	1395	1367	8.45	8.41	8.40
3100	1798	1830	1793	8.18	8.14	8.15
3200	2320	2360	2310	7.94	7.88	7.91
3300	2980	3000	2940	7.72	7.65	7.68
3400	3770	3750	3690	7.50	7.43	7.47
3500	4680	4640	4570	7.32	7.21	7.27
3600	5700	5670	5590	7.14	7.01	7.08
3655	6350	6500	6220	7.06	6.90	6.98

C' の値を比較すれば、 $2000^{\circ}\sim 3000^{\circ}\text{K}$ の範囲外に於ても、寧ろ(3a)によつて計算した値よりも(5)によつて計算した値の方がより近いと云へやう。

もし(3a)による値がL-J表の値とかやうにちがつてゐる、しかもそのちがひの方が温度の低い方では少目に、高い方では多目に、云ひかへると一方的傾向にちがつてゐると云ふことは、L-J表の與へる温度尺度に疑を懷かないわけには行かなくなる。

3. W' , R' , A' , V' の特性式

温度尺度が以上の様な疑があるとしても、兎に角L-J表の與へる他の函數値 W' , R' , A' , V' について同様な實驗式を求めて見ると、第2表の示し値となる。

第2表 W' , R' , A' , V' の特性式の係數

函 數	a	b	c	
W'	3.5558	-1,190	- 9.2655	(6)
R'	1.3027	+ 123.2	- 8.5021	(7)
A'	1.1513	- 625.2	- 0.4784	(8)
V'	2.4121	- 556.6	- 8.8159	(9)

此等の特性式による値とL-J表の値との百分率開きは第5表の通りである。

これ等の2つ宛とつて他を導くと第3表の様になる。

第 3 表

		<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	
<i>W'</i>	<i>W'</i>	3.5558	- 1190.	- 9.2655	(6)
	<i>A'² R'</i>	3.6053	- 1127	- 9.4589	
	<i>V'² R'</i>	3.5215	- 1237	- 9.1297	
	<i>V' A'*</i>	3.5634	- 1182	- 9.2943	(10)
<i>R'</i>	<i>R'</i>	1.3027	+ 123.2	- 8.5021	(7)
	<i>V'/A'*</i>	1.2608	+ 68.6	- 8.3375	(11)
	<i>W'/A'²</i>	1.2532	+ 60.5	- 8.3086	
	<i>V'² /W'</i>	1.2684	+ 76.8	- 8.3663	
<i>A'</i>	<i>A'</i>	1.1513	- 625.2	- 0.4784	(8)
	<i>W'/V'</i>	1.1438	- 633.4	- 0.4496	
	<i>V'² /R'</i>	1.1093	- 679.8	- 0.3138	
	$(W'/R')^{\frac{1}{2}}$	1.1266	- 656.6	- 0.3817	
<i>V'</i>	<i>V'</i>	2.4121	- 556.6	- 8.8159	(9)
	<i>A'R'</i>	2.4541	- 748.4	- 8.9805	
	<i>W'/A'</i>	2.4045	- 564.8	- 8.7871	
	$(W'/R')^{\frac{1}{2}}$	2.4293	- 533.4	- 8.8838	

かやうに *W'*, *R'*, *A'*, *V'* の2つ宛をとつて他の値を示す特性式を導くも、一致しない。3つ宛をとつて

$$\left. \begin{array}{l} W' = V' A' \\ V' = A' R' \\ V'^2 = W' R' \\ W' = A'^2 R' \end{array} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

となることから、第2表の係数の関係を見ると

$$\left. \begin{array}{l} 0.0076 \log_{10} T + 8.2/T - 0.0288 = \log_{10} (1 + \delta_1) \\ 0.0419 \log_{10} T + 54.6/T - 0.1646 = \log_{10} (1 + \delta_2) \\ 0.0343 \log_{10} T + 46.4/T - 0.1358 = \log_{10} (1 + \delta_3) \\ 0.0495 \log_{10} T + 62.7/T - 0.1934 = \log_{10} (1 + \delta_4) \end{array} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

となり、 δ は何れも0となるべきものである。そのひらきは第4表に見る通りである。

實測値は恐らくは *V'* と *A'* とからであらうから、*W'* 及 *R'* をそれから導いた式第3表の(10)及(11)式がより實際に近いかも知れない。その計算値と L-J 値とのひらきも第5表に示す。

第 4 表

$T^{\circ} \text{K}$	$\delta_1 \times 100$	$\delta_2 \times 100$	$\delta_3 \times 100$	$\delta_4 \times 100$
1000	0.5	3.7	3.2	4.2
1500	0.2	1.1	1.0	1.3
2000	0.1	0.2	0.15	0.3
2500	0.07	0.15	- 0.1	- 0.05
3000	0.07	- 0.25	0.0	- 0.1
3500	0.1	- 0.25	- 0.2	0.0

第5表の1 V' 及 A'

$T^{\circ} \text{K}$	$V' \times 10^3$			A'		
	L-J	(9)	ひらき(%)	L-J	(8)	ひらき(%)
1000	7.749	7.305	5.7	244.1	224.0	8.5
1100	10.71	10.33	3.6	301.0	285.0	5.3
1200	14.34	14.04	2.1	363.4	351.3	3.3
1300	18.70	18.49	1.2	430.9	422.5	2.0
1400	23.85	23.72	0.5	503.5	498.0	1.1
1500	29.85	29.78	0.2	580.6	577.4	0.6
1600	36.93	36.62	0.3	662.2	660.4	0.3
1700	44.52	44.64	- 0.3	747.3	746.6	0.1
1800	53.28	53.30	0	836.0	835.8	0
1900	63.02	63.04	0	927.4	927.7	0
2000	73.75	73.80	- 0.1	1022	1022	0
2100	85.57	85.48	0.1	1119	1118	0.1
2200	98.40	98.44	0	1217	1218	- 0.1
2300	112.4	112.4	0	1319	1319	0
2400	127.5	127.2	0.3	1422	1422	0
2500	143.6	143.7	- 0.1	1526	1526	0
2600	161.1	161.1	0	1632	1633	- 0.1
2700	179.7	179.7	0	1741	1741	0
2800	199.5	199.5	0	1849	1850	- 0.1
2900	220.6	220.6	0	1961	1961	0
3000	243.0	243.0	0	2072	2073	0
3100	266.7	266.6	0	2187	2186	0.1
3200	291.7	291.6	0	2301	2300	0.1
3300	318.3	317.9	0.1	2418	2416	0.1
3400	346.2	345.5	0.2	2537	2533	0.2
3500	375.7	374.6	0.3	2657	2650	0.2
3600	406.7	405.0	0.4	2777	2769	0.3
3655	423.4	422.3	0.3	2838	2835	0.1

第5表の2 W' 及 R'

$T^{\circ} K$	W'					$R' \times 10^6$				
	L-J	(6)	ひらき (%)	(10)	ひらき (%)	L-J	(7)	ひらき (%)	(11)	ひらき (%)
1000°	1.891	1.629	13.8	1.637	13.4	31.74	33.67	- 6.4	32.61	- 6.3
1100	3.223	2.934	9.0	2.944	12.5	35.58	37.33	- 4.9	36.24	- 1.9
1200	5.210	4.919	5.1	4.933	5.3	39.46	40.92	- 3.7	39.97	- 1.3
1300	8.060	7.795	3.3	7.811	3.0	43.40	44.60	- 2.8	43.76	- 0.8
1400	12.01	11.79	1.8	11.81	1.7	47.37	48.36	- 2.1	47.63	- 0.5
1500	17.33	17.17	1.9	17.19	1.4	51.40	52.20	- 1.5	51.57	- 0.3
1600	24.32	24.22	0.4	24.24	0.3	55.46	56.11	- 1.2	55.58	- 0.2
1700	33.28	33.23	0.2	33.25	0.1	59.58	60.09	- 0.9	59.65	- 0.1
1800	44.54	44.53	0	44.54	0	63.74	64.13	- 0.6	63.77	0
1900	58.45	58.46	0	58.49	- 0.1	67.94	68.25	- 0.4	67.96	0
2000	75.37	75.41	- 0.1	75.43	- 0.2	72.19	72.42	- 0.3	72.19	0
2100	95.69	95.58	0.1	95.60	0.1	76.49	76.61	- 0.2	76.47	0
2200	119.8	119.9	- 0.1	119.9	- 0.1	80.83	80.94	- 0.1	80.83	0
2300	148.2	148.2	0	148.2	0	85.22	85.13	0.1	85.03	0.2
2400	181.2	181.2	0	181.2	0	89.65	89.69	- 0.1	89.66	0
2500	219.3	219.3	0	219.3	0	94.13	94.14	0	94.15	0
2600	263.0	263.0	0	263.0	0	98.66	98.63	0	98.68	0
2700	312.7	312.7	0	312.7	0	103.22	103.2	0	103.5	- 0.3
2800	368.9	369.3	- 0.1	369.1	0	107.85	107.8	0	107.9	0
2900	432.4	432.4	0	432.5	0	112.51	112.5	0	112.5	0
3000	503.5	503.4	0	503.5	0	117.21	117.2	0	117.2	0
3100	583.0	582.6	0.1	582.7	0	121.95	121.9	0	122.0	0
3200	671.5	670.5	0.2	670.7	0.1	126.76	126.7	0	126.8	0
3300	769.7	767.7	0.3	767.9	0.2	131.60	131.5	0	131.6	0
3400	878.3	874.7	0.4	875.1	0.4	136.49	136.4	0	136.4	0
3500	998.0	992.3	0.6	992.8	0.5	141.42	141.3	0.1	141.3	0.1
3600	1130.	1121.	0.8	1122.	0.8	146.40	146.2	0.1	146.3	0.1
3655	1202.	1196.	0.5	1199.	0.4	149.15	149.0	0.1	149.0	0.1

4. W' , R' , A' , V' の温度指數

A' には (8), V' には (9), W' には (10), R' には (11) 式を用ひて温度指數を (2) によつ

て係数を定め (第6表) それから計算した値及 L-J 表の値との比較を示すと第7表の様になる。

第 6 表

函 数	a	b/M
A'	1.151	- 1440
V'	2.412	- 1282
W'	3.563	- 2721
R'	1.261	+ 158

第7表 A', V', W', R' の温度指数

T° K	A'	V'	R'		W'	
			L - J	計 算 値	L - J	計 算 値
1000	2.591	3.694	1.200	1.103	5.65	6.29
1200	2.351	3.480	1.189	1.129	5.49	5.83
1400	2.180	3.328	1.182	1.148	5.34	5.51
1600	2.051	3.213	1.179	1.162	5.20	5.26
1800	1.951	3.124	1.182	1.173	5.06	5.08
2000	1.871	3.053	1.186	1.182	4.93	4.92
2100	1.837	3.022	1.188	1.185	4.87	4.86
2200	1.806	2.995	1.190	1.189	4.81	4.80
2300	1.777	2.969	1.192	1.192	4.76	4.75
2400	1.751	2.946	1.195	1.195	4.71	4.70
2500	1.727	2.925	1.197	1.198	4.66	4.65
2600	1.705	2.905	1.200	1.200	4.61	4.61
2700	1.684	2.887	1.202	1.203	4.58	4.57
2800	1.665	2.870	1.205	1.205	4.54	4.54
2900	1.648	2.854	1.207	1.206	4.51	4.50
3000	1.631	2.839	1.210	1.208	4.48	4.47
3100	1.616	2.826	1.213	1.210	4.46	4.44
3200	1.601	2.813	1.216	1.212	4.43	4.41
3300	1.587	2.800	1.218	1.213	4.42	4.39
3400	1.575	2.789	1.221	1.214	4.41	4.36
3500	1.562	2.778	1.224	1.216	4.40	4.34
3600	1.551	2.768	1.227	1.217	4.39	4.32

5. L/W 及 $V' \sqrt[3]{A'}$ の特性式

上記の結果から能率 $e(=L/W')$ 及 $V' \sqrt[3]{A'}$ の特性式を求めると次の通りである。

$$\begin{aligned} \log_{10} L' &= \log_{10} (1.02 C' \pi^2) \\ &= 1.0029 + \log_{10} C' \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

(14)式の右邊第2項は(3a)式又は(5)式であらばされるから、それ等の定数項のみを

$$\left. \begin{array}{ll} (3a) \text{ 式の場合} & e=7.800 \\ (5) \text{ 式の場合} & e=5.9846 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

とすればよい。即ち

$$\left. \begin{aligned} \log_{10} e &= -3.5634 \log_{10} T - \frac{9,775}{T} + 17.094 \quad ((15) \text{ 第1式の場合}) \\ &= -3.1021 \log_{10} T - \frac{9,168}{T} + 15.279 \quad (\text{同} \quad \text{第2式の場合}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(16)$$

温度指數は從つて

$$\left. \begin{aligned} n_e &= -3.563 + \frac{22,510}{T} \quad (\text{第1式の場合}) \\ &= -3.102 + \frac{21,110}{T} \quad (\text{第2式の場合}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(17)$$

$V'\sqrt[3]{A'}$ の特性式は

$$\log_{10}(V'\sqrt[3]{A'}) = 2.7959 \log_{10} T - \frac{765}{T} - 8.9754 \dots\dots\dots(18)$$

温度指數 n は

$$n = 2.796 + \frac{1762}{T} \dots\dots\dots(19)$$

此等による値を示せば第8表の通りである。

第 8 表

T° K	e			n _e			V'\sqrt[3]{A'}×10 ³ .		nV'\sqrt[3]{A'}
	L-J	(16)の1	(16)の2	L-J	(17)の1	(17)の2	L-J	(18)	
1000	0.000693	0.000425	0.000638	17.3	18.9	18.0	43.42	44.39	4.56
1200	0.0126	0.00946	0.0122	14.2	15.2	14.5	102.3	99.13	4.26
1400	0.0899	0.0796	0.0935	12.0	12.5	12.0	189.8	188.2	4.06
1600	0.395	0.369	0.407	10.3	10.5	10.1	320.1	319.8	3.90
1800	1.19	1.16	1.22	8.8	8.9	8.6	502.0	502.4	3.78
2000	2.84	2.78	2.85	7.6	7.7	7.5	742.9	743.7	3.68
2100	4.08	3.99	4.05	7.1	7.2	7.0	888.2	889.0	3.64
2200	5.52	5.50	5.54	6.7	6.7	6.5	1051	1052	3.60
2300	7.24	7.33	7.32	6.2	6.2	6.1	1232	1234	3.56
2400	9.39	9.47	9.40	5.8	5.8	5.7	1433	1434	3.53
2500	11.72	11.90	11.78	5.5	5.4	5.3	1654	1656	3.50
2600	14.34	14.64	14.43	5.1	5.1	5.0	1897	1899	3.47
2700	17.60	17.63	17.34	4.8	4.8	4.7	2162	2163	3.45
2800	20.53	20.86	20.48	4.5	4.5	4.4	2448	2451	3.43
2900	23.64	24.29	23.82	4.2	4.2	4.2	2761	2762	3.40
3000	27.25	27.88	27.33	4.0	3.9	3.9	3097	3099	3.38
3100	30.95	31.60	30.98	3.7	3.7	3.7	3461	3462	3.36
3200	34.70	35.40	34.73	3.5	3.5	3.5	3852	3850	3.35
3300	38.90	39.27	38.55	3.3	3.3	3.3	4273	4266	3.33
3400	43.20	43.16	42.42	3.1	3.1	3.1	4723	4713	3.31
3500	47.15	47.02	46.29	2.9	2.9	2.9	5202	5187	3.30
2600	50.70	50.84	50.15	2.8	2.7	2.8	5718	5691	3.29
3655	53.10	52.92	52.26	2.7	2.6	2.7	5994	5981	3.28

結 び

上に述べて來たことから, Langmuir-Jones の表の値は次の様な疑がある.

(1) 溫度尺度の更正

(2) V' , A' , W' , R' 等の相關聯した函數の値の相互關係

従つて將來これ等の値を實測する場合にそれ等の實驗價值を注意しなければなるまい.

タングステンの諸函數は溫度に對して

$$\log_{10} y = a \log_{10} T + \frac{b}{T} + c$$

として相當廣い範圍があらはされる. 抵抗の溫度指數には溫度に對して極小値があることと諸函數の値が低溫度に於て上記の式の計算値と等しくひらいてゐることは

$$\log_{10} y = a \log_{10} T + \frac{b}{T} + c + dT$$

の様な式としてあらはす必要があるのではないかと云ふ疑を懷かせる. ただ吾人の必要な高い溫度では必要な程度でよくあらはされてゐるので, これ以上は控へておいたのである.