プランク公式の計算表*

正 会 員 尾 本 義 一

黒體輻射に関するプランクの公式

$$J = c_1 \lambda^{-5} (e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1)^{-1} \dots \dots \dots (1)$$

は -1 といふ項を含むから對數計算に不便であるが、Jahnke-Emde の函數表の1933年版にこの公式の計算を容易にする爲の表が載つて居るからこれに若干の補足を加へて紹介する。

$$\text{今 } x = \frac{T}{c_2} \lambda, \quad y = \frac{c_2^5}{c_1} \frac{J}{T^5}$$

と置けば、式(1)は

$$yx^5(e^{\frac{1}{x}} - 1) = 1 \dots \dots \dots (2)$$

といふ形になる。

この式で x の種々の値に對して y の値を計算して表をつくつて置けば、任意の溫度 T に對して

$$\lambda = \frac{c_2}{T} x, \quad J = \frac{c_1}{c_2^5} T^5 y \dots \dots \dots (3)$$

といふ二式に依つて x と y の對應値から、 λ と J の對應値を求め得る。

$$\text{今 } c_1 = 3.739 \times 10^{-12} \text{ W cm}^2, \quad c_2 = 1.432 \text{ cm deg. とすれば}$$

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{c_2}{T} x (\text{cm}) = \frac{c_2}{T} x \times 10^7 (\text{m}\mu) = \frac{x}{T} \times 1.432 \times 10^7 (\text{m}\mu) = \\ &= Ax \dots \dots \dots (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J &= \frac{c_1}{c_2^5} T^5 y (\text{W cm}^{-2}) = \frac{c_1}{c_2^5} T^5 y \times 10^{-7} (\text{W cm}^{-2} \text{ m}\mu^{-1}) \\ &= T^5 y \times 6.21 \times 10^{-20} (\text{W cm}^{-2} \text{ m}\mu^{-1}) = By \dots \dots \dots (4') \end{aligned}$$

となる。或は對數をとつて

$$\log \lambda = \log x + \log A; \quad \log A = 7.15594 - \log T \dots \dots \dots (5)$$

$$\log J = \log y + \log B; \quad \log B = \overline{20.79306} + 5 \log T \dots \dots \dots (5')$$

とすることも出来る。實際の計算では x が等間隔で與へてあれば y の計算は逐次に加算を行ふ方が容易で、 J の方は計算器に依るのでなければ對數計算の方が容易である。

第1表は Jahnke-Emde が與へた x, y の表に $\log y$ を附加したもので、第2表は數個の T に對して(4)(5)式の A, B 或はその對數を計算したものである。常數 c_1, c_2 の値が異なる場合

* Table Radiation Function, By y. Omoto, Member.

第 1 圖

第 2 圖

x	y	$\log y$	x	y	$\log y$	x	y	$\log y$
5	19.12	1.28149	25	7.578	0.87955	25	1.6797	0.22523
6	19.24	1.28421	30	7.368	0.86735	30	1.6436	0.21580
7	19.36	1.28691	35	7.163	0.85509	35	1.6085	0.20642
8	19.48	1.28959	40	6.965	0.84292	40	1.5743	0.19709
9	19.59	1.29203	45	6.773	0.83078	45	1.5409	0.18777
0.170	19.69	1.29425	50	6.586	0.81862	50	1.5084	0.17852
2	19.89	1.29863	55	6.406	0.80659	55	1.4768	0.16932
4	20.08	1.30276	60	6.231	0.79456	60	1.4459	0.16014
6	20.25	1.30643	65	5.061	0.78254	65	1.4158	0.15100
8	20.40	1.30963	70	5.896	0.77056	70	1.3865	0.14192
0.180	20.54	1.31260	75	5.736	0.75861	75	1.3580	0.13290
5	20.82	1.31848	80	5.582	0.74679	80	1.3301	0.12388
			85	5.432	0.73496	85	1.3029	0.11491
0.190	21.02	1.32263	90	5.286	0.72313	90	1.2764	0.10599
5	21.15	1.32531	95	5.145	0.71139	95	1.2506	0.09712
0.200	21.20	1.32634	0.500	5.009	0.69975	0.800	1.2254	0.08828
05	21.18	1.32593	05	4.876	0.68806	05	1.2009	0.07951
10	21.11	1.32449	10	4.748	0.67651	10	1.1769	0.07074
15	20.99	1.32201	15	4.623	0.66492	15	1.1535	0.06202
20	20.82	1.31848	20	4.502	0.65341	20	1.1307	0.05335
25	20.61	1.31408	25	4.385	0.64197	25	1.1084	0.04470
30	20.36	1.30878	30	4.271	0.63053	30	1.0867	0.03611
35	20.08	1.30276	35	4.161	0.61920	35	1.0655	0.02755
40	19.78	1.29623	40	4.054	0.60788	40	1.0448	0.01903
45	19.45	1.28892	45	3.951	0.59671	45	1.0246	0.01055
50	19.10	1.28103	50	3.850	0.58546	50	1.0048	0.00208
55	18.74	1.27277	55	3.753	0.57438	55	0.9856	1.99370
60	18.372	1.26416	60	3.658	0.56324	60	0.9667	1.98529
65	17.989	1.25501	65	3.566	0.55218	65	0.9484	1.97699
70	17.600	1.24551	70	3.477	0.54120	70	0.9304	1.96867
75	17.206	1.23568	75	3.390	0.53020	75	0.9129	1.96042
80	16.809	1.22554	80	3.307	0.51943	80	0.8958	1.95221
85	16.411	1.21514	85	3.225	0.50853	85	0.8790	1.94399
90	16.013	1.20447	90	3.146	0.49776	90	0.8627	1.93586
95	15.617	1.19360	95	3.069	0.48700	95	0.8467	1.92773
0.300	15.224	1.18253	0.600	2.995	0.47640	0.900	0.8311	1.91965
05	14.834	1.17126	05	2.922	0.46568	05	0.8158	1.91158
10	14.449	1.15984	10	2.852	0.45515	10	0.8009	1.90358
15	14.070	1.14829	15	2.783	0.44451	15	0.7863	1.89559
20	13.696	1.13659	20	2.717	0.43409	20	0.7721	1.88767
25	13.329	1.12480	25	2.653	0.42374	25	0.7581	1.87972
30	12.968	1.11287	30	2.590	0.41330	30	0.7445	1.87186
35	12.615	1.10089	35	2.529	0.40295	35	0.7311	1.86398
40	12.270	1.08884	40	2.470	0.39270	40	0.7181	1.85618
45	11.932	1.07671	45	2.412	0.38238	45	0.7054	1.84844
50	11.601	1.06450	50	2.356	0.37218	50	0.6929	1.84067
55	11.279	1.05227	55	2.302	0.36211	55	0.6807	1.83296
60	10.965	1.04001	60	2.249	0.25199	60	0.6687	1.82523
65	10.658	1.02768	65	2.198	0.34203	65	0.6571	1.81763
70	10.360	1.01536	70	2.148	0.33203	70	0.6456	1.80996
75	10.069	1.00299	75	2.099	0.32201	75	0.6344	1.80236
80	9.787	0.99065	80	2.052	0.31218	80	0.6235	1.79484
85	9.512	0.97827	85	2.006	0.30233	85	0.6123	1.78732
90	9.245	0.96591	90	1.961	0.29248	90	0.6023	1.77981
95	8.985	0.95352	95	1.918	0.28285	95	0.5920	1.77232
0.400	8.733	0.94116	0.700	1.875	0.27300	1.00	0.5820	1.76492
05	8.488	0.92881	05	1.8341	0.26342	1	0.5625	1.75012
10	8.250	0.91645	10	1.7939	0.25380	2	0.5438	1.73544
15	8.020	0.90417	15	1.7548	0.24423	3	0.5259	1.72090
20	7.796	0.89187	20	1.7168	0.23472	4	0.5087	1.70646

にはこの A, B だけが異なつて来る。

通常の書籍に散見する輻射曲線には J の單位の定まらぬものが多いので参考の爲に上の表によつて輻射曲線を二、三書いて見た。

式(2)の曲線を書けば、(3)に依つて x 軸の目盛を溫度 T に反比例させ、 y 軸の目盛を T^5 に比例させると、第1圖の様に1つの曲線を種々の溫度の場合の輻射曲線として利用し得られ、ウィーンの変移法則等も明瞭になる。

第2圖は波長 λ の目盛を一種に止め、種々の溫度に對する J の値を對數方眼紙に記入したもので相當に廣範圍の溫度に對する變化を示し得る利益があるが、その面積から輻射束を計算するには不適當である。

これ等の曲線ではわざと J を $W\text{ cm}^{-2}\text{ m}\mu^{-1}$ といふ單位で示してあるが、これは cm^{-2} の方は輻射表面の面積に、 $\text{m}\mu^{-1}$ の方は波長範圍に對應することを強調する爲で、従つて通例の様に $W\text{ cm}^{-3}$ といふ單位で表はされたものの數値の 10^{-7} 倍となつて居る。

第 1 表

x	y	$\log y$	x	y	$\log y$	x	y	$\log y$
0.060	0.07430	2.87099	5	3.466	0.53983	0.130	12.296	1.08976
1	0.08990	2.95376	6	3.671	0.56478	1	12.550	1.09864
2	0.10797	1.03330	7	3.880	0.58883	2	12.801	1.10724
3	0.12875	1.10975	8	4.095	0.61225	3	13.050	1.11561
4	0.15249	1.18324	9	4.315	0.63498	4	13.296	1.12372
5	0.17946	1.25397	0.100	4.540	0.65706	5	13.540	1.13162
6	0.2099	1.32201	1	4.769	0.67843	6	13.780	1.13925
7	0.2441	1.38757	2	5.003	0.69923	7	14.017	1.14666
8	0.2823	1.45071	3	5.241	0.71941	8	14.251	1.15385
9	0.3248	1.51162	4	5.482	0.73894	9	14.482	1.16083
0.070	0.3718	1.57031	5	5.729	0.75793	0.140	14.710	1.16761
1	0.4235	1.62685	6	5.976	0.77641	1	14.934	1.17418
2	0.4802	1.68142	7	6.227	0.79428	2	15.154	1.18053
3	0.5422	1.73416	8	6.481	0.81164	3	15.371	1.18670
4	0.6095	1.78497	9	6.738	0.82853	4	15.584	1.19268
5	0.6825	1.83410	0.110	6.998	0.84497	5	15.793	1.19846
6	0.7613	1.88156	1	7.259	0.86088	6	15.998	1.20407
7	0.8460	1.92737	2	7.522	0.87633	7	16.200	1.20952
8	0.9568	1.98082	3	7.787	0.89137	8	16.397	1.21476
9	1.0339	0.01448	4	8.053	0.90596	9	16.591	1.21987
0.080	1.1373	0.05588	5	8.320	0.92012	0.150	16.780	1.22479
1	1.2471	0.09590	6	8.588	0.93389	1	16.966	1.22958
2	1.3635	0.13466	7	8.856	0.94724	2	17.147	1.23419
3	1.4864	0.17214	8	9.125	0.96023	3	17.324	1.23865
4	1.6160	0.20844	9	9.393	0.97280	4	17.497	1.24296
5	1.7521	0.24356	0.120	9.662	0.98507	5	17.666	1.24714
6	1.8948	0.27756	1	9.931	0.99699	6	17.830	1.25115
7	2.044	0.31048	2	10.198	1.00852	7	17.890	1.25261
8	2.200	0.34242	3	10.465	1.01974	8	18.146	1.25878
9	2.362	0.37328	4	10.731	1.03064	9	18.298	1.26240
0.090	2.531	0.40329	5	10.996	1.04123	0.160	18.446	1.26590
1	2.706	0.43233	6	11.259	1.05150	1	18.589	1.26926
2	2.887	0.46045	7	11.521	1.06149	2	18.73	1.27254
3	3.074	0.48770	8	11.781	1.07118	3	18.86	1.27554
4	3.267	0.51415	9	12.040	1.08063	4	18.99	1.27852

x	y	$\log y$	x	y	$\log y$	x	y	$\log y$
5	0.4922	$\bar{1}.69214$	5	0.2032	$\bar{1}.30792$	5	0.09814	$\bar{2}.99185$
6	0.4764	$\bar{1}.67797$	6	0.1979	$\bar{1}.29645$	6	0.09599	$\bar{2}.98223$
7	0.4611	$\bar{1}.66380$	7	0.1928	$\bar{1}.28511$	7	0.09389	$\bar{2}.96313$
8	0.4465	$\bar{1}.64982$	8	0.1878	$\bar{1}.27370$	8	0.09186	$\bar{2}.97262$
9	0.4325	$\bar{1}.63599$	9	0.18298	$\bar{1}.26240$	9	0.08988	$\bar{2}.95366$
1.10	0.4190	$\bar{1}.62221$	1.40	0.17831	$\bar{1}.25118$	1.70	0.08795	$\bar{2}.94424$
1	0.4060	$\bar{1}.60853$	1	0.17380	$\bar{1}.24005$	1	0.08607	$\bar{2}.93485$
2	0.3935	$\bar{1}.59494$	2	0.16943	$\bar{1}.22899$	2	0.08424	$\bar{2}.92552$
3	0.3814	$\bar{1}.58138$	3	0.16519	$\bar{1}.21798$	3	0.08246	$\bar{2}.91624$
4	0.3699	$\bar{1}.56808$	4	0.16109	$\bar{1}.20707$	4	0.08073	$\bar{2}.90703$
5	0.3587	$\bar{1}.55473$	5	0.15711	$\bar{1}.19620$	5	0.07904	$\bar{2}.89785$
6	0.3480	$\bar{1}.54158$	6	0.15325	$\bar{1}.18540$	6	0.07740	$\bar{2}.88874$
7	0.3377	$\bar{1}.52853$	7	0.14951	$\bar{1}.17467$	7	0.07580	$\bar{2}.87967$
8	0.3277	$\bar{1}.51548$	8	0.14588	$\bar{1}.16400$	8	0.07424	$\bar{2}.87064$
9	0.3181	$\bar{1}.50256$	9	0.14236	$\bar{1}.15339$	9	0.07272	$\bar{2}.86165$
1.20	0.3089	$\bar{1}.48982$	1.50	0.13895	$\bar{1}.14286$	1.80	0.07124	$\bar{2}.85272$
1	0.3000	$\bar{1}.47712$	1	0.13564	$\bar{1}.13239$	1	0.06979	$\bar{2}.84379$
2	0.2914	$\bar{1}.46449$	2	0.13242	$\bar{1}.12195$	2	0.06838	$\bar{2}.83493$
3	0.2831	$\bar{1}.45194$	3	0.12930	$\bar{1}.11160$	3	0.06701	$\bar{2}.82614$
4	0.2751	$\bar{1}.43949$	4	0.12627	$\bar{1}.10130$	4	0.06567	$\bar{2}.81737$
5	0.2674	$\bar{1}.42716$	5	0.12333	$\bar{1}.09107$	5	0.06437	$\bar{2}.80868$
6	0.2599	$\bar{1}.41481$	6	0.12047	$\bar{1}.08088$	6	0.06309	$\bar{2}.79996$
7	0.2527	$\bar{1}.40261$	7	0.11770	$\bar{1}.07078$	7	0.06185	$\bar{2}.79134$
8	0.2458	$\bar{1}.39058$	8	0.11500	$\bar{1}.06070$	8	0.06064	$\bar{2}.78276$
9	0.2390	$\bar{1}.37840$	9	0.11239	$\bar{1}.05073$	9	0.05946	$\bar{2}.77422$
1.30	0.2326	$\bar{1}.36661$	1.60	0.10984	$\bar{1}.04076$	1.90	0.05830	$\bar{2}.76567$
1	0.2263	$\bar{1}.35468$	1	0.10737	$\bar{1}.03088$	1	0.05718	$\bar{2}.75724$
2	0.2202	$\bar{1}.34282$	2	0.10496	$\bar{1}.02102$	2	0.05608	$\bar{2}.74881$
3	0.2144	$\bar{1}.33122$	3	0.10262	$\bar{1}.01123$	3	0.05501	$\bar{2}.74044$
4	0.2087	$\bar{1}.31952$	4	0.10035	$\bar{1}.00152$	4	0.05396	$\bar{2}.73207$
						5	0.05294	$\bar{2}.72378$

第 2 表

$T^{\circ}\text{K}$	$\log A$	$\log B$	A	B
1000	4.15594	$\bar{5}.79306$	1.432×10^4	6.210×10^{-5}
1500	3.97985	$\bar{4}.67351$	9.547×10^3	4.715×10^{-4}
2000	3.85491	$\bar{3}.29821$	7.160×10^3	1.987×10^{-3}
2500	3.75800	$\bar{3}.78276$	5.728×10^3	6.064×10^{-3}
3000	3.67882	$\bar{2}.17866$	4.773×10^3	1.509×10^{-2}
3500	3.61187	$\bar{2}.51341$	4.091×10^3	3.261×10^{-2}
4000	3.55388	$\bar{2}.80336$	3.580×10^3	6.359×10^{-2}
4500	3.50273	$\bar{1}.05911$	3.182×10^3	1.146×10^{-1}
5000	3.45697	$\bar{1}.28791$	2.864×10^3	1.940×10^{-1}
5500	3.41558	$\bar{1}.49485$	2.604×10^3	3.125×10^{-1}
6000	3.37779	$\bar{1}.68381$	2.337×10^3	4.828×10^{-1}