$$\begin{array}{c}
 y(-1) \\
 y(0) \\
 y(1) \\
 y(2)
 \end{array}
 \left| \begin{array}{c}
 \Delta y(-1) \\
 \Delta y(0) \\
 \Delta y(1)
 \end{array} \right|
 \left| \begin{array}{c}
 \Delta^2 y(-1) \\
 \Delta^2 y(0)
 \end{array} \right|
 \left| \begin{array}{c}
 \Delta^3 y(-)
 \end{array} \right|$$

さうすると, x ($0 < x < 1$) に於ては

$$y = y(-1) + K_1 \Delta y(-1) + K_2 \Delta^2 y(-1) + K_3 \Delta^3 y(-1) \dots\dots\dots (1)$$

となり

$$K_1 = 1 + x, K_2 = \frac{1}{2}x(1+x), K_3 = \frac{1}{2}x^2(0-1) \dots\dots\dots (2)$$

となる。

(2) 對數値の三次差切觸内挿法の微分 函數 y が $\log_{10} Z$ で與へられてゐる場合の微分係數は次の通りである。

$$\frac{dZ}{dx} = \frac{Z}{M} \left[\Delta y(-1) + K'_2 \Delta^2 y(-1) + K'_3 \Delta^3 y(-1) \right] \dots\dots\dots (3)$$

茲に $M = 0.4342 \dots$ で,

$$K'_2 = \frac{1}{2}(1+2x), K'_3 = \frac{1}{2}x(3x-2) \dots\dots\dots (4)$$

である。

6. 黒 體 の 諸 特 性 *

電學・會 工 博 山 内 二 郎
照明・正

電學・會 岡 松 正 泰
照明・正

(逓信省電氣試験所)

1. 輻射束 溫度 T に於ける黒體の波長 λ に於ける輻射束の値を E_λ とし, 全輻射束の値を S とすれば

$$E_\lambda = C_1 \lambda^{-5} (e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1)^{-1} \dots\dots\dots (1)$$

$$S = \sigma T^4 \dots\dots\dots (2)$$

に於ける C_1 と σ との間には次の關係がある。

$$C_1 = 15\pi^{-4} C_2^4 \sigma \dots\dots\dots (3)$$

C_2 は現在國際的に 1.432 cm deg. と申合せてゐる。 σ の値として最近の測定値 $5.774 \times 10^{-5} \text{ erg cm}^{-2} \text{ sec.}^{-1} \text{ deg.}^{-4}$ を採用すれば, (3) 式による C_1 の値は $3.739 \times 10^{-5} \text{ erg cm}^2 \text{ sec.}^{-1}$ となる。

今溫度 T に於ける最大スペクトル輻射束の値を E , $\lambda T / C_2 = x$, $[E_\lambda E_m]_T = E(x)$ とすれば

$$E_m = C_1 C_2^{-5} (e^x - 1)^{-1} x^5 \dots\dots\dots (4)$$

* Some Characteristics of Black-body Radiation, By Dr. Z. Yamauti and M. Okamatsu.

$$E(x) = \beta^{-5} (e^{\beta} - 1) x^{-5} (e^{\frac{1}{x}} - 1)^{-1} \dots\dots\dots (5)$$

茲に β は恒數で其の値は 4.9651 である。

筆者等は (5) 式により $\log_{10} x$ と $\log_{10} E(x)$ との関係表を作製し、任意の $\log_{10} x$ に對する $\log_{10} E(x)$ の 5 桁の數値が比例内挿に依り得られるやうにした。以下に述べる黑體の諸特性の値は總て本表を基としたものである。

2. 諸能率 輻射能率の値を η_r とすれば

$$\eta_r = \int_{400\text{m}\mu}^{760\text{m}\mu} E_{\lambda} d\lambda / S = K_1 T \int_{400}^{760} E(x) dx \dots\dots\dots (6)$$

茲に

$$K_1 = 15\pi^{-4} \beta^5 C_2^{-1} (e^{\beta} - 1)^{-1} = 2.2799 \text{ cm}^{-1} \text{ deg}^{-1}$$

(6) 式の積分は直接に積分しても得られるが、10m μ おきの各波長に對する値を用ひ、Simpson 法に依つて近似積分すれば、簡單で良い結果が得られる。其の1例を第1表に示した。

第 1 表 $\int_{400}^{760} E(x) dx$ の 値

積分法 \ 溫 度	2,000°K	3,000°K	5,000°K
梯 形 法	$3.32684 \times 10^{-6} \text{ cm}$	$1.74282 \times 10^{-5} \text{ cm}$	$3.39797 \times 10^{-5} \text{ cm}$
Simpson 法	3.18302 " "	1.69582 " "	3.32151 " "
直接積分した値	3.18302 " "	1.69583 " "	3.32151 " "

輻射視感能率の値を η_v とすれば

$$\eta_v = \int_{400}^{760} E_{\lambda} V_{\lambda} d\lambda / S = K_1 T \int_{400}^{760} E(x) V_{\lambda} dx \dots\dots\dots (7)$$

この積分値を波長 10m μ おきの $E(x) V_{\lambda}$ の値から近似積分するには梯形法を用ひると良い結果が得られる。其の1例として種々の方法で計算した積分値を示すと第2表のやうである。

可視輻射視感能率の値を η'_v とすれば

第 2 表 $\int_{400}^{760} E(x) V_{\lambda} dx$ の 値

積 分 法 \ 溫 度	波長の 間隔	2,046.6°K		2,453°K	
		1 m μ おき (cm)	10 m μ おき (cm)	2 m μ おき (cm)	10 m μ おき (cm)
總 和		6.33350×10^{-7}	6.33365×10^{-7}	1.91386×10^{-6}	1.91387×10^{-6}
梯 形 法		6.33349 "	6.33355 "	1.91386 "	1.91385 "
Simpson 法		6.33349 "	6.33075 "	1.91385 "	1.91306 "

$$\eta_v' = \int_{400}^{760} E_\lambda V_\lambda d\lambda / \int_{400}^{760} E_\lambda d\lambda = \eta_v / \eta_r \dots \dots \dots (8)$$

發光能率の値を ε とすれば

$$\varepsilon = \frac{1}{M_m} \int_{400}^{760} E_\lambda V_\lambda d\lambda / S = \frac{K_1}{M_m} T \int_{400}^{760} E(x) d\lambda \dots \dots \dots (9)$$

$$= \eta_v / M_m \dots \dots \dots (9a)$$

茲に M_m は光の仕事最小當量であつて、別の報告に示した通り 0.001618 W/Lm であるが、白金の凝固温度 (2,026.6°K) に於ける黒體輝度 B_0 を用ひると (9) 式は

$$\varepsilon = \frac{\pi B_0 K_2}{\sigma} T \int_{400}^{760} E(x) V_\lambda d\lambda \dots \dots \dots (9b)$$

茲に

$$\frac{1}{K_2} = \left[T^5 \int_{400}^{760} E(x) V_\lambda d\lambda \right]_{2,026.6} = 4.3974 \times 10^{-11} \text{ deg.}^{-5}$$

$$B_0 = 58.91 \text{ c/cm}_2$$

これ等の諸能率及全輻射束の値は第3表並に第1及2圖に示したやうになり、諸能率の最大値及其温度は第4表に示した通りである。

第3表 諸能率及全光束の値

温度 (°K)	S (erg cm ⁻² sec. ⁻¹)	η_r (%)	η_v (%)	η_v' (%)	ε (Lm/W)
1,000	5.774×10^7	7.955×10^{-4}	2.387×10^{-5}	3.001	1.476×10^{-4}
1,200	1.197×10^8	1.100×10^{-2}	5.873×10^{-4}	5.339	3.631×10^{-3}
1,400	2.218×10^8	6.750×10^{-2}	5.480×10^{-3}	8.118	3.388×10^{-2}
1,600	3.784×10^8	2.515×10^{-1}	2.790×10^{-2}	11.09	1.725×10^{-1}
1,800	6.061×10^8	6.760×10^{-1}	9.500×10^{-2}	14.05	5.873×10^{-1}
2,000	9.239×10^8	1.451	2.446×10^{-1}	16.85	1.512
2,200	1.353×10^9	2.654	5.148×10^{-1}	19.40	3.183
2,400	1.916×10^9	4.308	9.330×10^{-1}	21.65	5.768
2,600	2.639×10^9	6.395	1.509	23.60	9.331
2,800	3.549×10^9	8.853	2.236	25.26	13.82
3,000	4.677×10^9	11.60	3.090	26.64	19.10
3,200	6.055×10^9	14.54	4.040	27.79	24.98
4,000	1.478×10^{10}	26.52	8.102	30.55	50.09
5,000	3.609×10^{10}	37.86	11.98	31.65	74.07
6,000	7.483×10^{10}	43.39	13.74	31.66	84.94
7,000	1.386×10^{11}	44.35	13.89	31.31	85.84
8,000	2.365×10^{11}	42.54	13.13	30.86	81.15
9,000	3.788×10^{11}	39.35	11.97	30.42	73.98
10,000	5.774×10^{11}	35.64	10.70	30.01	66.12

第 1 圖

第 2 圖

第 4 表 諸能率の極大値と其の溫度

	η_r	η_v	η_v'	ϵ
溫度 (°K)	6,763	6,625	5,489	6,625
最大 值	44.44%	13.97%	31.37%	86.37 Lm/W

3. 輝度 黒體の輝度を B_T とすれば

$$B_T = \frac{1}{M_m \pi} \int_{400}^{760} E_\lambda V_\lambda d\lambda = B_0 K_2 T^5 \int_{400}^{760} E(x) V_\lambda d\lambda \dots\dots\dots (10)$$

第 5 表 黒 體 の 輝 度

溫度 (°K)	(10)式の値	(11)式と(イ)	(11)式と(ロ)	(11)式と(ハ)	(12)式の値
1,000	2.7125×10^{-4}		2.7125×10^{-4}		
1,100	2.2979×10^{-3}		2.2979×10^{-3}		
1,200	1.3837×10^{-2}		1.3837×10^{-2}		
1,300	6.3907×10^{-2}		6.3907×10^{-2}		
1,400	2.3919×10^{-1}		2.3919×10^{-1}		
1,500	7.5554×10^{-1}		7.5554×10^{-1}		
1,600	2.0774	2.0755	2.0775		
1,700	5.0913	5.0892	5.0914		
1,800	11.331	11.329	11.331		
1,900	23.243	23.242	23.241		
2,000	44.466	44.465	44.457		
2,046.6	58.910	58.910			
2,200	137.02	137.02			
2,400	351.72	351.71			
2,600	783.70	783.70			
2,800	1,561.5	1,561.6			
3,000	2,843.9	2,844.0			
3,200	4,813.4	4,813.4			
4,000	2.3566×10^4	2.3549×10^4		2.3567×10^4	
5,000	8.5088×10^4			8.5086×10^4	
6,000	2.0233×10^5			2.0233×10^5	3.7872×10^5
7,000	3.7879×10^5			3.7856×10^5	6.1093×10^5
8,000	6.1093×10^5				8.9215×10^5
9,000	8.9215×10^5				1.2153×10^6
10,000	1.2153×10^6				

(10) 式中には輻射常數として C_2 のみを含んで居るに過ぎないから、黒體の輝度を計算する上に於て極めて一般的な式である。

本式から計算すると第5表第2列並に第2圖に示したやうになる。

この値から輝度の實驗式を求めた。溫度に對して急激に變化する函數であるから實驗式としては次式が便利である。

$$\log_{10} B = \log_{10} B_0 + a + b \frac{10^3}{T} + c \left(\frac{10^3}{T} \right)^2 + d \left(\frac{10^3}{T} \right)^3 \dots \dots \dots (11)$$

(イ) 1,800~4,000°K の範圍 先づ普通に必要な溫度範圍 2,000~3,200°K に對する實驗式をこの範圍の 200°K おきの輝度の値から最小自乗法により求めると、(11) 式の係數は第6表第2列のものとなる。

第 6 表 (11) 式の常數値

溫度範圍 (°K)	(イ) 1,900~3,800	(ロ) 1,000~1,900	(ハ) 3,800~7,000
a	5.425149	5.410253	5.538119
b	-11.51873	-11.43485	-12.88833
c	0.954055	0.791611	6.59395
d	-0.211679	-0.103835	-8.06735

本係數を用ひて計算した値を示すと第5表第3列のやうになり、其誤差は、式の算出に用ひたる溫度範圍に於ては約 0.003% であつて、若し 0.1% の誤差を許すならば、本係數を用ひた(11) 式は 1,600~4,000°K の範圍に適用する事が出来る。

(ロ) 1,000~1,800°K の範圍 1,000~1,800°K の範圍の 200°K おきの値から求めると第6表第3列の係數が得られた。

この係數を用ひて計算した値を示すと第5表第4列のやうになり、其誤差はこの溫度範圍に於ては最大約 0.003% である。1,800°K よりも高い溫度に對しては溫度と共に誤差は増加するが、2,100°K に於ても約 0.03% に過ぎない。

(ハ) 4,000~6,500°K の範圍 4,000~6,500°K の範圍の 500°K おきの値から求めると第6表第4列の係數が得られた。

この係數を用ひて計算した値を示すと第5表第5列のやうになり、其誤差はこの範圍では約 0.02% であつて、この範圍外では悪くなるが、3,800及7,000°K に於ては共に約 0.05% である。

(ニ) 7,000°K 以上 7,000°K 以上に就ても同様に求められる筈であるが、普通にはあまり重要でもないから、プランクの式を $1/T$ の冪級數に展開して各項積分を行ひ

$$B = B_0 K_3 T \left[1 + A_1 \frac{10^4}{T} + \sum_{n=1}^{\infty} A_{2n} \left(\frac{10^4}{T} \right)^{2n} \right] \dots \dots \dots (12)$$

を得、茲に $K_3 = 10.0233$, $A_1 = -1.31607$, $A_2 = 0.580917$, $A_4 = -0.0692140$, ... 等である。本式に本る計算値は第5表第6列に示した。

これ等の實驗式から黒體の輝度の溫度指數及クローバ波長も計算する事が出来る。