放射熱標準用新型黒体炉に就いて (第 2 報)

正会員 上 瀧 致 孝*

On a Compensation Type Black-Body Furnace

[Part 2]

By Munetaka Jotaki (member)

(Electrotechnical Laboratory)

The black-body furnace reported in this paper is realized, as was proposed in the previous paper, by compensating the radiation from the bottom of the furnace with an auxiliary radiant energy reflected on the bottom from the inside-wall in front of the bottom. In consequence, the radiation from the bottom of the furnace is made to be equal to the radiation from "black-body".

In case of the bottom of "gray-body", this proposition has already been discussed from various points of view in the first paper. In this paper, it is described that this method is also applicable to the case of the bottom of "selective-body" such as iron oxide.

Whether the radiation of the bottom is black-body radiation or not is easily found by the following way. A radiation is recognized as black-body one when the brightnesses of two kinds of materials put on the bottom, emissivities of which are greatly different from each other, are quite equal. The radiation from the bottom of the compensation type black-body furnace can be judged within 1 % accuracy by this method.

1. 緒論

私は最初の報告¹⁾で次のような見解に基づき、放射熱の標準用として新しい補償型の黒体炉を提案した。

その見解を約言すれば第一に

全発散率 ϵ 又は単色発散率 ϵ_λ なる物質Aからの放射を黒体放射ならしめるためには次の二つの式のいずれかを満足するような放射 $KJ_\lambda(T')$ を他の物質Bから物質Aに送れば充分である。ここで K は固有照度係数である。

(1) 炉底が灰色体の場合

$$\int_0^\infty J_\lambda(T) d\lambda = \int_0^\infty KJ_\lambda(T') d\lambda \quad (1)$$

(2) 一般には

$$\int_0^\infty (1-\epsilon_\lambda) J_\lambda(T) d\lambda = \int_0^\infty (1-\epsilon_\lambda) KJ_\lambda(T') d\lambda \quad (2)$$

第二に

この事から更に次のように考える事ができる。即ち黒と白のように互に発散率が著しく異つた二つの灰色体を炉の底に同時に置くか又は交互に置き換えた時、その各々からの放射が均しい時は炉底は黒体条件を満足している。換言すれば発散率が著しく異つた二つの T 度

第1図 放射熱標準用新型黒体炉の原理図

に於ける灰色体を炉の底に交互に置いて、充分な感度をもつた熱電堆で放射を測定する時、その両者からの放射エネルギーが全く均しければ炉底からは温度 T に於ける黒体からの放射エネルギーと全く等しい放射をなしている。

このような見解に基づいて、私は第1図に示すような補償型の炉を提案した。これは炉の周壁の全部又は一部を $T' = T + 4T$ なる温度にして前記の放射 $KJ_\lambda(T')$ を炉底に送り、炉底の放射を補償して炉底からの放射を黒体放射にするようにしたものである。

然しながら、黒体条件を満足しているかどうかを識別するのに炉底の物質を黒白に交互にとりかえる事は煩雑であるし又それらからの放射を一々測定するのは厄介な

* 電気試験所

事である。そこで第 1 報に於いて述べたように黒と白を同時に炉底に置いてこの輝きを眺めて 区別できなくなった場合を黒体状態と判定したいと考えた。明らかに単波長に於いてはその判定法は正しい。²⁾ しかしこれを全波長にわたつて適用できるか否かは未検討の儘であつた。確に全波長にわたつて即ち全放射エネルギーが黒体放射エネルギーに等しいかどうかと言う判定の際にこの判定法をとる事は厳密には正しくない。しかしこゝで目的とする 1% 以下の違いを許容する程度であればそれも充分適用できるであろう。以下第 2 報ではこの事に就いて詳細に検討するものである。

唯こゝに斯つておかねばならないのは 炉の底を除く内周壁を黒体と仮定した事である。これはこの理論に當つては二次的なものであり、実際に存在する『黒い』ものをを用いて実現できると考えられるからである。しかしそれにしてもそれは 後日詳細に論じなければならない。

2. 単波長に於ける黒体放射

炉底に於ける『黒』『白』二物質の輝きを比較するには低温度のときは素眼で、高温度のときは単色フィルターを通して両者の輝度を比較するのがよい。これはとりも直さず、低温度のときは Crove 波長で高温度のときは使用状態の単一波長に於いて 炉底が黒体放射をなしているかどうかを検出する事である。従つてまずこの補償型の黒体炉に於ける 単一波長黒体放射に就いて検討しなければならない。単一波長に限つてこの補償型の黒体条件が満足したとすると次の式が成立する。

$$J_{\lambda}(T) = \epsilon_{\lambda} J_{\lambda}(T) + (1 - \epsilon_{\lambda}) K J_{\lambda}(T_m) \quad (3)$$

こゝで T_m は補償部の温度としよう。

この式から直ちに

$$J_{\lambda}(T) = K J_{\lambda}(T_m)$$

こゝで T と T_m との関係は輝度温度と真温度との関係と同じ形になる。

即ち Wien の式を用いて T_m についてとくと

$$T_m = \frac{T}{1 + \frac{\lambda T \log_e K}{C_2}} \quad (4)$$

赤ガラスを透して炉底を眺めた方がよいので

$$\lambda = 0.65 \times 10^{-4} \text{ cm}$$

$$C_2 = 1.438 \text{ cm} \cdot \text{deg}$$

とすると上の式は

$$T_m = \frac{T}{1 + 0.4520 \cdot T \log_e K \times 10^{-4}} \quad (5)$$

となる。即ち単一の波長に就いて言うとき、補償部の即ち炉内周壁の温度が T_m ならば炉底は温度が T であるような黒体放射をなしている。そしてこのとき赤ガラスのフィルター ($\lambda = 0.65 \mu$) を通して 炉底を眺めるとき炉底

第 2 図 $\Delta T_m - T$ 曲線 ($\lambda = 0.65 \mu$)

の黒白は完全に区別できなくなつて一様に輝やいているわけである。

このように単波長に於いては容易に黒体放射をつくり得るし、且つ極めて簡単にこれを判定できるが、これをそのまま、全放射の場合に利用できれば幸いである、これは 4 及び 7 で検討する。

後のために、今 K, T に関して $\Delta T_m = T_m - T$ をとつて図に画けば第 2 図のようになる。図で見るといづれも温度が高くなる程 ΔT_m は比較的急に上昇する、これは後の第 3 図、第 6 図にとらみ合せると ΔT_m は ΔT_g 、 ΔT より一般に小さいから 単波長による輝きの判定が温度が高くなる程正確になつてくる事を意味している。

(4) の式からわかるように λ が大きい程 ΔT_m は大きくなる。従つて第 3 図、第 6 図との関係から考え合せると λ をなるべく大きくとつた方がより 正確に判定できるのである。しかし人間の眼を対象とする限り λ が大きくなると視感度が低下するので一応この程度の温度で最もよく用いられている値、 $\lambda = 0.65 \mu$ をとる事にした。

3. 炉底が灰色体である場合の放射

炉底が灰色体である場合の放射は 第 1 報で詳細に論じたが、結局

$$E = \epsilon \int_0^{\infty} J_{\lambda}(T) d\lambda + (1 - \epsilon) \int_0^{\infty} K J_{\lambda}(T') d\lambda \quad (6)$$

で表わされる。この放射が黒体放射のエネルギーに等しいためには $E = \int_0^{\infty} J_{\lambda}(T) d\lambda$ であるので (1) が成立しなければならない。(1) が成立する時の T' を求めると (1) の積分の結果即ち Stefan Boltzmann の式を適用して

$$T^4 = K T'^4$$

$$\therefore T' = T / \sqrt[4]{K} \quad (7)$$

又 $T' = T + \Delta T_g$ として

第 3 図 $\Delta T_g - T$ 曲線 (灰色体の放射)

$\frac{4T_g}{T}$ の高次の項を無視すると

$$\frac{4T_g}{T} = \frac{1-K}{K} \times \frac{1}{4} \quad (8)$$

$4T_g$ は T 及び K によつて簡単にきまる。いろいろな、 T 及び K に関して $4T_g$ を計算すると第3図のようになる。言うまでもなく $4T_g$ は T に関して直線である。第2図に見られるように一般に平である。

(8)の式の形は6で述べる選択放射の場合の式(18)、(19)式の式特別な場合と考える事ができる。

次に実際に $4T_g$ をとらずに2で述べた単色光の輝きの比較で揃えたとき、炉底が灰色体ならばその温度で全放射に対しては黒体放射よりどれ程のずれがあるかを検討しよう。

4. 輝きによる黒体放射の判定

1. 炉底が灰色体である場合

補償型のこの黒体炉で黒体条件を満足させるには(1)又は(2)の式に適合する T' を補償部即ち炉底前方の内内壁の温度とすればよい。しかしもし炉底に著しく発散率が異つた物質をおき輝きを合せて前述のように黒体状態を判定すると補償部に(4)の式を満足するような T_m を採っている事になる。 T' を T_m にとり換える事によつて炉底からの全放射エネルギーが黒体からの全放射エネルギーと著しく相違していればこの判定法は単波長の場合にのみ限られ全放射の場合には適用できない。反対にもし率に1%以内の相違にとまり大略黒体放射にひとしければこの判定法は事実上非常に簡単であり便利である。従つてこれを先ず炉底が灰色体の場合から検討する事にしよう。

E_b を黒体の全放射エネルギーとし、 E_{gm} を $T' = T_m$ に於ける灰色体炉底からの全放射エネルギーとして両者の相違 δ を次のように置いて計算すると

$$\delta = \frac{E_{gm} - E_b}{E_b} = \frac{(1-\epsilon) \left[\int_0^\infty K J_\lambda(T_m) d\lambda - \int_0^\infty J_\lambda(T) d\lambda \right]}{\int_0^\infty J_\lambda(T) d\lambda}$$

$$\therefore \delta = \frac{(1-\epsilon)(KT_m^4 - T^4)}{T^4} \quad (9)$$

(5)の式から T の各値に対する T_m を算出し、 K 、 T 、 T_m 、 ϵ 等の各値に対する δ を算出すると第4図のようになる。

第4図(a) 輝きによる(黒体放射の)判定の誤差(灰色体の場合) $\delta-T$ 曲線

第4図(b)

輝きによる判定
の誤差 $\delta-\epsilon$ 曲線

第4図の(a)は $\epsilon=0.85$ としたときの $\delta-T$ の曲線である。灰色体の場合には δ の値は T の如何によらず略一定である。そして K の値が大きい程 T に対して δ は一定となる。図の(b)は $T=1356^\circ\text{K}$ とした時の $E-\delta$ 曲線である。 $T=1356^\circ\text{K}=1083^\circ\text{C}$ で銅の融点である。これは後日の実験のために選んだ温度である。

$K=0.99$ であると炉底の発散率が如何程であろうと大体黒体炉になりうる事を示している。しかし $K=0.95$ 位になるとやはり相当に発散率の高いものを選ばねばならない事がわかる。

従つて炉底が灰色体でなくて選択放射体である場合に就いても全く同様な傾向が考えられるわけであり、後述するように炉底に実際には選択放射体を採用する際にその発散率が全体としてどの程度のものを選べばよいかと言う事のよすがともなるわけである。

炉底の発散率の高い灰色体又は灰色体に非常に近いものを用いると以上の様に簡単に黒体炉を得る事ができる。従つて実存する物質でこれに適応するようなものを探し出せばよいわけであるが、これが必ずしも容易ではない。そこで以上の考え方を選択放射体にも拡張して利用できれば問題は更に簡単になるわけである。以下選択放射体に就いて検討を進める事にする。

5. 炉底の物質の発散率

一般に選択放射体では波長 λ による発散率 ϵ_λ の変化は複雑である。しかし放射エネルギーの総和が黒体放射と等しい事を目的とする限り、 ϵ_λ が λ に関して直線的に変化するものを考え実際の物質の中でこれに相当するものを幾つか見出す事ができる。

一例として酸化鉄を採用し、理論的に検討してみる。酸化鉄の発散率は(Ribaud, pyrométrie optique) P446

$$0.66\mu \text{ で } \epsilon_\lambda = 0.95$$

$$\text{又全発散率 } \epsilon_t \text{ は } \epsilon_t = 0.85$$

である。 ϵ_λ が λ に関して直線の変化をすると仮定すると

$$\epsilon_\lambda = a + b\lambda \quad (10)$$

であるからこの式に上の値を入れると

$$0.95 = a + b \times 0.65 \times 10^{-4}$$

$$\text{又 } \int_0^{\infty} (a+b\lambda)J_{\lambda} d\lambda = 0.85 \int_0^{\infty} J_{\lambda} d\lambda \quad (\text{註 1})$$

この両式から

$$\begin{cases} a=0.9692 \\ b=-291 \end{cases} \quad (11)$$

を得る。従つて式(10)は

$$\epsilon_{\lambda} = 0.9692 - 291\lambda$$

となるが $\epsilon_{\lambda} = 0$ とすると

$$\lambda_0 = \frac{0.9692}{291} \times 10^4 \mu = 33.3 \mu$$

即ちこの直線は $\lambda_0 = 33.3 \mu$ で λ の軸と交叉しこれより以上の波長では $\epsilon_{\lambda} \leq 0$ となる。この事は実際には有り得ない事であるが、以下に述べるような理由でこの附近以上の波長では T が特に小さくない限り、全放射エネルギーの値には殆んど影響しない。

今第5図に於いて $\lambda > \lambda_1$ で $\epsilon_{\lambda} = \text{一定}$ である場合(Ⅱ)と、 λ の如何なる値でも $\epsilon_{\lambda} = a+b\lambda$ である場合(Ⅰ)との全放射エネルギーの差をとると (註2)

第5図 $\epsilon_{\lambda} = a+b\lambda$ と $\epsilon_{\lambda} = \text{Const} (\lambda > \lambda_1)$ の差

$$\begin{aligned} & \int_{\lambda_1}^{\infty} (a+b\lambda)J_{\lambda} d\lambda - \int_{\lambda_1}^{\infty} (a+b\lambda)J_{\lambda} d\lambda \\ &= b \int_{\lambda_1}^{\infty} (\lambda_1 - \lambda)J_{\lambda} d\lambda = -b \int_{\lambda_1}^{\infty} (\lambda - \lambda_1)C_1 \lambda^{-5} \frac{d\lambda}{\epsilon^{\lambda T} - 1} \end{aligned}$$

而して $0 < \frac{C_2}{\lambda_1 T} < 1$ なる故

$$\frac{C_2}{\epsilon^{\lambda T}} = 1 + \frac{C_2}{\lambda_1 T} + \frac{1}{2!} \left(\frac{C_2}{\lambda_1 T} \right)^2 + \dots > 1 + \frac{C_2}{\lambda_1 T}$$

又 $(\lambda - \lambda_1) > 0$ であるから

$$(\lambda - \lambda_1)C_1 \lambda^{-5} \frac{1}{\epsilon^{\lambda T} - 1} < (\lambda - \lambda_1)C_1 \lambda^{-5} \frac{\lambda T}{C_2}$$

従つて $b < 0$ だから

$$\begin{aligned} & -b \int_{\lambda_1}^{\infty} (\lambda - \lambda_1)J_{\lambda}(T) d\lambda < -b \int_{\lambda_1}^{\infty} (\lambda - \lambda_1)C_1 \lambda^{-5} \frac{\lambda T}{C_2} d\lambda \\ &= -b \frac{C_1}{C_2} \lambda_1^2 T \times \frac{1}{6} \end{aligned}$$

さてここに提案している 補償型の炉の炉底から放射する

放射エネルギーは

$$E = \int_0^{\infty} \epsilon_{\lambda} J_{\lambda}(T) d\lambda + \int_0^{\infty} (1 - \epsilon_{\lambda}) K J_{\lambda}(T') d\lambda$$

$$E = \int_0^{\infty} \epsilon_{\lambda} \{J_{\lambda}(T) - K J_{\lambda}(T')\} d\lambda + \int_0^{\infty} K J_{\lambda}(T') d\lambda$$

今問題にしているのは第1項であるから第1項だけを考へて $T' > T$ だから

$$\int_0^{\infty} \epsilon_{\lambda} \{J_{\lambda}(T) - K J_{\lambda}(T')\} d\lambda < \int_0^{\infty} \epsilon_{\lambda} (1 - K) J_{\lambda}(T) d\lambda$$

先に述べたように $\lambda > \lambda_1$ で $\epsilon_{\lambda} = a+b\lambda$, $\epsilon_{\lambda} = \text{constant}$ の両者の差をとつても 同じように不等式が成立し

$$-b \int_{\lambda_1}^{\infty} (\lambda - \lambda_1) \{J_{\lambda}(T) - K J_{\lambda}(T')\} d\lambda <$$

$$-b \int_{\lambda_1}^{\infty} (\lambda - \lambda_1)(1 - K) J_{\lambda}(T) d\lambda < -b(1 - K) \frac{C_1}{C_2} \lambda_1^{-2} T \times \frac{1}{6}$$

これが 黒体の全放射エネルギーに対する比をとつて

$$r = \frac{-b \int_{\lambda_1}^{\infty} (\lambda - \lambda_1) \{J_{\lambda}(T) - K J_{\lambda}(T')\} d\lambda}{\int_0^{\infty} J_{\lambda}(T) d\lambda}$$

$$< \frac{-b \int_{\lambda_1}^{\infty} (\lambda - \lambda_1)(1 - K) J_{\lambda}(T) d\lambda}{\int_0^{\infty} J_{\lambda}(T) d\lambda}$$

$$< \frac{-b(1 - K) \frac{C_1}{C_2} \lambda_1^{-2} T \times \frac{1}{6}}{\int_0^{\infty} J_{\lambda}(T) d\lambda}$$

$$r < \frac{-b(1 - K) \frac{1}{6} \frac{C_1}{C_2} \lambda_1^{-2} T}{6.494 C_1 C_2^{-4} T^4} = \frac{-b(1 - K) \times 0.0763156}{\lambda_1^2 T^3}$$

$$\lambda_1 < \sqrt{\frac{-b(1 - K) \times 0.0763156}{r T^3}} \quad (13)$$

ここに $b = -291$ を入れ、且つ仮りに $r = 0.001$ と充分小さく、 $T = 1000^\circ \text{K}$ と低めにとつて

$$\lambda_1 < \sqrt{1 - K} \times 47.125 \times 10^{-4} \text{ m} \quad (14)$$

$K = 0.96$ ならば $\lambda_1 < 9.5 \mu$

$K = 0.94$ ならば $\lambda_1 < 11.6 \mu$

試みに式(12)の $\epsilon_{\lambda} = 0.9692 - 291\lambda$ に上の値を入れてみると

$\lambda_1 = 9.5 \mu$ として $\epsilon_{\lambda} = 0.69$

$\lambda_1 = 11.6 \mu$ として $\epsilon_{\lambda} = 0.63$ となる。

このように λ の大きなところでは実際には放射エネルギーの全体の値にほとんど影響しない。従つて一見甚だ

矛盾しているが $\epsilon\lambda$ が負の値で益々増大して行くと考えられるこのような傾をもつた直線と考えても実際には一向差支えない筈になる。

しかし(13), (14)の式の示すように T の小さな値, 又は K の小さな値ではこの附近 λ も充分大きく影響してくる. 又 b が大きければ λ_0 は小さくなるし逆に λ_1 は(13)の式から非常に大きな値になるわけで $\epsilon\lambda$ の式は直線と見做す事が不可能になつてくるわけである。

そしてこのような考え方は又次の様に拡張して考える事もできる. それは $\epsilon\lambda$ を表わす曲線がこのような直線となくとも, この直線と $\epsilon\lambda = 1$ の直線との間にある限り, 以下にのべる様な計算によりそれから生じる 黒体との開きは $\epsilon\lambda = a + b\lambda$ なる物体から生じる黒体との開き以上には出ないと言う事である. 換言すればこのような仮定に基づくとき式(20)等から計算した場合の黒体状態との開きが δ_L だとすると, このような $\epsilon\lambda$ の直線と黒体を表わす $\epsilon\lambda = 1$ の線との間で λ に対して如何なる発散率の分布をもつた物体であろうと, それによつて生じる黒体との開き δ は常に

$$\delta < \delta_L$$

でなければならない。

6. 炉底が $\epsilon\lambda = a + b\lambda$ なる発散率をもつ場合の放射

炉底が発散率 $\epsilon\lambda = a + b\lambda$ をもつとするとその放射は当然

$$E = \int_0^{\infty} (a + b\lambda) J_{\lambda}(T) d\lambda + \int_0^{\infty} (1 - a - b\lambda) K J_{\lambda}(T') d\lambda$$

E がもし黒体放射のエネルギーに等しいなら

$$E = \int_0^{\infty} J_{\lambda} d\lambda$$

であるから上の式は(2)の式になつて

$$\int_0^{\infty} (1-a) J_{\lambda}(T) d\lambda - \int_0^{\infty} b\lambda J_{\lambda}(T) d\lambda = \int_0^{\infty} (1-a) K J_{\lambda}(T') d\lambda - \int_0^{\infty} b\lambda K J_{\lambda}(T') d\lambda \quad (15)$$

これを各項に級数に展開して積分すると (註3)

$$6.494(1-a) T^4 - 2.404 C_2 b T^3 = 6.494(1-a) K T'^4 -$$

$$2.404 b C_2 K T'^3 \quad (16)$$

$C_2 = 1.438 \text{ cm} \cdot \text{deg}$ として

$$6.494(1-a)(K T'^4 - T^4) - 3.457 b (K T'^3 - T^3) = 0 \quad (17)$$

こゝで $T' = T + \Delta T$ として ΔT の高次の項は充分無視できるので ΔT の一次の項だけをとりて ΔT を算出すると

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{1-K}{K} \cdot \frac{1-0.5323}{4-1.5970} \cdot \frac{b}{1-a} \cdot \frac{1}{T} \quad (18)$$

を得る. 更に $a = 0.9692$, $b = -291$ を代入すると

第6図 $T - \Delta T$ 曲線 (選択放射体の放射)

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{1-K}{K} \cdot \frac{1+5.03}{4+15.09} \cdot \frac{1000}{T} \quad (19)$$

この式を灰色体の場合の放射の式から出した(8)と比べると甚だ似通つている事がわかる. ΔT_m , ΔT_g の場合同様, 各種の K , 及び T に関して ΔT を計算して図示すると第6図のようになる. 第3図 ($\Delta T_g - T$) に比べて勾配はやゝ急であるが, 結論的には第2図の曲線 ($\Delta T_m - T$) は第3図, 第6図の曲線に対して温度が高くなればなる程接近してくる. (ΔT_g と ΔT_m の両曲線は $5500-5600^\circ \text{K}$ で交差する) この事は前述したように輝きによる判定が温度が高くなる程正確になると言う事に他ならない。

第3図の曲線と第6図の曲線とは $T = 0$ で一致しているだけで交差しない. それは(8) = (19)として T に関して解くと $T = 0$ となるので直ちに了解できる. 又第3図の曲線は直線であるが第6図の曲線は直線よりやゝ上向に曲る. 即ち T が高くなる程勾配は急になつてくる. しかし第2図の曲線 ($\Delta T_m - T$) はそれよりも更に急に上昇するので温度が高い程輝きによる判定の誤差は少くなる. 第3図の灰色体の場合の直線は第2図の曲線といずれも $T = 5000^\circ \text{K}$ 以上で交差する. 従つて第6図の曲線 ($\Delta T \sim T$) と第2図の曲線 ($\Delta T_m \sim T$) との曲線は更に高い温度で交差する. 換言すればこの辺の温度で始めて輝きによる判定の誤差は無くなるわけであり, 5000°K 以上の高い温度の黒体炉を作る事ができるとすればこれは極めて都合が良い。

そこで次に輝きによる判定で 黒体放射とどの程度の誤差があるかを計算してみる。

7. 輝きによる黒体放射の判定

II. 炉底が選択放射体である場合.

炉底が選択放射体である場合にも単波長に於ける輝きの比較で全放射エネルギーが黒体放射に等しいかどうかの判定基準にはなり得るかどうか検討しなければならない. この場合も炉底が灰色体であるときと同様に δ をとると

$$\delta = \frac{E_m - E_b}{E_b} = \frac{\int_0^\infty (1 - \epsilon_\lambda) K J_\lambda(T_m) d\lambda - \int_0^\infty (1 - \epsilon_\lambda) J_\lambda(T) d\lambda}{\int_0^\infty J_\lambda(T) d\lambda} \quad (20)$$

こゝに E_m は補償部が T_m 炉底が T なる 温度の時の 炉底からの放射である。

第 7 図 輝きによる判定の誤差 (T - δ 曲線)

前節と同様に $\epsilon_\lambda = a + b\lambda$ として計算すると

$$\delta = \frac{6.494(1-a)(KT_m^4 - T^4) - 3.457b(KT_m^3 - T^3)}{6.494T^4} \quad (21)$$

炉底を前述の酸化鉄とすると

$$\delta = \frac{2.000(KT_m^4 - T^4) + 1005.987(KT_m^3 - T^3)}{6.494T^4} \quad (22)$$

そこで各種の K , T に就いて δ を計算すると第 7 図のようになる。図によれば $\delta = 1\%$ 以内とすると $K=0.95$ 即ち $H=4.5r$ で黒体炉になし得る。換言すれば今迄の黒体炉の概念とは違つた 相当に底の浅い口の広い炉でもこの補償型的方式を採用すれば 充分実用できる精度で黒体炉として使用できる。

8. 炉底に発散率が互に異つた二物質(選択放射体)を置く場合、その両方からの全放射が等しい時に就いて

黒体炉が極めて低い温度で使用される時、上記の様な眼による判別は難しい。従つて単波長にせよ、全波長にわたるものであるにせよ、何等かの眼にかわるレシーバーがなければならない。もしそれができたとすると単波長のみにとらえる場合は上記の理論の通りであるが、熱電堆の様なものを用いて全波長にわたる放射をとらえる場合には改めて検討されねばならない。この場合実際には炉底の二物質は同時に並べるのではなくて相互に置き換えるわけである。もしこの物質が灰色体である場合は問題ではない。それは第 1 報でも述べた様に二物質からの全放射がひとしい時には黒体放射に等しい放射をしている。この事は式(1)からも容易に了解できる。式(1)が成立する際は発散率には影響ないので如何なる物質でも同様に黒体放射に等しい放射をしている筈であるからである。

しかしこの物質が選択放射体である場合は一般にはその様に言えない。それは式(2)では ϵ_λ を含んでいるからである。

今式(2)をつくる時と同様に二物質からの放射が等しいと置いて(2)と同様な形の式をつくると

$$\int_0^\infty \{a'(a' + (b' - b)\lambda) J_\lambda(T) d\lambda = \int_0^\infty \{a'(a' + (b' - b)\lambda) K J_\lambda(T_e) d\lambda \quad (23)$$

但し a' , b' は他の一つの物質の発散率が $\epsilon_\lambda' = a' + b'\lambda$ で表わせるとした時の ϵ_λ' に関する常数であり、 T_e は両物質からの全放射が更にひとしくなつた時の補償部の温度である。この式を(16)、(17)と同様に計算して

$$6.494(a' - a)(KT_e^4 - T^4) + 3.457(b' - b)(KT_e^3 - T^3) = 0$$

これから(18)と同様に

$$\frac{\Delta T_e}{T} = \frac{1 - K}{K} \frac{1 + 0.5323 \frac{b' - b}{a' - a} \frac{1}{T}}{4 + 1.5970 \frac{b' - b}{a' - a} \frac{1}{T}} \quad (24)$$

但し $\Delta T_e = T_e - T$

黒い物質の方には前述した酸化鉄を用いるとして白い物質の方には酸化マグネシウムを用いる事にすると酸化マグネシウムは発散率が 0.20 で全波長に亘りほぼ一定であるので

$$a' = 0.20 \quad b' = 0$$

とする。

$$\frac{\Delta T_e}{T} = \frac{1 - K}{K} \frac{1 + \frac{201.38}{4 + 604.17} \frac{1}{T}}{\frac{1}{T}} \quad (25)$$

式(25)に就いて、 T 及び K のいろいろな値に対する ΔT_e を算出すると第 8 図の様になる。これは黒体放射に等しい放射を得るために必要な補償部の温度上昇値 ΔT (第 6 図)に近い値を示している。従つてもし炉底の二物質(黒と白) とからの全放射エネルギーが互に等しい時の

第 8 図 ΔT_e - T 曲線

放射を用いるとすると、酸化鉄からの放射は第 9 図に示す様に極めて黒体放射に近いものである。この様なわけで炉底の二つの物質の全放射エネルギーを比較一致させて黒体状態存否の判別を行う事は単波長又は肉眼で前述

の様に輝度合せをして判別を行う方法に比べて 精度の点で非常にすぐれていると言える。しかしその検査の方法そのものがやゝ困難である。

第9図 炉底の二物質の全放射エネルギーの比較による黒体放射判定の誤差(選択放射体の場合)
δ—T曲線

9. 結論

以上を総合すると次の様に結論される。

(1) 第1報で提案し検討した 補償型の黒体炉は酸化鉄の様な実在し得る 選択放射体を用いても実現可能である。

(2) 炉底に発散率が著しく異つた二つの物質を置いてその輝きが 区別できなくなつた時を黒体放射に等しい放射と考えても、全放射を対象とする限りに於いては事実上(1%以内で) 差支えない。

(3) 判定のために 輝度を比較する際に選定する波長はなるべく大きい波長である方がよい。

(4) 炉底に発散率が著しく異つた二つの物質を同時に又は交互に置いて その両者からの全放射エネルギーが等しい場合には炉底の黒い物質からの放射は(2)の場合よりは一層黒体放射に近い[0.2%以内] 従つてこの様な全放射エネルギーの比較が簡単にできれば(2)によるよりも更に精度の高い黒体放射を容易に得る事ができる。尚(4)による時は非常に高い精度が得られるので、たとえ正確に二物質からの全放射を比較し得なくても 充分目的の精度を得る事ができる。この点は灰色体炉底の場合と同様であり灰色体炉底の場合に就いては 第1報第5節の終りに詳説した。

尚これらの検討には 炉内の相互反射を二次的なものとして理論を進めたが これらの問題に就いては後の機会に詳細に検討して確めて 置く必要があると思われる。

終りにこの研究に指示を受けた 電気試験所中路部長、百田課長及び田治米氏に深く感謝する。

註1及3

$$\int_0^\infty J_\lambda(T) d\lambda \quad \text{及び} \quad \int_0^\infty (a+b\lambda) J_\lambda(T) d\lambda \quad \text{の計算}$$

$$J_\lambda(T) = C_1 \lambda^{-5} \frac{1}{e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1}$$

$$\frac{C_2}{\lambda T} = X \quad \text{と置く} \quad d\lambda = -\frac{C_2}{X^2 T} dX$$

$$\int_0^\infty J_\lambda(T) d\lambda = -C_1 C_2^{-4} T^4 \int_0^\infty X^3 e^{-X} \left(1 - \frac{1}{e^X}\right)^{-1} dX$$

$$\left(1 - \frac{1}{e^X}\right)^{-1} \text{の部分を級数に展開すると各項が} \int_0^\infty X^3 e^{-nX} dX$$

の和の形になるからこれを各項に就いて積分し級数の和の形にすると

$$\int_0^\infty X^3 e^{-X} \left(1 - \frac{1}{e^X}\right)^{-1} dX = \frac{6}{1^4} + \frac{6}{2^4} + \frac{6}{3^4} + \dots$$

この級数の和は³⁾

$$= \frac{\pi^4}{15} \div 6.49393$$

従つて元の形にすると

$$\int_0^\infty J_\lambda(T) d\lambda = C_1 C_2^{-4} T^4 \times 6.494$$

となる。これは改めて述べる迄もなくよく知られた計算であるが $\int_0^\infty (a+b\lambda) J_\lambda(T) d\lambda$ に就いても同じように計算できる。

aの項は上と全く同じで

$$\int_0^\infty a J_\lambda(T) d\lambda = C_1 C_2^{-4} \times 6.494 a T^4$$

bの項はやはり上と同じようにλをXに置き換えて

$$\int_0^\infty b\lambda J_\lambda(T) d\lambda = -C_1 C_2^{-3} T^3 b \int_0^\infty X^2 e^{-X} \left(1 - \frac{1}{e^X}\right)^{-1} dX$$

()⁻¹の部分を級数に展開し各項毎に積分し、級数の和の形にすると

$$\int_0^\infty X^2 e^{-X} \left(1 - \frac{1}{e^X}\right)^{-1} dX = 2 \times \left(1 + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{4^3} + \dots\right)$$

この級数の和は³⁾

$$= 2 \times 1.202057 = 2.404114$$

従つて

$$\text{結局} \quad \int_0^\infty b\lambda J_\lambda(T) d\lambda = C_1 C_2^{-3} T^3 \times 2.404$$

$$\int_0^\infty (a+b\lambda) J_\lambda(T) d\lambda = C_1 C_2^{-4} (6.494 a T^4 + C_2 \times \frac{2.404 b T^3}{2.404 b T^3})$$

となる。(15)の式から(16)にうつる時もこの結果を用いたわけである。

註2. λ_1 を考えずに $\epsilon_\lambda = a + b\lambda$ と $\epsilon = 1$ の場合の差をとつても結論は同じになるが(13)の式が λ_1 の三次の式になるので λ_1 について簡単に解き難い。従つて $\lambda > \lambda_1$ で $\epsilon_\lambda = a + b\lambda$ なるものと $\epsilon_\lambda = a + b\lambda$ との相違について考える事にした。

参考文献

- (1) 上滝, 照学誌 37, 243, (昭28, 7月)
- (2) 照明工学ポケットブック, (昭5), P6
- (3) A.J. Bromwich: An Introduction to the Theory of Infinite Series.