球形光束計における遮光板の影響について

正会員 齋 藤 勝 巳*

The Effects of a Screen in the Spherical Photometer.

By Katumi Saito

(Faculty of Engineering, Nihon University)

ABSTRACT

In this paper, effects caused by a screen inserted in spherical photometer are described.

It is a general notion that the intensity of the diffused illumination (E_k) on the wall of a spherical photometer is constant. This could not always prove true, however, because of the existence of the screen.

The writer has established exact integral equations for the interreflectance for the sphere and the screen, and their approximate solutions have been obtained. As a result of theoretical and experimental examinations, solutions of these equations have been proved to be applicable to the cases where the ratio of the radius of the sphere to that of the screen is under 1/5. Consequently, it has been found that the position of the screen, where the value of E_k of the sphere window is maximum, does not agree with the one where the best flat distribution of E_k can be obtained.

1. 緒 言

本論文は球形光束計の中心に点光源をおき、光源と測光部の間に円形遮光板を挿入した場合の光束計内面の拡散照度を相互反射積分方程式によって求め、それらにおよぼす遮光板の影響について述べたものである。

光源として点光源を採用したのは計算が簡単になることを期待したばかりでなく、配光をもつ光源の場合との比較をなさんとしたものであって、光源と測光部とを結ぶ軸に対称な配光をもつ光源の場合については現在計算並に実験を行っているので後日報告する積りである。

2. 球形光束計内の相互反射積分方程式

球形光束計における相互反射積分方程式は光源やその支持物の吸収、反射等の影響を無視すれば遮光板のない場合には球面間の相互反射のみを取扱えばよくその方程式は第2種 Fredholm 積分方程式となる¹⁾。しかも光束計内面の反射率 ρ を一様とすれば簡単に解くことが出来、その拡散照度 ε_k は次式であたえられるように場所によって変化せず、光源の配光のいかにかかわらずその全光束 F_0 に比例する。

$$\varepsilon_k = \frac{\rho}{1-\rho} \frac{F_0}{4\pi r^2} \quad r: \text{球の半径} \dots \dots (A)$$

しかし光束計内に遮光板が挿入されると、球面間の相互反射の外に球面と遮光板面との相互反射が行われるため多面系相互反射となり、光束計内の相互反射積分方程式は連立積分方程式となる。これらの方程式をもとめるに際し次のごとき仮定をおく。

- (1) 光束計内面および遮光板面はいずれも完全拡散面でありかつそれぞれの面の反射率はその面内で一様である。
- (2) 光束計内には遮光板以外に反射、吸収、透過を行う物質は存在しない。

2.1 固有照度係数

ある点の光束発散が単位のとときその点に向い合っている他の点の照度をあたえるものを固有照度係数といい、この2点間の距離の自乗に逆比例しその発散角と入射角の積に比例するもので全く幾何学的に定められる。またこれは相互反射積分方程式の核を形成するので以後の計算で最も重要なものである。

今第1図のごとく球の中心 O と測光部 O' の間に半径 a の円形遮光板を挿入し、 O を坐標原点として極坐標を用いると球面上の任意の2点相互間の固有照度係数 e_{11} は

* 日本大学工学部電気工学科

第1図 球形光束計と円形遮光板

$$e_{11} = \frac{1}{4\pi r^2} \quad \dots\dots\dots(1)$$

となる。次に遮光板と球面間の固有照数係数をもとめると次のようになる。今遮光板の測光部側の面を α 面、光源側の面を β 面とし、 α 面および β 面の任意の点と球面の任意の点相互間の固有照度係数をそれぞれ $e_{1\alpha}$ 、 $e_{1\beta}$ とすれば

$$e_{1\alpha}(\theta, \varphi, l) = \frac{(r \cos \theta - b)(r - b \cos \theta - l \sin \theta \cos \varphi)}{\pi(r^2 + b^2 + l - 2rb \cos \theta - 2l \sin \theta \cos \varphi)^2} \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$e_{1\beta}(\theta, \varphi, l) = \frac{(b - \cos \theta)(r - b \cos \theta - l \sin \theta \cos \varphi)}{\pi(r^2 + b^2 + l - 2rb \cos \theta - 2l \sin \theta \cos \varphi)^2} \quad \dots\dots\dots(3)$$

b : 球の中心から遮光板までの距離
 l : 遮光板の任意の点の半径方向の長さ
 $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$

2.2 遮光板の投影

球面上の任意の点に入射する光束は遮光板がないときには全球面から入射するが、遮光板が挿入されると球面の一部は遮光板の影になってその部分からの光束はさえぎられ球面全体からの入射光束が減少する。しかし遮光板からの直射光束によってこの入射光束の減少は緩和されるが、その緩和の程度が球面上の場所によって異なるので球面の拡散照度分布が不均一になる。

それ故遮光板の投影による球面上の任意の点の照度の低下を知るためには遮光板の投影面積およびその積分表示をもとめなければならない。今球面上の任意の点 $P(\theta, \varphi_1)$ に着目する。P 点に対する遮光板の投影は P 点と球の中心軸 $O' - O - O''$ を含む平面が球面と交叉するときそ

の交線に対して左右対称であるが投影内の水平方向の長さは場所によって異なる。それ故投影面積をもとめるには水平方向の長さをもとめこれをその垂直方向について積分すればよい。投影の外縁の点の座標を θ' 、 φ_1' とすると、投影内で θ' 一定の曲線の長さ $L(\theta', \theta)$ は

$$L(\theta', \theta) = 2 \int_{\varphi_1' - \varphi_1}^{\varphi_1' + \varphi_1} r \sin \theta' d\varphi \quad \dots\dots\dots(4)$$

$$= (r^2 - b^2 - a^2) \cos^2 \theta - 2rb \cos \theta + 2b^2 + 2(a^2 \cos \theta - b) \sin \theta (r \cos \theta' - b) \sin \theta'$$

である。ここで a は遮光板の半径である。(4) 式を垂直方向すなわち θ' について積分するためには積分の上限、下限を知らなければならない。これは P 点の位置によって次のように分けられる。

$$(i) \quad 1 > \cos \theta > \frac{(r+b)^2 - a^2}{(r+b)^2 + a^2}$$

$$\theta'_{max} = \pi$$

$$\theta'_{min} = \cos^{-1} \frac{2rb - (r^2 + b^2 - a^2) \cos \theta + 2ab \sin \theta}{r^2 + b^2 + a^2 - 2rb \cos \theta + 2ra \sin \theta}$$

$$= \cos^{-1} f_1(\theta) \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$(ii) \quad \frac{(r+b)^2 - a^2}{(r+b)^2 + a^2} > \cos \theta > \frac{b}{r}$$

$$\theta'_{max} = \cos^{-1} \frac{2rb - (r^2 + b^2 - a^2) \cos \theta - 2ab \sin \theta}{r^2 + b^2 + a^2 - 2rb \cos \theta - 2ra \sin \theta}$$

$$\theta'_{min} = \cos^{-1} \frac{2rb - (r^2 + b^2 - a^2) \cos \theta + 2ab \sin \theta}{r^2 + b^2 + a^2 - 2rb \cos \theta + 2ra \sin \theta}$$

$$= \cos^{-1} f_2(\theta)$$

$$= \cos^{-1} f_1(\theta) \quad \dots\dots\dots(6)$$

$$(iii) \quad \frac{b}{r} > \cos \theta > \frac{a^2 - (r^2 - b^2)}{a^2 + (r^2 - b^2)}$$

$$\theta'_{max} = \cos^{-1} f_1(\theta), \quad \theta'_{min} = \cos^{-1} f_2(\theta) \quad \dots\dots\dots(7)$$

$$(iv) \quad \frac{a^2 - (r^2 - b^2)}{a^2 + (r^2 - b^2)} > \cos \theta > -1$$

$$\theta'_{max} = \cos^{-1} f_1(\theta), \quad \theta'_{min} = 0 \quad \dots\dots\dots(8)$$

(i), (iv) の場合は遮光板の投影が球面上の O'' 点および O' 点を含むため、 θ' 一定の曲線群中に投影の外縁と交わずに投影内で閉曲線をなすものがある。(ii), (iii) の場合には θ' 一定の曲線群はすべて投影の外縁と交わる。それ故遮光板の投影面積 $S(\theta)$ は上記の各場合に対して、次のようになる。

$$(i) \quad S(\theta) = \int_{\cos^{-1} f_2(\theta)}^{\pi} r^2 \sin \theta' d\theta' \int_0^{2\pi} d\varphi'$$

$$+ \int_{\cos^{-1}f_1(\theta)}^{\cos^{-1}f_2(\theta)} \int_{\phi=(\varphi_1'-\varphi_1)}^{\phi=\pi} \frac{2r^2 \sin \theta' d\theta' d\phi'}{\cos^{-1}f_1(\theta)} \\ = 4\pi r^2 \left\{ \frac{b}{2r} - F_c(\theta) \right\} \dots\dots\dots(9)$$

$$(ii) \quad S(\theta) = \int_{\cos^{-1}f_1(\theta)}^{\cos^{-1}f_2(\theta)} \int_{\phi=(\varphi_1'-\varphi_1)}^{\phi=\pi} \frac{2r^2 \sin \theta' d\theta' d\phi'}{\cos^{-1}f_1(\theta)} \\ = 4\pi r^2 \left\{ \frac{b}{2r} - F_a(\theta) \right\} \dots\dots\dots(10)$$

$$(iii) \quad S(\theta) = \int_{\cos^{-1}f_2(\theta)}^{\cos^{-1}f_1(\theta)} \int_{\phi=(\varphi_1'-\varphi_1)}^{\phi=\pi} \frac{2r^2 \sin \theta' d\theta' d\phi'}{\cos^{-1}f_2(\theta)} \\ = 4\pi r^2 \left\{ F_a(\theta) - \frac{b}{2r} \right\} \dots\dots\dots(11)$$

$$(iv) \quad S(\theta) = \int_0^{\cos^{-1}f_2(\theta)} \int_{\phi=0}^{2\pi} \frac{r^2 \sin \theta' d\theta' d\phi'}{\cos^{-1}f_2(\theta)} \\ + \int_{\cos^{-1}f_2(\theta)}^{\cos^{-1}f_1(\theta)} \int_{\phi=(\varphi_1'-\varphi_1)}^{\phi=\pi} \frac{2r^2 \sin \theta' d\theta' d\phi'}{\cos^{-1}f_2(\theta)} \\ = 4\pi r^2 \left\{ F_a(\theta) - \frac{b}{2r} \right\} \dots\dots\dots(12)$$

$$F_a(\theta) = \frac{b(r^2 + b^2 + a^2)}{2r\{(r^2 + b^2 + a^2)^2 - 4r^2 a^2\}^{1/2}} \\ - 2r(a^2 + b^2) \cos \theta \\ - 4rb(r^2 + b^2 + a^2) \cos \theta + 4r^2(a^2 + b^2) \cos^2 \theta \}^{1/2}$$

2.3 相互反射積分方程式

光束計内の各面の全照度を表わす式はそれぞれの面の物理的及幾何学的性質の相違によって、その数値的表現が異なるので、そのため面を区分して取扱わねばならない。

遮光板面においては、 α 面の照度は光束計内面との相互反射による拡散照度のみであるに反し、 β 面は拡散照度の外に、光源による直射照度が附加される。反射率は α 面と β 面とで異なるものとする。

光束計内面は同一の球面であるが、その面上において次のような相違がある。

- (1) 遮光板のため光源からの直射照度の有る所と無い所がある。
- (2) 2.2 項で記したように、遮光板の投影に関する表現が場所によって異なる。
- (3) 遮光板の α 面に対向する部分と β 面に対向する部分とに分けられる。

第 2 図は球面の垂直断面における区分とその座標を示したものである。A 点は前記 (1)、C、D、B 点は前記 (2) による区分点である。また (3) は D 点によって区分される。図のように球面を 5 つの部分に分け、その各部分について相互反射積分方程式をもとめようとすると、O、O'、O'' にそれぞれ対応する点 A、B、C を始点として球

面を無限個の微小部分に区分せねばならぬ³⁾、方程式をもとめることは不可能となる。しかし単位関数 $u(\theta - \theta_A)$ 、 $u(\theta - \theta_B)$ 、 $u(\theta_C - \theta)$ 等を単に形式的に用いることにより、この難点を除去する事が出来た。これらは次のごとき性質をもっている。

$$\left. \begin{aligned} \theta > \theta_A \quad \text{のとき,} \quad u(\theta - \theta_A) &= 1 \\ \theta < \theta_A \quad \text{のとき,} \quad u(\theta - \theta_A) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

故に $\int_0^\pi u(\theta - \theta_A) d\theta = \int_{\theta_A}^\pi d\theta \quad (\text{但し } \pi > \theta_A > 0)$

単位関数の利用により球面の区分は D による区分のみとなる。この中球帽 O' D の全照度を ε_A 、球帽 O'' D の全照度を ε_B とする。遮光板についてはその α 面 β 面の全照度をそれぞれ ε_α 、 ε_β とし、反射率をそれぞれ ρ_α 、 ρ_β とする。球面は 2 部分に分けたが反射率は全球面を通じて一ようであるとしそれを ρ とする。

第 2 図 球面上の区分

球の中心 O に点光源がある場合には ε_A 、 ε_B 、 ε_α 、 ε_β 等はみな Z 軸に対称となり φ 方向には変化がないので、 θ 、 l のみの函数と考えられる。それ故 (1)、(2)、(3) 式であたえられる固有照度係数を φ について積分したものをを用いて、相互反射積分方程式をもとめることが出来る。

今、 $\cos \theta = x$ なる変数変換を行うと $\varepsilon_A(x)$ 、 $\varepsilon_B(x)$ 、 $\varepsilon_\alpha(l)$ 、 $\varepsilon_\beta(l)$ は

$$\varepsilon_A(x) = E u(x_A - x) + \int_{x_D}^1 \frac{\rho_1}{2} \varepsilon_A(\xi) d\xi \\ + \int_{-1}^{x_D} \frac{\rho_1}{2} \varepsilon_B(\xi) d\xi + \int_0^a \frac{\rho_\alpha \rho_\beta}{2} \varepsilon_\alpha(l) \varepsilon_\beta(l) dl \\ - u(x - x_C) \int_{-1}^{f_2(x)} \frac{\rho_1}{2} \varepsilon_B(\xi) d\xi \\ - \int_{f_2(x)}^{f_1(x)} \frac{\rho_1}{2\pi} f(x, \xi) \varepsilon_B(\xi) d\xi \dots\dots\dots(14)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_B(x) = & E + \int_{x_0}^1 \frac{\rho_1}{2} \varepsilon_A(\xi) d\xi + \int_{-1}^{x_0} \frac{\rho_1}{2} \varepsilon_B(\xi) d\xi \\ & + \int_0^a \rho_\beta e_{1\beta}'(x, l) \varepsilon_\beta(l) l dl \\ & - u(x_B - x) \int_{f_2(x)}^1 \frac{\rho_1}{2} \varepsilon_A(\xi) d\xi \\ & - \int_{f_1(x)}^{f_2(x)} \frac{\rho_1}{2\pi} f(x, \xi) d\xi \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

$$\varepsilon_\alpha(l) = \int_{x_0}^1 \rho_1 r^2 e_{1\alpha}'(\xi, l) \varepsilon_A(\xi) d\xi \dots\dots\dots (16)$$

$$\varepsilon_\beta(l) = \frac{r^2 b}{(F + b^2)^{\frac{3}{2}}} E + \int_{-1}^{x_0} \rho_1 r^2 e_{1\beta}'(\xi, l) \varepsilon_\beta(\xi) d\xi \dots\dots\dots (17)$$

ここで

$$\begin{aligned} e_{1\alpha}'(x, l) = & \int_0^{2\pi} e_{1\alpha}(x, l, \varphi) d\varphi \\ = & \frac{2(rx - b) \{ (r - bx)(r^2 + b^2 - 2rbx) - (r + bx - 2rx^2)l^2 \}}{\{ (r^2 + b^2 - 2rbx)^2 - 2(r^2 - b^2 + 2rbx - 2rx^2)F + F^2 \}^{\frac{3}{2}}} \end{aligned}$$

$$e_{1\beta}'(x, l) = \int_0^{2\pi} e_{1\beta}(x, l, \varphi) d\varphi = -e_{1\alpha}'(x, l)$$

$$\begin{aligned} (x, \xi) = & \cos^{-1} \frac{a^2(x - \xi)^2 - (x - b)^2(1 - \xi^2)}{2(rx - b)(1 - x^2)^{\frac{1}{2}}(r\xi} \\ & - (r\xi - b)^2(1 - x^2) \\ & - b(1 - \xi^2)^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

$$x_A = \frac{b}{(a^2 + b^2)^{\frac{1}{2}}}, \quad x_B = \frac{a^2 - (r - b)^2}{a^2 + (r - b)^2}$$

$$x_C = \frac{(r + b)^2 - a^2}{(r + b)^2 + a^2}, \quad x_D = \frac{b}{r}$$

E : 球面の直射照度

ξ : 積分変数

となる。式 (14) (15) の右辺第 1 項は直射照度であり、第 2 項と第 3 項の和が球面全体から光束が入射するときの照度であるが、実際には 2.2 項で述べたごとく遮光板の影の部分から入射しないのでその分だけ差し引かなければならない。第 5 項と第 6 項がそれを表わしている。第 5 項の単位関数は 2.2 項の (i), (ii) の場合と (iii), (iv) の場合をまとめるために用いられている。第 4 項は遮光板の発散光束による照度を示す。16 式は遮光板の α 面が拡散照度のみであることを示し、17 式の右辺第 1 項は β 面の直射照度、第 2 項はその拡散照度である。

若し光源が点光源でなく配光をもつ場合はその配光が中心軸 $O'O'O''$ に対して対称であるならば、(14), (15), (17) 式の E を x の函数 $E(x)$ とすることにより全く同等な方程式を得ることが出来る。

3. 相互反射積分方程式の解とその吟味

3.1 積分方程式の解

前記の連立積分方程式より光束計内面の全照度 $\varepsilon_A(x)$

$\varepsilon_B(x)$ を得るためには、(16), (17) 式をそれぞれ (14), (15) 式に代入し $\varepsilon_\alpha(l)$ 及 $\varepsilon_\beta(l)$ を消去し、 $\varepsilon_A(x)$ と $\varepsilon_B(x)$ の連立積分方程式を解けばよい。しかし実際にこれらを行うとき 2 つの難点が現われる。

第 1 は $\varepsilon_\alpha(l)$, $\varepsilon_\beta(l)$ を消去した後の $\varepsilon_A(x)$, $\varepsilon_B(x)$ に関する積分方程式の核が楕円積分

$$\int_0^a e_{1\alpha}'(x, l) e_{1\alpha}'(\xi, l) l dl, \quad \int_0^a e_{1\beta}'(x, l) e_{1\beta}'(\xi, l) l dl$$

を含むということである。

第 2 の難点は第 1 の難点を適当な近似函数によって置換した後の $\varepsilon_A(x)$ と $\varepsilon_B(x)$ の連立積分方程式を解くときに現われるもので、それは (14), (15) 式の右辺第 5 項、第 6 項に基因している。(附録 1, 参照)

これらの難点を除去するために次のような近似を行う

$$\begin{aligned} \int_0^a \rho_\alpha e_{1\alpha}'(x, l) \varepsilon_\alpha(l) l dl \\ \approx \frac{2r^2 \rho_\alpha}{a^2} \int_{x_0}^1 \left\{ \frac{b}{2r} - F_a(x) \right\} \left\{ \frac{b}{2r} - F_a(\xi) \right\} \varepsilon_A(\xi) d\xi \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_0^a \rho_\beta e_{1\beta}'(x, l) \varepsilon_\beta(l) l dl \\ \approx \frac{2r^2 \rho_\beta}{a^2} (1 - x_A) \left\{ F_a(x) - \frac{b}{2r} \right\} E \\ + \frac{2r^2 \rho_1 \rho_\beta}{a^2} \int_0^{x_0} \left\{ F_a(x) - \frac{b}{2r} \right\} \left\{ F_a(\xi) - \frac{b}{2r} \right\} \varepsilon_B(\xi) d\xi \dots\dots\dots (19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u(x - x_C) \int_{-1}^{f_2(x)} \frac{\rho_1}{2} \varepsilon_B(\xi) d\xi \\ + \int_{f_2(x)}^{f_1(x)} \frac{\rho_1}{2\pi} f(x, \xi) \varepsilon_B(\xi) d\xi \\ \approx \rho_1 \varepsilon_B \left\{ -\frac{b}{2r} - F_c(x) \right\} \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u(x_B - x) \int_{f_2(x)}^1 \frac{\rho_1}{2\pi} \varepsilon_A(\xi) d\xi \\ + \int_{f_1(x)}^{f_2(x)} \frac{\rho_1}{2\pi} f(x, \xi) \varepsilon_A(\xi) d\xi \\ \approx \rho_1 \varepsilon_A \left\{ F_a(x) - \frac{b}{2r} \right\} \dots\dots\dots (21) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_A = & \int_0^{2\pi} r^2 d\varphi \int_{x_0}^1 \varepsilon_A(\xi) d\xi \\ & \int_0^{2\pi} r^2 d\varphi \int_{x_0}^1 d\xi \end{aligned}$$

$$\varepsilon_B = \frac{\int_0^{2\pi} r^2 d\varphi \int_{-1}^{x_D} \varepsilon_B(\xi) d\xi}{\int_0^{2\pi} r^2 d\varphi \int_{-1}^{x_D} d\xi}$$

(18), (19)式の右辺は、遮光板各面の任意の点の全照度をそれぞれの面の平均照度により近似し、導出したものである。(20), (21)式の右辺は、遮光板の投影による照度の減少を、投影面積と投影の存在する領域内(たとえば x 点が $\widehat{O'D}$ の範囲にあるときは $\widehat{DO''}$ 間が投影の存在する領域となる)の全照度の平均値との積に比例すると近似したものである。

故に $\varepsilon_A(x)$ と $\varepsilon_B(x)$ に関する連立積分方程式は

$$\varepsilon_A(x) = E u(x_A - x) - \rho_1 \varepsilon_B \left\{ \frac{b}{2r} - F_a(x) \right\} + \int_{x_D}^1 k_a(x, \xi) \varepsilon_A(\xi) d\xi + \int_{-1}^{x_D} \frac{\rho_1}{2} \varepsilon_B(\xi) d\xi \quad (23)$$

$$\varepsilon_B(x) = E + \frac{2r^2}{a^2} \rho_\beta (1 - x_A) \left\{ F_a(x) - \frac{b}{2r} \right\} E - \rho_1 \varepsilon_A \left\{ F_a(x) - \frac{b}{2r} \right\} + \int_{x_D}^1 \frac{\rho_1}{2} \varepsilon_A(\xi) d\xi + \int_{-1}^{x_D} k_\beta(x, \xi) \varepsilon_B(\xi) d\xi \quad (24)$$

$$k_a(x, \xi) = -\frac{\rho_1}{2} + \frac{2r^2}{a^2} \rho_1 \rho_a \left\{ \frac{b}{2r^2} - F_a(x) \right\} - F_a(x) \left\{ \frac{b}{2r} - F_a(\xi) \right\} - \frac{b}{2r} \left\{ F_a(\xi) - \frac{b}{2r} \right\} \quad (25)$$

となる。(23), (24)式を Fredholm の解法によって解くと、(附録2参照)

$$\varepsilon_A(x) = E u(x_A - x) + \varepsilon_{A1} + \varepsilon_{A2} F_a(x) \quad (26)$$

$$\varepsilon_B(x) = E + \varepsilon_{B1} + \varepsilon_{B2} F_a(x) \quad (27)$$

(26), (27) 式の右辺第1項は直射照度、第2項と第3項の和が拡散照度をあたえる。よって光束計内面の拡散照度分布は $F_a(x)$ にしたがって変化する。測光部の全照度は(26)式に $x=1$ を代入すれば得られるが、 $x_A < 1$ である故 $E u(x_A - x) = 0$ となり拡散照度のみとなる。すなわち

$$\varepsilon_A(1) = \varepsilon_{A1} + \varepsilon_{A2} \left\{ \frac{b}{2r} - \frac{a^2}{(r-1)^2 + a^2} \right\} \quad (28)$$

遮光板の全照度は式 (26), (27) の平均値

$$\varepsilon_A = \frac{\int_0^{2\pi} b \varphi \int_0^a \varepsilon_A(l) l dl}{\pi a^2} = \frac{2r^2}{a^2} \rho_1 \int_{x_D}^1 \left\{ \frac{b}{2r} - F_a(\xi) \right\} \varepsilon_A(\xi) d\xi \quad (29)$$

$$\varepsilon_B = \frac{\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^a \varepsilon_B(l) l dl}{\pi a^2} = \frac{2r^2}{a^2} (1 - x_A) E + \frac{2r^2}{a^2} \rho_1 \int_{-1}^{x_D} \left\{ F_a(\xi) - \frac{b}{2r} \right\} \varepsilon_B(\xi) d\xi \quad (30)$$

(29), (30) 式の右辺の $\varepsilon_A(\xi)$, $\varepsilon_B(\xi)$ に (26), (27) 式を代入すれば得られる。

3.2 吟 味

(26), (27) 式はある程度の誤差を含んでいるが、球面上の各点に対してこれらの誤差を理論的に吟味することは容易なことではない。

それ故光束計内の光束不滅の法則に拠って、光源の全発散光束と光束計内の全吸収光束との差に対する全発散光束の比の百分率を以て検討した。第3図はこれらを遮光板の挿入位置の変化に対して示したもので、 $r=1$, $\rho_1 = \rho_a = \rho_\beta = 90\%$, $a=0.1, 0.2, 0.3$ の場合である。

第3図 光源の全発散光束と
光束計内の全吸収光束との比較

遮光板が大きくなれば近似式 (18), (19), (20), (21) 式の近似性が一様に悪くなるのは当然であるが、遮光板が測光部に近接すると急激に悪化するのは主として (21) 式によるものと考えられるが、それは次の理由による。

(1) 遮光板が測光部に近接するにしたがって、(18)式の近似は悪くなるが $\varepsilon_A(l)$ の値が低下するので全体に対する影響はそれ程大きくならない。加えて $\varepsilon_B(l)$ の値は差程低下せず、しかも (19) 式の近似は良くなる傾向をもつ

に示すごとく、遮光板の挿入位置による拡散照度の変動は遮光板半径 a が大になるにしたがって増加し、光束計内の反射率が低くなるにしたがって同様に増加する。

これらの結果から光束計内の反射率は出来る限り大きいことが望ましく、また十分大きい反射率の場合には遮光板の挿入位置が b_m より多少動いても測光部の拡散照度にあまり大きな影響をあたえないものと考えられる。

第 1 表 遮光板の有無のときの測光部の拡散照度の比

遮光板の 挿入位置 b	遮光板半径 $a=0.1$			遮光板半径 $a=0.2$		
	反射率90%	反射率80%	反射率70%	反射率90%	反射率80%	反射率70%
0.2	0.9879	0.9814	0.9748	0.9553	0.9338	0.9135
0.3	0.9903	0.9860	0.9819	0.9600	0.9440	0.9285
0.4	0.9907	0.9866	0.9828	0.9600	0.9440	0.9286
0.5	0.9899	0.9850	0.9807	0.9564	0.9365	0.9170

第 2 表 遮光板の移動による測光部の拡散照度の変動。(但し $b=0.2$ から 0.5 までの移動に対するもの)

反射率	$a=0.1$	$a=0.2$
90 (%)	0.10(%以下)	0.50(%以下)
80 (〃)	0.43(〃)	1.09(〃)
70 (〃)	0.83(〃)	1.64(〃)

4.2 光束計内面の拡散照度分布と遮光板の挿入位置
光束計内面の拡散照度は遮光板両面の反射率が光束計

第 6 図 (a) 光束計内面の拡散照度分布
(遮光板半径 $a=0.1$ の場合)

内面の反射率と等しい場合は測光部が最低値となり、測光部の対称点が最高値を示す。第 6 図 (a) および (b) は遮光板を挿入した時の光束計内面の拡散照度分布を示したもので、反射率は $\rho_1 = \rho_\alpha = \rho_\beta = 90\%$ の場合である。第 6 図の D 点は第 2 図の D 点に相当する所で曲線がいづれも不連続になっているが、これは次のように考えられる。

- (1) 光束計内面の任意の点において
遮光板の投影による入射光束の減少量は D 点で零で、D 点より測光部寄りの点で大きく、その反対側の点では小さい。
- (2) 遮光板の β 面は光源による直射照度があるため α 面の全光束より大きく、ために遮光板から光

第 6 図 (b) 光束計内面の拡散照度分布
(遮光板半径 $a=0.2$ の場合)

束計内面の任意の点に入射する光束は D 点より測光部寄りの点に比し反対側の点での増加割合が大きい。

遮光板が測光部に近づくにしたがって、D 点より測光部寄りの拡散照度は大きく変化するが、これは遮光板の投影面積が D 点より測光部に近づくとともに急激に大きくなるためである。これに反し DO'' 間では投影面積の変化割合が比較的小さく、その上その大きさが光束計内面の全面積に比し小さいので、DO'' 間の拡散照度分布は次第に平坦になる。

第7図 遮光板の位置の変化による球内面の拡散照度分布の変化

第7図は遮光板の挿入位置を移動したとき、光束計内面の拡散照度分布がどのように変化するか、を知るために面上における最大拡散照度と最小拡散照度の差に対する最小拡散照度の比を示したものである。この比の最小値をあたえる遮光板の挿入位置を b_f とすると、 $a=0.1$ のとき $b_f=0.45$ 、 $a=0.2$ のとき $b_f=0.435$ であって、 a が大きくなるとともに幾分光源の方に接近することは b_m と大体同様である。またこの比の値は反射率90%の場合、 $a=0.1$ のとき 0.57%、 $a=0.2$ のとき 2.50% であるが、反射率が低下すると増大する。たとえば $a=0.1$ の場合に、反射率が80%になると1.18%となり、反射率が70%になると1.68%となる。

遮光板の半径が小さくなれば光束計内面の拡散照度分布の均一性は急速に高められるが、前記の比の値が配光の異なる光源の置換測光にどのように影響するかは、点光源以外の光源に対する結果を得て比較しなければならぬので、ここで直ちに光束計に挿入すべき遮光板の大きさに対し制限を加えることは出来ない。ただ注意すべきことは b_m と b_f が異なることである。

5. 結 言

球形光束計の中心に点光源を置き、円形遮光板を挿入したときの光束計内の相互反射積分方程式の解をもとめたが、その要旨は次のようである。

- (1) 単位関数を用いることにより、光束計内の相互反射積分方程式を正確にもとめることが出来た。
- (2) 遮光板の照度は両面それぞれ平均照度を用い、遮光板によって光束計内面上に生ずる投影面上の照度は(2)式であたえられる平均照度を用いて相互反射積分方程式を解いた。
- (3) 積分方程式の解は光束不減の法則によれば、遮光板半径が光束計半径の $1/5$ 、 $1/10$ の場合には全光束についてそれぞれ -0.3 、 -0.1% 程度のひらきである。

また実験結果からも遮光板半径が光束計半径の $1/5$ 以下ならば、これらの解を用いて光束計内の拡散照度を充分吟味出来ることが明らかになった。

- (4) 遮光板半径が光束計半径の $1/5$ 、 $1/10$ の時、測光部の拡散照度を最大にする遮光板の挿入位置 b_m は計算によれば、光源より 0.350、0.375 の位置を示し、実験的にも略同位置となった。

また光束計内面の拡散照度分布の均一性の最も高い遮光板の挿入位置 b_f は前記遮光板 $1/5$ 、 $1/10$ の場合には $b_f=0.435$ 、 $b_f=0.450$ であった。

- (5) 光束計内の反射率が低下するにつれて、測光部の拡散照度は直線的に減少し、遮光板の移動に対する変動も大となり、光束計内面の拡散照度分布の不均一性が増大する故反射率は大きいことが望ましい。

終りに臨み、本研究を御教示下され終始御懇篤なる御指導を賜った日本大学工学部長横地伊三郎先生に衷心より感謝する次第である。

文 献

- 1) 山内二郎：照学誌 **15** (昭 6) 259
- 2) 斎藤勝巳：照明東京支部大会予稿 (昭 30.6)
- 3) "：連大予稿 (昭 31) 487

附 録 1.

本文式(14)、(15)に式(18)、(19)の関係を代入すると

$$\begin{aligned} \varepsilon_A(x) = & E u(x_A - x) + \int_{x_D}^1 k_{\alpha}(x, \xi) \varepsilon_A(\xi) d\xi \\ & + \int_{-1}^{x_D} \frac{\rho_1}{2} \varepsilon_B(\xi) d\xi - u(x - x_C) \int_{-1}^{f_2(x)} \frac{\rho_1}{2} \varepsilon_B(\xi) d\xi \\ & - \int_{f_2(x)}^{f_1(x)} \frac{\rho_1}{2\pi} f(x, \xi) \varepsilon_B(\xi) d\xi \quad \cdots \cdots (1.1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_B(x) = & E + E_B(x) + \int_{x_D}^1 \frac{\rho_1}{2} \varepsilon_A(\xi) d\xi \\ & + \int_{-1}^{x_D} k_{\beta}(x, \xi) \varepsilon_B(\xi) d\xi - u(x_B - x) \int_{f_2(x)}^1 \frac{\rho_1}{2} \varepsilon_A(\xi) d\xi \\ & - \int_{f_1(x)}^{f_2(x)} \frac{\rho_1}{2\pi} f(x, \xi) \varepsilon_A(\xi) d\xi \quad \cdots \cdots (1.2) \end{aligned}$$

となる。さらに(1.1)式に(1.2)式の代入を繰返して(1.1)式から $\varepsilon_B(\xi)$ を消去すると $\varepsilon_A(x)$ に関する積分方程式を得る。すなわち

$$\begin{aligned} \varepsilon_A(x) = & E u(x_A - x) + \int_{-1}^{x_D} \frac{\rho_1}{2} K_{\beta}(\xi) \{E + E_B(\xi)\} d\xi \\ & - u(x - x_C) \int_{-1}^{f_2(x)} \frac{\rho_1}{2} \{E + E_B(\xi)\} d\xi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & - \int_{f_2(x)}^{f_1(x)} \frac{\rho_1}{2\pi} f(x, \xi) \{E + E_B(\xi)\} d\xi \\ & - u(x - x_C) \int_{-1}^{f_2(x)} \frac{\rho_1}{2} d\xi \int_{-1}^{x_D} K_{\beta}(\xi, \xi_1) \{E + E_B(\xi_1)\} d\xi_1 \\ & - \int_{f_2(x)}^{f_1(x)} \frac{\rho_1}{2\pi} f(x, \xi) d\xi \int_{-1}^{x_D} K_{\beta}(\xi, \xi_1) \{E + E_B(\xi_1)\} d\xi_1 \\ & + \int_{x_D}^1 \varepsilon_A(\xi) d\xi \left[k_{\alpha}(x, \xi) + \int_{-1}^{x_D} \frac{\rho_1^2}{4} K_{\beta}(\xi, \xi_1) d\xi_1 \right. \\ & - u(x - x_C) \int_{-1}^{f_2(x)} \frac{\rho_1^2}{4} K_{\beta}(\xi, \xi_1) d\xi_1 \\ & \left. + \int_{f_2(x)}^{f_1(x)} \frac{\rho_1^2}{4\pi} f(x, \xi_1) K_{\beta}(\xi, \xi_1) d\xi_1 \right] \\ & - \int_{-1}^{x_B} \frac{\rho_1}{2} K_{\beta}(\xi) d\xi \int_{f_2(\xi)}^1 \frac{\rho_1}{2} \varepsilon_A(\xi_1) d\xi_1 \\ & - \int_{-1}^{x_D} \frac{\rho_1}{2} K_{\beta}(\xi) d\xi \int_{f_1(\xi)}^{f_2(\xi)} \frac{\rho_1}{2\pi} f(\xi, \xi_1) \varepsilon_A(\xi_1) d\xi_1 \\ & + u(x - x_C) \int_{-1}^{f_2(x)} \frac{\rho_1}{2} d\xi \left\{ \int_{f_2(\xi)}^1 \frac{\rho_1}{2} \varepsilon_A(\xi_1) d\xi_1 \right. \\ & \left. + \int_{f_1(\xi)}^{f_2(\xi)} \frac{\rho_1}{2\pi} f(\xi, \xi_1) \varepsilon_A(\xi_1) d\xi_1 \right\} \\ & + \int_{f_2(x)}^{x_B} \frac{\rho_1}{2\pi} f(x, \xi) d\xi \int_{f_2(\xi)}^1 \frac{\rho_1}{2} \varepsilon_A(\xi_1) d\xi_1 \\ & + \int_{f_2(x)}^{f_1(x)} \frac{\rho_1}{2\pi} f(x, \xi) d\xi \int_{f_1(\xi)}^{f_2(\xi)} \frac{\rho_1}{2\pi} f(\xi, \xi_1) \varepsilon_A(\xi_1) d\xi_1 \\ & + u(x - x_C) \int_{-1}^{f_2(x)} \frac{\rho_1}{2} d\xi \int_{-1}^{x_B} K_{\beta}(\xi, \xi_1) d\xi_1 \int_{f_2(\xi_1)}^1 \frac{\rho_1}{2} \\ & \quad \times \varepsilon_A(\xi_2) d\xi_2 \\ & + \int_{f_2(x)}^{f_1(x)} \frac{\rho_1}{2\pi} f(x, \xi) d\xi \int_{-1}^{x_B} K_{\beta}(\xi, \xi_1) d\xi_1 \int_{f_2(\xi_1)}^1 \frac{\rho_1}{2} \varepsilon_A \\ & \quad \times (\xi_2) d\xi_2 \\ & + u(x - x_C) \int_{-1}^{f_2(x)} \frac{\rho_1}{2} d\xi \int_{-1}^{x_D} K_{\beta}(\xi, \xi_1) d\xi_1 \int_{f_1(\xi_1)}^{f_2(\xi_1)} \frac{\rho_1}{2\pi} \\ & \quad \times f(\xi_1, \xi_2) \varepsilon_A(\xi_2) d\xi_2 \\ & + \int_{f_2(x)}^{f_1(x)} \frac{\rho_1}{2\pi} f(x, \xi) d\xi \int_{-1}^{x_D} K_{\beta}(\xi, \xi_1) d\xi_1 \\ & \quad \times \int_{f_1(\xi_1)}^{f_2(\xi_1)} \frac{\rho_1}{2\pi} f(\xi_1, \xi_2) \varepsilon_A(\xi_2) d\xi_2 \dots\dots\dots (1.3) \end{aligned}$$

ここで

$$\begin{aligned} E_B(x) &= \frac{2r^2}{a^2} \rho_{\beta}(1 - x_A) \left\{ F_a(x) - \frac{b}{2} \right\} E \\ K_{\beta}(\xi, \xi_1) &= k_{\beta}(\xi, \xi_1) + \int_{-1}^{x_D} k_{\beta}(\xi, \xi_2) k_{\beta}(\xi_2, \xi_1) d\xi_2 + \dots\dots\dots \\ K_{\beta}(\xi) &= 1 + \int_{-1}^{x_D} K_{\beta}(\xi, \xi_1) d\xi_1 \end{aligned}$$

(1.3) 式をこのままで解くことは全く不可能といって

よい。しかし初めに $\varepsilon_A(x)$ を適当な函数形に近似しそれを (1.3) 式に代入すれば解を得ることが出来ると思われるがこれも仲々大変なことである。

附 録 2.

連立積分方程式 (23), (24) 式から (26), (27) 式を導くために、先づ (23) 式に (24) 式を代入して $\varepsilon_B(\xi)$ を消去すると、

$$\begin{aligned} \varepsilon_A(x) &= E u(x_A - x) - \rho_1 \left\{ \frac{b}{2r} - F_a(x) \right\} \varepsilon_B \\ &+ \int_{-1}^{x_D} \frac{\rho_1}{2} K_{\beta}(\xi) \left[E + E_B(\xi) - \rho_1 \varepsilon_A \left\{ F_a(\xi) - \frac{b}{2r} \right\} \right] d\xi \\ &+ \int_{x_D}^1 \left[k_{\alpha}(x, \xi) + \frac{\rho_1^2}{4} \int_{-1}^{x_D} K_{\beta}(\xi, \xi_1) d\xi_1 \right] \varepsilon_A(\xi) d\xi \dots\dots (2.1) \end{aligned}$$

ここで $E_B(\xi)$, $K_{\beta}(\xi)$ は (1.3) 式で用いたものと同様のものである。 $K_{\beta}(\xi)$ は (1.3) 式でわかるように $K_{\beta}(\xi, \xi_1)$ を積分したものであるが、 $K_{\beta}(\xi, \xi_1)$ は $k_{\beta}(\xi, \xi_1)$ を核とする任意の第 2 種 Fredholm 積分方程式

$$g(\xi) = h(\xi) + \int_{-1}^{x_D} k_{\beta}(\xi, \xi_1) g(\xi_1) d\xi_1 \dots\dots\dots (2.2)$$

の解の核と同等である故、(2.2) 式の Fredholm の行列式および第 1 小行式をもとめることにより得られる。

扱 (2.1) 式は

$$k_{\alpha}(x, \xi) + \frac{\rho_1^2}{4} \int_{-1}^{x_D} K_{\beta}(\xi, \xi_1) d\xi_1$$

を核とする第 2 種 Fredholm 積分方程式である故 Fredholm の解法にしたがって解をもとめると簡単に (26) 式が得られる。(27) 式も全く同様にもとめることが出来る。(26) 式の右辺の ε_{A1} , ε_{A2} , ε_{B1} , ε_{B2} , 等は r , c , b , ρ , ρ_{α} , ρ_{β} によって決定される常数であるが、その形は非常に複雑で数値計算以外にその性質を知ることは困難である。

最後に ε_{A1} , ε_{A2} , ε_{B1} , ε_{B2} , ε_{A} , ε_B , その他記号を r , a , b , ρ_1 , ρ_{α} , ρ_{β} によって表わすと

$$\begin{aligned} \varepsilon_{A1} &= \frac{1}{S_A} \left[\left\{ \frac{\rho_1}{2} \cdot \frac{1 + \rho_1 \rho_{\beta} F_0 + \frac{2r^2}{a^2} \rho_1 \rho_{\beta} (F_0 M_2 - N_2)}{D_B} \right. \right. \\ &\quad \times \left(1 - \frac{2r^2}{a^2} \rho_1 \rho_{\alpha} N_1 \right) + \rho_1 \rho_{\alpha} \frac{b^2}{4a^2} \left. \right\} L_a E \\ &\quad + \frac{\rho_1}{2} \left\{ 1 + \frac{2r^2}{a^2} \rho_1 \rho_{\alpha} (F_0 M_1 - N_1) \right\} \times \\ &\quad \left\{ L_2 + \rho_{\beta}(1 - x_A) - \frac{2r^2}{a^2} \rho_1 \rho_{\beta} (L_2 N_2 - M_2^2) \right\} E - \rho_1 \frac{a^2}{2r^2} \varepsilon_A \\ &\quad \dots\dots\dots D_B \\ &\quad - \rho_1 \left\{ F_0 - \frac{\rho_1}{2} \cdot \frac{1 + \rho_1 \rho_{\beta} F_0 + \frac{2r^2}{a^2} \rho_1 \rho_{\beta} (F_0 M_2 - N_2)}{D_B} M_1 \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left\{ \frac{2r^2}{a^2} \rho_\alpha M_a F + \varepsilon_B \right\} \Bigg] \\
\varepsilon_{A2} = & \frac{1}{S_A} \left[\rho_1 \left\{ 1 - \frac{\rho_1}{2} \cdot \frac{1 + \rho_1 \rho_\beta F_0 + \frac{2r^2}{a^2} \rho_1 \rho_\beta (F_0 M_2 - N_2)}{D_B} \right\} L_1 \left\{ \frac{2r^2}{a^2} \rho_\alpha M_a E + \varepsilon_B \right\} \right. \\
& - \rho_1 \left\{ F_0 - \frac{\rho_1}{2} \cdot \frac{1 + \rho_1 \rho_\beta F_0 + \frac{2r^2}{a^2} \rho_1 \rho_\beta (F_0 M_2 - N_2)}{D_B} \right\} M_1 \left\{ \frac{2r^2}{a^2} \rho_\alpha L_a E \right. \\
& \left. \left. - \frac{1}{2} \frac{\rho_1^2 \rho_\alpha \cdot \left\{ L_2 + \rho_\beta (1 - x_A) - \frac{2r^2}{a^2} \rho_1 \rho_\beta (L_2 N_2 - M_2^2) \right\}}{D_B} \right\} E - \rho_1 \frac{a^2}{2r^2} \varepsilon_A \right] \\
\varepsilon_{B1} = & \frac{1}{S_B} \left[\left\{ 1 + \frac{2r^2}{a^2} \rho_1 \rho_\beta (F_0 M_2 - N_2) \right\} \left\{ E + \frac{\rho_1}{2} \cdot \frac{\left\{ L_a + \frac{2r^2}{a^2} \rho_1 \rho_\alpha L_a (F_0 M_1 - N_1) - \rho_1 \rho_\alpha M_a \right\}}{D_A} E - \rho_1 \frac{a^2}{2r^2} \varepsilon_B \right\} \right. \\
& \left. - \left\{ \frac{2r^2}{a^2} \rho_\beta (1 - x_A) E - \rho_1 \varepsilon_A \right\} \left\{ F_0 - \frac{\rho_1}{2} \cdot \frac{1 - \rho_1 \rho_\beta F_0 + \frac{2r^2}{a^2} \rho_1 \rho_\alpha (F_0 M_1 - N_1)}{D_A} M_2 \right\} - S_B E \right] \\
\varepsilon_{B2} = & \frac{1}{S_B} \left[\rho_1 \rho_\beta \left\{ E + \frac{\rho_1}{2} \cdot \frac{\left\{ L_a + \frac{2r^2}{a^2} \rho_1 \rho_\alpha L_a (F_0 M_1 - N_1) - \rho_1 \rho_\alpha M_a \right\}}{D_A} E - \rho_1 \frac{a^2}{2r^2} \varepsilon_B \right\} \right. \\
& \left. - \left\{ \frac{2r^2}{a^2} \rho_\beta (1 - x_A) E - \rho_1 \varepsilon_A \right\} \left\{ 1 - \frac{\rho_1}{2} \cdot \frac{1 - \rho_1 \rho_\alpha F_0 + \frac{2r^2}{a^2} \rho_1 \rho_\alpha (F_0 M_1 - N_1)}{D_A} L_2 \right\} \right]
\end{aligned}$$

ここで D_A , D_B は $k_\alpha(x\xi)$, $k_\beta(x\xi)$ をそれぞれ積分方程式の核とするときの Fredholm の行列式であり, S_A , S_B も同様核 $k_\alpha(x\xi) + \frac{\rho_1^2}{4} \int_{-1}^{x_D} K_\beta(\xi_1) d\xi_1$ および $k_\beta(x\xi) + \frac{\rho_1}{4} \int_{x_D}^1 K_\alpha(\xi_1) d\xi_1$ のときの Fredholm の行列式である.

$$\begin{aligned}
D_A = & 1 - \rho_1 \rho_\alpha F_0 + \frac{2r^2}{a^2} \rho_1 \rho_\alpha (F_0 M_1 - N_1) - \frac{\rho_1}{2} \left\{ L_1 - \frac{2r^2}{a^2} \rho_1 \rho_\alpha (L_1 N_1 - M_1^2) \right\} \\
D_B = & 1 + \rho_1 \rho_\beta F_0 + \frac{2r^2}{a^2} \rho_1 \rho_\beta (F_0 M_2 - N_2) - \frac{\rho_1}{2} \left\{ L_2 - \frac{2r^2}{a^2} \rho_1 \rho_\beta (L_2 N_2 - M_2^2) \right\} \\
S_A = & \frac{1}{D_B} \left[D_A D_B - \frac{\rho_1^2}{4} \left\{ L_1 - \frac{2r^2}{a^2} \rho_1 \rho_\alpha (L_1 N_1 - M_1^2) \right\} \left\{ L_2 - \frac{2r^2}{a^2} \rho_1 \rho_\beta (L_2 N_2 - M_2^2) \right\} \right] \\
S_B = & \frac{1}{D_A} \left[D_A D_B - \frac{\rho_1^2}{4} \left\{ L_1 - \frac{2r^2}{a^2} \rho_1 \rho_\alpha (L_1 N_1 - M_1^2) \right\} \left\{ L_2 - \frac{2r^2}{a^2} \rho_1 \rho_\beta (L_2 N_2 - M_2^2) \right\} \right]
\end{aligned}$$

また ε_A , ε_B は (20), (21) 式をそれぞれ (22) 式に代入すると

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{A1} = & L_2 D_B \left\{ L_a + \frac{2r^2}{a^2} \rho_1 \rho_\alpha (F_0 M_1 - N_1) - \rho_1 \rho_\alpha M_a \right\} + \frac{\rho_1}{2} \left\{ L_1 L_2 - \frac{2r^2}{a^2} \rho_1 \rho_\alpha L_2 (L_1 N_1 - M_1^2) - \frac{a^2}{r^2} \right\} \left\{ L_2 + \rho_\beta (1 - x_A) \right. \\
& \left. L_1 L_2 D_B S_B + \frac{\rho_1^2 a^2}{4 r^2} \left\{ 2 L_1 L_2 - \frac{2r^2}{a^2} \rho_1 \rho_\alpha L_2 (L_1 N_1 - M_1^2) - \frac{2r^2}{a^2} \rho_1 \rho_\beta L_1 (L_2 N_2 - M_2^2) \right\} \right. \\
& \left. - \frac{2r^2}{a^2} \rho_1 \rho_\beta (L_2 N_2 - M_2^2) \right\} \\
& - \left(\frac{\rho_1 a^2}{2 r^2} \right)^2 \cdot E
\end{aligned}$$

$$\varepsilon_B = \frac{L_1 D_A \left\{ L_2 + \rho_\beta (1 - x_A) - \frac{2r^2}{a^2} \rho_1 \rho_\beta (L_2 N_2 - M_2^2) \right\} + \frac{\rho_1}{2} \left\{ L_1 L_2 - \frac{2r^2}{a^2} \rho_1 \rho_\beta L_1 (L_2 N_2 - M_2^2) - \frac{a^2}{r^2} \right\} \left\{ L_a \right.}{L_1 L_2 D_A S_A + \frac{\rho_1 a^2}{4r^2} \left\{ 2L_1 L_2 - \frac{2r^2}{a^2} \rho_1 \rho_\alpha L_2 (L_1 N_1 - M_1^2) - \frac{2r^2}{a^2} \rho_1 \rho_\beta L_1 (L_2 N_2 - M_2^2) \right\} + \frac{2r^2}{a^2} \rho_1 \rho_\alpha (F_0 M_1 - N_1) - \rho_1 \rho_\alpha M_a \left\{ - \left(\frac{\rho_1 a^2}{2r^2} \right)''}$$

$$L_1 = \int_{x_D}^1 d\xi = 1 - \frac{b}{r} \quad , \quad L_a = \int_{x_D}^{x_A} d\xi = \frac{b}{(a^2 + b^2)^{\frac{1}{2}}} - \frac{b}{r} \quad , \quad L_2 = \int_{-1}^{x_D} d\xi = 1 + \frac{b}{r}$$

$$M_1 = \int_{x_D}^1 F_a(\xi) d\xi = \frac{rb - b^2 - a^2}{2r^2} \quad , \quad M_a = \int_{x_D}^{x_A} F_a(\xi) d\xi = \frac{1}{4r^2} \left[(r^2 - b^2 - a^2) - \left\{ (r^2 + b^2 + a^2 - 2rbx_A)^2 - \frac{4r^2 a^4}{(a^2 + b^2)} \right\}^{\frac{1}{2}} \right]$$

$$M_2 = \int_{x_D}^{x_D} F_a(\xi) d\xi = \frac{rb + a^2 + b^2}{2r^2}$$

$$N_1 = \int_{x_D}^1 F_a^2(\xi) d\xi = \frac{(a^2 + b^2)(r - b)}{4r^3} - \frac{a(r^2 - b^2 - a^2)}{8r^3} \tan^{-1} \frac{2a(r - b)}{(r - b)^2 - a^2}$$

$$N_2 = \int_{-1}^{x_D} F_a^2(\xi) d\xi = \frac{(a^2 + b^2)(r + b)}{4r^3} - \frac{a(r^2 - b^2 - a^2)}{8r^3} \tan^{-1} \frac{2a(r + b)}{(r + b)^2 - a^2}$$

$$F_0 = \frac{b}{2r}$$

年 報 正 誤

P	欄	l	誤	正
79	左	-5	放射能の応用	能をトル
80	左	10	役立つて	役立てて
"	"	-12	坊禪哲	哲をトル
		-2	白石啓久	白石啓文
	右	15	が、つまでも	が、いつまでも
81	左	3	個万	万個
	"	-16	全光束 35 万 lm/s	全光量 35 万 lm・s
86	右	1	Weating house	Weathingous
89	左	7	光が届かない	光が届
		14	照明学界雑	照明学会雑
119	右	9	滑光路灯	滑光路走灯
123	右	-14	サーシスタ	サーミスタ
125	右		筆者名がコロダク姓ノミトナツテイル 3 箇所	
127	右	7	場台	場合
128	左	23	Dinforth	Dinforth
129	左	-19	ト幅と	ト幅と
130	左	-12	等歩度色空間	等歩度色空間
	右	16	おるいは	あるいは
132	右	-10	(F.F.F.)	(C.F.F.)
157	右	4	(慶大医学部教授)	(東大名譽教授)