光 束 計 の 一 般 理 論

正 会 員 室 井 徳 雄 *

General Theory of Integrating Sphere

By Norio Muroi (Member)

(Department of Electrical Engineering, Nihon University)

ABSTRACT

The author had looked for "The Coefficient of Final Illumination of Interreflection" in the solution of integral equation for the interreflection, that indicates the illumination distribution of the spherical wall. This paper explained the relations between the coefficient of final illumination of interreflection and other coefficients. To inquire into this coefficient, we may say, is nothing but to study the general theory of integrating sphere itself.

It was proved that the kernel of solution of integral equation, that is to say, the ratio of Fredholm's minor to Fredholm's determinant, has physical meaning, that is, illumination of the window that was measured when the lumen per unit solid angle makes the way in any direction.

This is no more than the coefficient of final illumination of interreflection, that the author has defined the other day. The calculated result of this coefficient coincided with the experimental result which was measured by turning a beam of light.

In inquiring into this coefficient of final illumination of interreflection, it is convenient, as was stated in "Journal of the Illuminating Engineering Institute of Japan Vol. 42. No. 10. PP. 450," if one likes to check many characteristics of integrating sphere, without solving the integral equation.

1. 緒 言

光束計については Sumpner⁽¹⁾ Ulbricht⁽²⁾ の両氏以来多くの人々の研究があり、すでに60年の年月を経ている。

本邦における光束計の研究は電気試験所の広部、松本の両氏⁽³⁾に始り、理論的な研究については山内二郎⁽⁴⁾⁽⁵⁾氏によりその基盤があたえられ、その後一二の研究⁽⁶⁾⁽⁷⁾が発表されてはいるが、いづれも特殊な場合の単なる計算にとどまり、著者をして充分満足せしめていない。

先に著者は光束計における "相互反射入射照度係数" を定義し、これを測定することにより、積分方程式を解かず手軽に光束計の特性を論じ⁽⁸⁾⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾ 光束計の遮光板最良位置を定め、配光の異なる光源相互間の置換測光に際しての誤差、直線形光源を測光し得る長さの限度等を論じた。

今回は球内壁の照度分布を決定する相互反射積分方程式より出発し、相互反射入射照度係数を導き出し、他の諸係数との関連を明らかにし、かつこの相互反射入射照

度係数の追求が光束計の一般理論に通ずるものであることを述べ、光束計の理論体系を整えたいと企図した次第である。

2. 光束計における相互反射積分方程式とその解

今半径 R の球形光束計の中心に、任意配光 $I(\theta, \varphi)$ なる光源が設置されている場合を考えよう。球上の任意の

一点 ξ の照度を $\varepsilon(\theta_\xi, \varphi_\xi)$ とすれば、(第1図参照)

第 1 図

* 日本大学工学部

$$\varepsilon(\theta_{\xi} \varphi_{\xi}) = E_d(\theta_{\xi}, \varphi_{\xi}) + \rho \int_s \varepsilon(\theta, \varphi) \cdot e(\theta \varphi \rightarrow \theta_{\xi} \varphi_{\xi}) ds + \rho \int_s \varepsilon_s(\theta_s \varphi_s) e(\theta_s \varphi_s \rightarrow \theta_{\xi} \varphi_{\xi}) ds' \dots \dots \dots (1)$$

$$\varepsilon_s(\theta'_s \varphi'_s) = E_d(\theta', \varphi') + \rho \int_{\theta=\theta_b}^{\theta=\pi} \int_{\varphi=0}^{\varphi=2\pi} \varepsilon(\theta \varphi) e(\theta \varphi \rightarrow \theta'_s \varphi'_s) R^2 \sin \theta d\theta d\varphi \dots \dots \dots (2)$$

($\theta_{\xi}=0 \sim \theta_b$ の間にあるとき)

$$\varepsilon_s(\theta''_s \varphi''_s) = \rho \int_{\theta=0}^{\theta=\theta_b} \int_{\varphi=0}^{\varphi=2\pi} \varepsilon(\theta \varphi) e(\theta \varphi \rightarrow \theta''_s \varphi''_s) R^2 \sin \theta d\theta d\varphi \dots \dots \dots (3)$$

($\theta_{\xi}=\theta_b \sim \pi$ の間にあるとき)

ここで $\varepsilon(\theta, \varphi)$, $\varepsilon_s(\theta'_s \varphi'_s)$, $\varepsilon_s(\theta''_s \varphi''_s)$ は球内壁, 遮光板の光源側および測光部の全照度, $e(\theta \varphi \rightarrow \theta_{\xi} \varphi_{\xi})$, $e_s(\theta'_s \varphi'_s \rightarrow \theta_{\xi} \varphi_{\xi})$, $e_s(\theta''_s \varphi''_s \rightarrow \theta_{\xi} \varphi_{\xi})$ はそれぞれ球内壁, 遮光板の光源側および測光部側より $(\theta_{\xi}, \varphi_{\xi})$ 点への固有照度係数で, 球内壁および遮光板面上の反射率はいつでも ρ で一様であるとした。

(1)式で右辺第1項 $E_d(\theta_{\xi} \varphi_{\xi})$ は ξ 点の直射照度で, ξ より遮光板を望む陰影内では固有照度係数 $e(\theta \varphi \rightarrow \theta_{\xi} \varphi_{\xi})=0$ となるゆえ, 陰影部分より ξ 点に直射する照度は零となる。

第3項は遮光板から ξ に入射する照度で ξ 点が $0 \sim \theta_b$, $\theta_b \sim \pi$ にあるかにより(2)あるいは(3)式を使用する。

次に球内壁を $(n-u)$ 個, 遮光板の表裏両面合せて u 個, 合計 n 個に分割し, その分割面内の照度を均一であると仮定すれば,

$$\varepsilon(\theta_{\xi} \varphi_{\xi}) = E_d(\theta_{\xi} \varphi_{\xi}) + \rho \sum_{i=1}^{n-u} \varepsilon(\theta_i \varphi_i) e(\theta_i \varphi_i \rightarrow \theta_{\xi} \varphi_{\xi}) \delta S_i + \rho \sum_{s=1}^u \varepsilon_s(\theta_s \varphi_s) e(\theta_s \varphi_s \rightarrow \theta_{\xi} \varphi_{\xi}) \delta S_s \dots \dots \dots (4)$$

で n 元の連立一次方程式となり, これを解くことにより球内壁の照度分布を知ることが出来る。

この方程式の解は周知の通り

$$\varepsilon(\theta_{\xi} \varphi_{\xi}) = \frac{\sum_{i=1}^n E_d(\theta_i \varphi_i) \cdot |D_{i\xi}|}{|D_n|} \dots \dots \dots (5)$$

(5)式はまた

$$\varepsilon(\theta_{\xi} \varphi_{\xi}) = E_d(\theta_{\xi} \varphi_{\xi}) \cdot \frac{|D_{\xi\xi}|}{|D_n|} + \sum_{i=1}^{\xi-1} \frac{E_d(\theta_i \varphi_i) \cdot |D_{i\xi}|}{|D_n|} + \sum_{i=\xi+1}^n \frac{E_d(\theta_i \varphi_i) \cdot |D_{i\xi}|}{|D_n|} \dots \dots \dots (6)$$

ここで $(n-u) \rightarrow \infty$, $u \rightarrow \infty$, $\delta S \rightarrow 0$ なる極限を考えると

$$\frac{|D_{\xi\xi}|}{|D_n|} \rightarrow 0, \quad \frac{|D_{i\xi}|}{|D_n|} \rightarrow \frac{\Delta'_{\xi}}{\Delta}$$

$$\text{で } \left[\sum_{i=1}^{\xi-1} E_d(\theta_i \varphi_i) + \sum_{i=\xi+1}^n E_d(\theta_i \varphi_i) \right] \cdot \delta S \rightarrow F$$

$$\text{また } F = \int_{\theta=0}^{\theta=\pi} \int_{\varphi=0}^{\varphi=2\pi} I(\theta \varphi) \sin \theta d\theta d\varphi$$

で無限大要素を含んでいないゆえ, $\frac{1}{2}$ Volterra のいう不連続より連続への原理に従い

$$\varepsilon(\theta_{\xi} \varphi_{\xi}) = E_d(\theta_{\xi} \varphi_{\xi}) + \int_{\theta=0}^{\theta=\pi} \int_{\varphi=0}^{\varphi=2\pi} \frac{\Delta'_{\xi}}{\Delta} I(\theta \varphi) \sin \theta d\theta d\varphi \dots \dots \dots (7)$$

ここで Δ'_{ξ} , Δ は Fredholm の小行列式および行列式とよく似たもので

$$\Delta = \lim_{\substack{n \rightarrow \infty \\ \delta S \rightarrow 0}} |D_n|, \quad \Delta'_{\xi} = \lim_{\substack{n \rightarrow \infty \\ \delta S \rightarrow 0}} |D_{i\xi}| \quad \text{である.}$$

$$D_n = 1 - \sum_{i=1}^n \rho \cdot \delta S e_{ii} + \frac{1}{2!} \sum_{ij=1}^n \rho^2 \delta S^2 \begin{vmatrix} e_{ii} & e_{ij} \\ e_{ji} & e_{jj} \end{vmatrix} - \frac{1}{3!} \sum_{ijk=1}^n \rho^3 \delta S^3 \begin{vmatrix} e_{ii} & e_{ij} & e_{ik} \\ e_{ji} & e_{jj} & e_{jk} \\ e_{ki} & e_{kj} & e_{kk} \end{vmatrix} \\ + \dots \dots \dots + (-1)^n \cdot \rho^n \delta S^n \begin{vmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} & \dots & e_{1n} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} & \dots & e_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ e_{n1} & e_{n2} & e_{n3} & \dots & e_{nn} \end{vmatrix} \dots \dots \dots (8)$$

* e_{ij} は固有照度係数 $e(\theta_i \varphi_i \rightarrow \theta_j \varphi_j)$ の略である

$$D'_{i\epsilon} = \rho \delta S e_{s\gamma} - \frac{1}{1!} \sum_{\alpha=1}^{n-2} \begin{vmatrix} -\rho \delta S e_{s\gamma} & -\rho \delta S e_{s\alpha} \\ -\rho \delta S e_{a\gamma} & -\rho \delta S e_{a\alpha} \end{vmatrix} - \frac{1}{2!} \sum_{\alpha, \beta=1}^{n-2} \begin{vmatrix} -\rho \delta S e_{s\gamma} & -\rho \delta S e_{s\alpha} & -\rho \delta S e_{s\beta} \\ -\rho \delta S e_{a\gamma} & -\rho \delta S e_{a\alpha} & -\rho \delta S e_{a\beta} \\ -\rho \delta S e_{\beta\gamma} & -\rho \delta S e_{\beta\alpha} & -\rho \delta S e_{\beta\beta} \end{vmatrix} - \dots \\ - \frac{1}{(n-2)!} \sum_{\alpha, \beta, \dots, \mu=1}^{n-2} \begin{vmatrix} -\rho \delta S e_{s\gamma} & -\rho \delta S e_{s\alpha} & \dots & -\rho \delta S e_{s\mu} \\ -\rho \delta S e_{a\gamma} & -\rho \delta S e_{a\alpha} & \dots & -\rho \delta S e_{a\mu} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\rho \delta S e_{\mu\gamma} & -\rho \delta S e_{\mu\alpha} & \dots & -\rho \delta S e_{\mu\mu} \end{vmatrix} \dots \quad (9)$$

光束計の測光部 P は $E_d(\theta_p \varphi_p) = 0$ であるから

$$\epsilon(\theta_p \varphi_p) = \int_{\theta=0}^{\theta=\pi} \int_{\varphi=0}^{\varphi=2\pi} \frac{\Delta'_p}{\Delta} I(\theta, \varphi) \sin \theta \, d\theta \, d\varphi \quad (10)$$

球形光束計で遮光板の無い状態を考えると $e_{ij} = 1/4\pi R^2$ となり(8)式の第3項以下は0で

$$\Delta = 1 - \frac{\rho}{4\pi R^2} \int_S dS = 1 - \rho \quad (11)$$

(9)式では第2項以下が0となり,

$$\Delta = \frac{\rho}{4\pi R^2} \quad (12)$$

となる故

$$\begin{aligned} \epsilon(\theta_p \varphi_p) &= E_d(\theta_p \varphi_p) + \frac{\rho}{4\pi R^2(1-\rho)} \int_{\theta=0}^{\theta=\pi} \int_{\varphi=0}^{\varphi=2\pi} I(\theta, \varphi) \sin \theta \, d\theta \, d\varphi \\ &= E_d(\theta_p \varphi_p) + \frac{\rho \cdot F}{4\pi R^2(1-\rho)} \quad (13) \end{aligned}$$

となり, 一般によく知られた形となる.

しかし遮光板が存在する場合は Δ'_p/Δ は一定とならず, これが光束計の誤差原因となる. $\epsilon(\theta_p \varphi_p)$ が I_x , $I(\theta, \varphi)$ が cd であたえられると, Δ'_p/Δ は "単位立体角当り単位光束のビーム光が任意方向に向うとき光束計内面で相互反射した後の測光部の最終照度" を意味することになる. この Δ'_p/Δ は先に著者が "相互反射入射照度係数" と称した $K(\theta, \varphi)$ に他ならない.

$\Delta'_p/\Delta = K(\theta, \varphi)$ とおけば

$$\epsilon(\theta_p \varphi_p) = \int_{\theta=0}^{\theta=\pi} \int_{\varphi=0}^{\varphi=2\pi} K(\theta, \varphi) I(\theta, \varphi) \sin \theta \, d\theta \, d\varphi \quad (14)$$

となる. 光束計の測光部拡散照度が光源の配光のいかんにかかわらず, 全光束に比例するためには, この $K(\theta, \varphi)$ が θ, φ に無関係に常に一定の値を有することが必要で, 光束計の積分能力はこの $K(\theta, \varphi)$ によって左右されることになる.

3. 相互反射積分方程式の数値解法

以上述べた積分方程式を実際に解く場合は, 数値解法に頼らなければならない. 積分方程式の数値解法には, 正規部分を和の形に分解し, 連立1次方程式に導く方法と核を簡単に解くことの出来る近似式であらわして近似核に対する厳密解を求めるという二つの流れがある. その結果の精度は前者においては数値積分の正確さに依存し, 後者においては近似核の誤差によって定まる. かつて多元連立1次方程式は次元数が多いと解法が繁雑となるため, 連立方程式による解法はあまり歓迎されていなかったが, 近時における計算機械の発達は見覚しきものがあり, 現在においては連立1次方程式に導けば, 後は機械が解いてくれるので, 時間的にもまた精度の点においても下手な近似式を考えているより優る場合が多い. 著者も数値計算は機械にまかせることにして, さきに述べた積分方程式を連立1次方程式に導き近似解を得た. 以下その計算手法の概要を述べることにする.

球形光束計で, 円形遮光板を使用し φ に関して対称であるとすれば, (附録 I, II, III 参照)

$$\begin{aligned} \epsilon(\theta_i) &= E(\theta_i) + \frac{\rho}{2\pi R} \int_{\theta=0}^{\pi} \epsilon(\theta) \left[\pi \sin \theta - 2 \left\{ \cos^{-1} \sqrt{\frac{a^2 + b^2 - x_0^2}{4ab}} + \frac{1}{2} \right\} \sin \theta \right] d\theta \\ &\quad + \rho \epsilon_s(\theta) \frac{1}{2} \left\{ 1 - \sqrt{1 - x_0^2/c^2} \right\} \frac{\cos \delta}{\cos \gamma} \quad (15) \end{aligned}$$

$$\varepsilon(\theta_s) = \varepsilon'_s(\theta) = E'_s(\theta) + \frac{\rho}{\pi^2 x_0^2} \int_{\theta=0}^{\theta=\theta_b} \varepsilon(\theta) f \sin \theta d\theta \dots\dots\dots (16)$$

($\theta_s = 0 \sim \theta_b$ の間にあるとき)

$$\varepsilon(\theta_s) = \varepsilon''_s(\theta) = \frac{\rho}{\pi^2 x_0^2} \int_{\theta=\theta_b}^{\theta=\pi} \varepsilon(\theta) f \sin \theta d\theta \dots\dots\dots (17)$$

($\theta_s = \theta_b \sim \pi$ の間にあるとき)

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{-\sin \theta (\cos \theta_s - y_0)}{\cos \theta_s - \cos \theta} \\ b &= \frac{-(y_0 - \cos \theta) \sin \theta_s}{\cos \theta_s - \cos \theta} \\ c &= \left[\frac{1}{4} \left\{ (R \sin \theta_s - x_0)^2 + (-r \cos \theta_s + y_0)^2 \right\} \left\{ 1 + \frac{(R \sin \theta_s + x_0)}{(R \cos \theta_s + y_0)^2} \right\} \right]^{\frac{1}{2}} \\ f &= (R \cos \theta_s - y_0) \cos \left\{ \pi - \left(\theta_s + \tan^{-1} \frac{R \cos \theta_s - y_0}{R \sin \theta_s - l} \right) \right\} \\ &\quad \times \left[\left\{ (R \sin \theta - l)^2 + (R \cos \theta - y_0)^2 \right\} \left\{ (R \sin \theta - l)^2 + (R \cos \theta - y_0)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \right]^{-1} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

(15)式の第2項の〔 〕の中は θ なる角度で球を切断したときの円の円周から、 θ_s より見た遮光板の陰影部分を取り除いた弧の長さをあらわす。* 第3項は遮光板面上の照度を一定としたとき、遮光板による θ_s の照度を等照度球の理論を用いて計算した**ものである。

次に球を θ に関し $n-u$ 個の球帯に分割し、遮光板はその大きさに倣い u 個に分割すると、次の如き n 元連立1次方程式となる。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= E_1 + \rho e_{11} T_{11} \varepsilon_1 + \rho e_{12} T_{12} \varepsilon_2 + \dots\dots + \rho e_{1n} T_{1n} \varepsilon_n \\ \varepsilon_2 &= E_2 + \rho e_{21} T_{21} \varepsilon_1 + \rho e_{22} T_{22} \varepsilon_2 + \dots\dots + \rho e_{2n} T_{2n} \varepsilon_n \\ &\vdots \\ \varepsilon_n &= E_n + \rho e_{n1} T_{n1} \varepsilon_1 + \rho e_{n2} T_{n2} \varepsilon_2 + \dots\dots + \rho e_{nn} T_{nn} \varepsilon_n \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

ここで

$$T_{gh} = 2\pi \int_{\theta_{h1}}^{\theta_{h2}} \left[\pi \sin \theta - 2 \left\{ \cos^{-1} \sqrt{\frac{a^2 + b^2 - x_0^2}{4ab}} + \frac{1}{2} \right\} \sin \theta \right] d\theta \dots\dots\dots (20)$$

T_{gh} は θ_g 点より球帯 $\theta_{h1} \sim \theta_{h2}$ をのぞんだときこの球帯より遮光板の陰影を除いたものである。

この方程式の解は次の行列であらわされる。

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \vdots \\ E_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 - \rho e_{11} T_{11} & -\rho e_{12} T_{12} & \dots & -\rho e_{1n} T_{1n} \\ -\rho e_{21} T_{21} & 1 - \rho e_{22} T_{22} & \dots & -\rho e_{2n} T_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\rho e_{n1} T_{n1} & -\rho e_{n2} T_{n2} & \dots & 1 - \rho e_{nn} T_{nn} \end{pmatrix}^{-1} \dots\dots\dots (21)$$

逆行列の要素を k_{ij} 対角要素を k'_{ii} とすれば

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_p \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \vdots \\ E_p \\ \vdots \\ E_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_{11}' & k_{12} & \dots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22}' & \dots & k_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{p1} & k_{p2} & \dots & k_{pn} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{n1} & k_{n2} & \dots & k_{n'n}' \end{pmatrix} \dots\dots\dots (22)$$

(22)式の行列の対角要素を $k_{ij} = k'_{ii} - 1$ とおけば

$$\varepsilon_p = E_p + \sum_{i=1}^n E_i k_{pi} \dots\dots\dots (23)$$

P点を測光部とすれば $E_p = 0$ また $E_i = \frac{I_i}{R_i^2}$ であるから ※

$$\varepsilon_p = \sum_{i=1}^n I_i \frac{k_{pi}}{R_i^2} \dots\dots\dots (24)$$

となり(24)式は(14)式に対応することになる。またここで逆行列の各行の要素が(7)式における解の核 Δ'_i/Δ に対応していることは興味深い事柄で、今後積分方程式の解法で相当活用の道が多いのではないかと思う。

* 附録I 参照 **附録II 参照

したがって数値計算は連立方程式の逆行列の計算を計算機械で行えば、ほとんど労力を必要とせずに簡単に求めることが出来る。球の分割も適当な“重み”をつけ10分割程度でも、実用上差支えない近似解がえられた。

4. 計算結果とその考察

第2図は以上のようにして相互反射入射照度係数の計算を行った結果を実験値と比較したもので、反射率90%，遮光板の位置 $y_0=0.4R$ 一定とし、遮光板の大きさを変えた場合で実験値と計算値とは大略一致している。0°の凹部周辺に曲線の隆起があるが、これはビーム光が

第2図 反射率、遮光板の位置を一定として遮光板の大きさを変えた場合の相互反射入射照度係数の計算値と実験値との比較

遮光板の周辺に近づくと、遮光板面と球内壁とで相互反射を行い、遮光板面上の輝度が増加するため⁽¹¹⁾⁽¹²⁾で、遮光板の大きさが大となるにしたがってその隆起も、大となっている。

光束計の配光の相違による誤差は、この相互反射入射照度係数 $K(\theta, \varphi)$ の凹凸の状態によって左右され、 θ, φ に関し常に const な条件に近づくことが望ましく、こ

第3図 ビーム光回転による球帯の平均拡散照度分布 (その1)

の曲線を基本として、光束計の各種の特性を論じうことはすでに述べた⁽¹¹⁾通りである。

第4図 ビーム光回転による球帯の平均拡散照度分布 (その2)

第5図 ビーム光回転による球帯の平均拡散照度分布 (その3)

第3図は0.1Rの円形遮光板を0.4Rの位置に固定して、ビーム光を回転させたときの球帯の平均拡散照度分布の模様を示したものである。同図で①の曲線はビーム光が遮光板面上を照射しているときの、各球帯の平均拡散照度で66°30'の位置で屈曲しているが、丁度この点が遮光板を含む平面と球との交差点に該当する。②の曲線は同図の右下に示す球帯の分割図の番号2に、ビーム光が入射しているときの照度分布で③～⑩の曲線も以下同様に、右下図のそれぞれの球帯分割番号3～10の位置にビーム光が入射したときの照度分布を示す。

また同図で0°の位置が測光部に該当し、0°の位置における①曲線の値が第2図の $K(\theta, \varphi)$ 曲線の0°の位置に該当する。第2図の θ は第3図におけるビーム光の入射位置を示している。第3図の②、③の曲線の0°の位置の値が $K(\theta)$ 曲線の隆起部に該当する。以下同様に第3図④～⑩の曲線の0°のときの値が、第3図の $K(\theta)$ 曲線の各点に該当することになる。

現在光束計は一般に第3～第5図の0°の位置に窓を作って、この点で使用しているが、これは第3～第5図からみて一番拡散照度の変化率の大なるところであり、変

化率の僅かなことを望む光束計にとってまことに皮肉なことと思われる。

第4図、第5図は遮光板の寸法 $0.2R$, $0.3R$ のときの、ビーム光回転による球帯の平均照度分布を示す。

第6図 均等点光源の場合における球内壁上の拡散照度分布

第6図は均等点光源を光束計の中心に設置したときの光束計の拡散照度分布である。同図で縦の点線は遮光板の位置で、反射率が大となるにしたがい拡散照度分布は均一となることが解る。

5. 結 言

球形光束計の球内面の照度分布を定める相互反射積分方程式より出発し、相互反射入射照度係数を理論的に導き出し、これの数値計算を行った結果実験値とよく一致した。

積分方程式の解の核、つまり Fredholm の小行列式と、Fredholm の行列式との比に相当するものは“単位立体角当り単位光束が任意方向に向うときの測光部の照度”であるという物理的意味があることが明確になった。これは著者が相互反射入射照度係数と称したものに他ならない⁽⁸⁾⁽¹¹⁾。光束計に関する理論的研究はこの相互反射入射照度係数の追求に帰せられる。

この相互反射入射照度係数が十分に吟味されていさえすれば、いちいち積分方程式まで、たちもどらずに光束計の種々の特性を手軽に論ずることが出来て便利⁽¹¹⁾なことは、すでに述べた通りである。

この係数はビーム光を回転させ球内壁上进行すれば容易に測定することが出来る。なおここで述べた理論は球以外の他の形状の光束計にも適用することが出来る。

最後にご指導を賜った本学工学部長横地伊三郎先生、熱心に本研究に協力せられた伊藤昇司、吹野正の両君に対し深く感謝の意を表する次第である。

(受付 1958. 12. 11)

文 献

- (1) W. E. Sumpner: Phys. Soc., Proc., 12 (1892)
- (2) R. Ulbricht: E. T. Z., 12 (1900) 595

- (3) 広部, 松本: 電気試験所研究報告 No. 23 (1915)
- (4) 山内: 電気試験所研究報告 190 号 (1927)
- (5) 山内: 照明学会誌 15—9 (1931) 259
- (6) 斎藤: 照明学会誌 41—2 (1957) 220
- (7) 斎藤: 照明学会誌 42—2 (1958) 53
- (8) 室井: 照明学会誌 42—5 (1958) 175
- (9) 室井, 伊藤: 昭和33年電気四学会連大 (1958) 713
- (10) 室井: 照明学会誌 42—6 (1958) 218
- (11) 室井: 照明学会誌 42—10 (1958) 450
- (12) 室井, 伊藤, 吹野: 昭和33年照明学会東京支部大会論文集 (1958) 29

附録 I. 遮光板面上の輝度に基因する球面上の照度分布

遮光板の形を円形とし完全拡散性等輝度の光源をなすと考えれば、遮光板面上の輝度に基因する球内壁の照度分布は McAllister の等照度球の理論により簡単に計算することが出来る。

附 I—1 図で遮光板の直径を AB とし、この円の縁と球壁上の注意の点を通る球を考え、その中心を O' とする。この O' 球面上の一部 dS_e が輝度 B をもつとき、 O' 球面上の注意の点に与える照度は一定である。

ゆえに点 e に生ずる照度 dE は

$$dE = \frac{B dS_e \cos^2 \alpha}{(2C \cos \alpha)^2} = \frac{B dS_e}{4\pi C^2}$$

球帽 AB による照度は

附 I — 1 図

$$E = \frac{1}{4c^2} \int B dS_e \quad \dots\dots\dots (I-1)$$

$\angle A \hat{O} B = \beta$ とおけば中心 O' が AB に張る角は 2β であるから

$$E = \frac{B}{4C^2} \int_{S_e} dS_e = \frac{\pi B}{2} (1 - \cos \beta)$$

$$= \frac{\pi B}{2} \left\{ 1 - \sqrt{1 - (x_0^2/C^2)} \right\} \dots\dots\dots (I-2)$$

となりこれは円板に垂直方向の照度であるから光束計壁面上の法線照度を得るためには $\cos \delta / \cos \gamma$ を乗ずればよい。

$$\therefore E_{\xi} = \frac{\pi B}{2} \left\{ 1 - \sqrt{1 - (x_0^2/C^2)} \right\} \frac{\cos \delta}{\cos \gamma} \dots\dots\dots (I-3)$$

$$C = \left[\frac{1}{4} \left\{ R \sin \theta_{\xi} - x_0 \right\}^2 + (y_0 - R \cos \theta_{\xi})^2 \right]^{1/2} \\ \times \left\{ 1 + \frac{(R \sin \theta_{\xi} + x_0)^2}{(R \cos \theta_{\xi} + y_0)^2} \right\}^{1/2}$$

この (I-3) 式を数値計算すれば附 I-2 図のごとくなる。

附 I-2 図 附 I-3 式の計算結果

附録 II. 球内面上の任意の点より遮光板をみた場合の球上の陰影

附 II-1 図のごとく球形光束計内 Y 軸に垂直に円形遮光板が設置され光束計半径 R 、遮光板半径 x_0 、中心より遮光板までの距離 y_0 とするとき、

球内面上の任意の点 ξ より見た遮光板の影の面積は $-R \sin \theta$ を半径とする円弧が遮光板の影によって切り取られる弧の長さを θ に関して積分すれば求められる。遮光板の影によって切り取られる弧の長さ l は ξ より遮光板を含む円錐と $-R \sin \theta$ を半径とする円を含む円錐との交線によって求められる。

$CD = a$ $DE = b$ とすれば

附 II-1 図

附 II-2 図 附 II-1 式の計算結果

$$a = \frac{-\sin \theta (\cos \theta_{\xi} - y_0)}{\cos \theta_{\xi} - \cos \theta}$$

$$b = \frac{-(y_0 - \cos \theta) \sin \theta_{\xi}}{\cos \theta_{\xi} - \cos \theta}$$

$$l = -4R \sin \theta \cos^{-1} \sqrt{\frac{a^2 + b^2 - x_0^2}{4ab} + \frac{1}{2}}$$

$$\text{影の面積} = -4R \int_{\pi}^{2\pi} \cos^{-1} \sqrt{\frac{a^2 + b^2 - x_0^2}{4ab} + \frac{1}{2}} \cdot \sin \theta \, d\theta \\ \dots\dots\dots (II-1)$$

附録 III. 遮光板面上の照度計算

球壁上注意の点 ξ の輝度を B_{ξ} 、照度を e_{ξ} とするとき、遮光板上 Y 軸より l なる点の照度 d_{ξ} は附 III-1 図のごとく記号を定めれば、

附 III-1 図

$$d_{\xi} = \frac{B_{\xi} \cos \alpha \cos \beta}{P^2} \dots\dots\dots (III-1)$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \pi - \left(\theta + \tan^{-1} \frac{R \cos \theta - y_0}{R \sin \theta - l} \right) \\ \beta &= \tan^{-1} \frac{R \sin \theta - l}{R \cos \theta - y_0} \\ P &= \sqrt{(R \sin \theta - l)^2 + (R \cos \theta - y_0)^2} \\ B_{\xi} &= \frac{\rho \varepsilon_{\xi}}{\pi} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (III-2)$$

(III-2) を (III-1) に代入すると

$$d\varepsilon = \frac{\rho \varepsilon_{\xi} (R \cos \theta - y_0) \cos \left\{ \pi - \left(\theta + \tan^{-1} \frac{R \cos \theta - y_0}{R \sin \theta - l} \right) \right\}}{\pi \left\{ (R \sin \theta - l)^2 + (R \cos \theta - y_0)^2 \right\} \sqrt{(R \sin \theta - l)^2 + (R \cos \theta - y_0)^2}} \dots\dots\dots (III-3)$$

したがって半径 x_0 なる円板面上測光部および光源側の平均照度 $\varepsilon_s'(\theta)$, $\varepsilon_s''(\theta)$ は

$$\varepsilon_s'(\theta) = \frac{\rho}{\pi^2 x_0^2} \int_{l=0}^{l=x_0} \int_{\theta=0}^{\theta=b} \varepsilon(\theta) f d l \cdot d \theta \dots\dots\dots (III-4)$$

$$\varepsilon_s''(\theta) = \frac{\rho}{\pi^2 x_0^2} \int_{l=0}^{l=x_0} \int_{\theta=b}^{\theta=\pi} \varepsilon(\theta) f d l \cdot d \theta \dots\dots\dots (III-5)$$

ただし

$$f = \frac{(R \cos \theta_{\xi} - y_0) \cos \left\{ \pi - \left(\theta_{\xi} + \tan^{-1} \frac{R \cos \theta_{\xi} - y_0}{R \sin \theta_{\xi} - l} \right) \right\}}{\left\{ (R \sin \theta - l)^2 + (R \cos \theta - y_0)^2 \right\} \sqrt{(R \sin \theta - l)^2 + (R \cos \theta - y_0)^2}}$$

新 刊 紹 介

理論に基づく照明の実際

関 重 広 著

東京電機大学
出版部 発行

大 き さ : B6判
ペ ー ジ : 244
定 価 : 420円
地方定価 : 425円

東京電機大学出版部が昨年12月から毎月版を重ねて出版していく工学全書の中の1冊として出版されたものである。この全書は現場第1線に働いている人達のために技術の向上と新しい知識の修得を目的としたものであって、工業高校卒業程度の現場の技術者に理解できるようにまとめられてある。

内容はきわめて豊富で、しかも新しく、なお、従来の欠点の一つといわれていた理論と実際との結びつきにかけているという点を全く一掃し、理論のうらづけがなされてある技法の解説で満載されてある。10章からなり、まず1章照明技術者の心がまえ。2章照明術語と単位。3章照明計算とその応用。4章色彩とその効果。5章屋内照明の構成。6章照明器具。7章屋内照明の実際。8章屋外照明の構成。9章屋外照明の実際。10章特殊個所の照明、ほかに付録として照度基準、一般照明用光源の資料、索引がある。

本書の特徴は従来の形式によらないで、第1章で照明

技術者としての心がまえということを説いており、優れた技術者になるために学ばなければならない要素をあげている。また、照明学を専攻するグループを五つに分けると、理論を実地に応用して照明の設計はもちろん、照明の改善普及に従事するものが最も多いことをあげ、このグループに属するための最短コースをこの著書が教えている。要するに、施設のよい照明設計ができるように、設計の考え方と手順とを説き、注意すべき点をあげて理由を付し、全ページを埋めていることは他にあまり見られないところである。いわば、“すぐに役立つ照明学”とでもいうべきものである。

ところで、8章、9章、10章は他の章と比較して内容の充実をもう少し計かるべきではなかったろうか、どうも手薄の感じがするのは誠に悪い。

文章は著者独特のなめらかさで、読みやすく書かれてあるから、わかりよいこと、漢字制限とかなづかいに注意が払われており、本文中には写真をいれないで口絵に使っている点は、よい施設例があっても印刷技術のいかんによっては照明の効果を十分に現わし得ないからであろう。

著者は本書をあわせて照明に関するものを26冊も執筆されていることについては、まさに最高をいくものであって、その幅の広さ、内容の深さといい、この偉大なる功績に対しては深く敬意を表したいと思う。(須田棟介)