白熱電球における放射光の変調 (2)[†]

専門会員 石 川 太 郎*

Modulation of Radiant Light from Incandescent Lamp (2)

By Taro Ishikawa (Fellow Member)

(Nagoya Institute of Technology)

2. 交流点灯による放射光伝達系における諸量の変調

前述のように白熱電球を交流点灯すると電力、放射エネルギー、光束などの諸量が脈動する。

従来これらの脈動を定量化するためフリツカ係数又はちらつき係数(平均光度との差/平均光度)、変調(脈動の全振巾/平均値)⁽⁶⁾、脈動率(脈動波の実効値/平均値)などが用いられて来たが、ここではエネルギー伝達系に関連した諸量の脈動を次のような変調係数 m で定義してこれらの関係を整理した⁽⁷⁾。

変調係数 m =脈動の半振巾/平均値……………(2-1)

従って諸量の脈動に対しても交流入力で変調されたエネルギー出力と考え変調なる語を用いることにする。

2.1 交流点灯による光束の変調

正弦波交流で白熱電球を点灯する場合、電源周波数を f c/sとし、簡単のため入力電流も正弦波と考えると入力電力 $W(t)$ は

$$W(t) = v_{max} \cdot i_{max} \sin^2(\omega/2)t = W_m(1 - \cos\omega t) \dots (2-2)$$

ここに v_{max} , i_{max} はそれぞれ入力電圧および電流の最大値。

$$W_m = v_{max} \cdot i_{max} / 2, \quad \omega = 4\pi f = 2\pi f, \quad f: \text{電力周波数(c/s)}.$$

$$\text{よって } W(s) = L W(t) = W_m \left(\frac{1}{s} - \frac{s}{s^2 + \omega^2} \right) \dots (2-2)$$

であるから(1-14)式より放射エネルギー $J(s)$ は

$$J(s) = G(s) W(s) = W_m \alpha \left\{ \frac{1}{s(s+\alpha)} - \frac{s}{(\alpha+s)(s^2+\omega^2)} \right\}$$

$$\therefore J(t) = L^{-1} J(s)$$

$$= W_m \alpha \left\{ \frac{1 - \exp(-\alpha t)}{\alpha} - \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + \omega^2}} \cos(\omega t - \phi) + \frac{\alpha}{\alpha^2 + \omega^2} \exp(-\alpha t) \right\} \dots (2-4)$$

ただし $\phi = \tan^{-1}(\omega/\alpha)$, L はラプラス変換記号。

定常状態では

$$J(t) = W_m \left\{ 1 - \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \omega^2}} \cos(\omega t - \phi) \right\} \dots (2-4')$$

よって1.4でのべたように光束 $I(t)$ と放射エネルギー $J(t)$ の間に $I(t) = K' \{J(t)\}^2$ が成り立つものとすれば、

$$\begin{aligned} I(t) &= K' W_m^2 \left[1 - \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \omega^2}} \cos(\omega t - \phi) \right]^2 \\ &= I_m \left[1 - \frac{2\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \omega^2}} \cos(\omega t - \phi) + \frac{\alpha^2}{2(\alpha^2 + \omega^2)} \{1 + \cos 2(\omega t - \phi)\} \right] \dots (2-5) \end{aligned}$$

ただし $I_m = K' W_m^2$, K' : 定数

さらに上式で $\alpha \ll \omega$ の場合は $\phi \approx \pi/2$ としてよく

$$I(t) = I_m \left[1 - \frac{2\alpha}{\omega} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \right] \dots (2-6)$$

$$= I_m \left[1 - \frac{2\alpha}{\omega} \sin \omega t \right] \dots (2-6')$$

第14図 交流点灯による光束の変調

すなわち第14図に示すようにこの場合光束波は電力波より $\pi/2$ おくれ、光束の平均値からの脈動は α に比例し、 ω に逆比例することになる。

実際に市販白熱電球について電源周波数60 c/sで点灯の場合のフィラメント電流波形と光束波形の位相関係をしらべると第15図のように光束波形はフィラメント電流波形よりいずれも約 $\pi/4$

第15図 市販白熱電球の光束変調波形とフィラメント電流波形の位相関係

[†] 前々号 (Vol. 43 No. 7) より続く

* 名古屋工業大学

おけている。

従って一般の白熱電球については光束が電力波より $\pi/2$ おくれるという前記 (2-6') 式で光束変調を充分近似することができる。

(2-6') 式で I_m は光束の平均値をあらわし、 $2\alpha/\omega$ は脈動振巾の半分であるから (2-1) 式より光束変調係数 m_v は

$$m_v = 2\alpha/\omega = \alpha/2\pi f' = \alpha/\pi f \quad \dots\dots\dots(2-7)$$

第16図 市販白熱電球の光束変調係数

第16図は (1-28) 式の α を用いて市販白熱電球の光束変調係数を電源周波数 50, 60, 120 c/s の場合について求めたもので、図中の丸印は 100V 用电球の実測値を示したものである。なお光度、光束発散度の変調係数も (2-7) 式であらわされることはいう迄もない。

2.2 全放射エネルギーの変調と温度変調

交流点灯にもとづく全放射エネルギーの変調については (2-4') 式より

$$J(t) = J_m \left[1 - \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \omega^2}} \sin \omega t \right] \quad \dots\dots\dots(2-8)$$

ここに J_m は全放射エネルギーの平均値

よって全放射エネルギーの変調係数 m_J は (2-1) 式の定義より

$$m_J = \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \omega^2}} = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{\alpha}{4\pi f'} = \frac{m_v}{2} \quad (\alpha \ll \omega) \quad \dots\dots\dots(2-9)$$

すなわち全放射エネルギーの変調係数は光束の変調係数の約半分であるといえる。

つぎに全放射エネルギーの平均値 J_m に対してフィラメント温度がその平均値 T_m を中心に ΔT だけ変化したときの放射エネルギーの変化を ΔJ とすると、全放射エネルギーの変調係数 m_J は (2-1) 式の定義よりつぎのようにもあらわされる。

$$m_J = \frac{\Delta J}{J_m} = \frac{1}{J} \frac{\partial J}{\partial T} \frac{\Delta T}{2} \quad (J = J_m) \quad \dots\dots\dots(2-9')$$

しかるに第1表より

$$\frac{T}{J} \frac{\partial J}{\partial T} = 4.60 \quad (T = T_m = 2800^\circ \text{K}) \quad \dots\dots\dots(2-9'')$$

よって

$$m_J = \frac{4.6}{T_m} \frac{\Delta T}{2} = 4.6 m_t \quad \dots\dots\dots(2-10)$$

ここに m_t はフィラメント温度の変調係数であり、全放射エネルギーの変調係数はこの約 4.6 倍となる。

ゆえに (2-8) 式のように全放射エネルギーが

$$J = J_m (1 - m_J \sin \omega t)$$

なる周期変動を生ずる場合、フィラメント温度の変化分は (2-9') 式より

$$\Delta T = \frac{1}{4.6} \frac{T_m}{J_m} \Delta J = \frac{1}{4.6} T_m m_J \sin \omega t$$

であるから、温度の変調は

$$T = T_m \left(1 - \frac{1}{4.6} m_J \sin \omega t \right) \quad \dots\dots\dots(2-11)$$

となる。ここで前述の m_J , m_v , m_t と定数 α , 電力角周波数 ω との関係を整理すると次の近似関係が成り立つ。

$$m_J = m_v/2 = 4.6 m_t = \alpha/\omega \quad \dots\dots\dots(2-12)$$

2.3 スペクトル放射発散度の変調

白熱電球のスペクトル放射発散度 J_λ はプランクの法則に従うが、フィラメント温度の範囲を $2000^\circ \text{K} \sim 3400^\circ \text{K}$ 波長範囲を可視部に限定すれば、ウィーンの様式で充分である。すなわち

$$J_\lambda = e_1 c_1 \lambda^{-5} \exp(-c_2/\lambda T) \quad (\text{W} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \mu^{-1}) \quad \dots\dots\dots(2-13)$$

ここに λ : 波長 (μ). $c_1 = 37350$, $c_2 = 14380$ ($\mu \cdot \text{deg.}$)

T : フィラメント温度 ($^\circ \text{K}$), e_1 : フィラメントのスペクトル発散率。

スペクトル放射発散度のフィラメント温度変化 ΔT に対する変調係数 $m_{J\lambda}$ は (2-1) 式の定義より

$$m_{J\lambda} = \frac{J \Delta_\lambda}{J_{\lambda m}} = \frac{1}{J_{\lambda m}} \frac{\partial J}{\partial T} \frac{\Delta T}{2} \quad \dots\dots\dots(2-14)$$

ここに $J_{\lambda m}$ はスペクトル放射発散度の平均値。

(2-13) (2-14) 式より

$$m_{J\lambda} = \frac{c_2}{\lambda T_m} \frac{\Delta T}{2 T_m} = \frac{c_2}{\lambda T_m^2} m_t \quad \dots\dots\dots(2-15)$$

ここで、尾本、山口氏は黒体のスペクトル放射発散度の温度係数 a_t を次式のように定義し可視範囲の計算を行っているので⁽⁸⁾, (2-14) 式よりスペクトル放射発散度の変調係数 $m_{J\lambda}$ との関係を求めると (2-17) 式のようなになる。

$$a_t = \frac{\partial J_\lambda}{\partial T} \cdot \frac{1}{J_\lambda} = \frac{c_2}{\lambda T^2} \quad (T = T_m) \quad \dots\dots\dots(2-16)$$

$$\therefore m_{J\lambda} = a_t \cdot \Delta T/2 \quad \dots\dots\dots(2-17)$$

さらに (2-10) (2-15) 式より

$$T_m = \frac{m_J \cdot c_2}{4.6 m_{J\lambda} \cdot \lambda} = 3122 \frac{m_J}{\lambda \cdot m_{J\lambda}} \quad \dots\dots\dots(2-18)$$

すなわち (2-12) 式より電源周波数 $\omega/4\pi$ および定数 α が与えられれば m_J がきまるので、任意の波長において非常に透過帯域巾の狭いフィルターと $1/\alpha$ に比べて時定数の無視できる物理眼およびオシロスコープに

よって m_{λ} を測定すれば、その時の白熱電球のフィラメント温度の平均値 T_m を求めることができる。

又 $J = J_m(1 - m_{\lambda} \sin \omega t)$ なる場合のスペクトル放射発散度の変調を考えると、 $J = J_m$ 附近では

$\Delta J_{\lambda} \equiv (\partial J_{\lambda} / \partial J) \Delta J$ がなり立つと考えてよいから

$$\Delta J_{\lambda} = \left(\frac{\partial J_{\lambda}}{\partial T} \right) / \left(\frac{\partial J}{\partial T} \right) \Delta J \quad (J = J_m) \quad (J_{\lambda} = J_{\lambda m}) \quad (2-19)$$

(2-9) (2-14) (2-19) 式より

$$\Delta J_{\lambda} = (m_{\lambda} \cdot J_{\lambda} / m_J \cdot J) \Delta J \quad (J = J_m) \quad (J_{\lambda} = J_{\lambda m})$$

ここで $\Delta J = -J_m m_J \sin \omega t$ である。

ゆえに $\Delta J_{\lambda} = m_{\lambda} \cdot J_{\lambda m} \sin \omega t$

すなわち

$$J_{\lambda} = J_{\lambda m}(1 - m_{\lambda} \sin \omega t) \quad (2-20)$$

となる。

第17図 白熱電球のスペクトル放射発散度の変調係数 (○印は市販100V用电球による実測値)

いま市販白熱電球についてスペクトル放射発散度の変調係数の近似計算値と実測値1例を第17図に示す。

測定は別に発表の筆者の試作による直視ブラウン管式分光計によったものである。

2.4 放射光の色度変調

白熱電球を交流点灯すれば前述のようにフィラメント温度は変調され、したがって光源の光色も変調される。

いまこのような場合の色度変調について CIE 表色系により考察する。

白熱電球のスペクトル放射発散度を時間関数 $J_{\lambda}(t)$ であらわし、スペクトル色の3刺激値を $\bar{x}_{\lambda}$, $\bar{y}_{\lambda}$, $\bar{z}_{\lambda}$ とすれば、光色の3刺激値も時間の関数 $X(t)$, $Y(t)$, $Z(t)$ となる。すなわち

$$\left. \begin{aligned} X(t) &= \int J_{\lambda}(t) \bar{x}_{\lambda} d\lambda \\ Y(t) &= \int J_{\lambda}(t) \bar{y}_{\lambda} d\lambda \\ Z(t) &= \int J_{\lambda}(t) \bar{z}_{\lambda} d\lambda \end{aligned} \right\} \quad (2-21)$$

しかるにスペクトル放射発散度 $J_{\lambda}(t)$ は入力電力 $W(t) = W_m(1 - \cos \omega t)$ に対して (2-15) (2-20) 式より

$$J_{\lambda}(t) = J_{\lambda m} \left\{ 1 - m_{\lambda} \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) \right\} \quad (2-22)$$

ここに $m_{\lambda} = (c_2 / \lambda T_m) m_i$, $\omega = 4\pi f'$, f' : 電源周波数(c/s)

よっていま

$$\left. \begin{aligned} q_{x1} &= \int J_{\lambda m} \bar{x}_{\lambda} d\lambda, \quad q_{y1} = \int J_{\lambda m} \bar{y}_{\lambda} d\lambda, \\ q_{z1} &= \int J_{\lambda m} \bar{z}_{\lambda} d\lambda \\ q_{x2} &= \int m_{\lambda} J_{\lambda m} \bar{x}_{\lambda} d\lambda, \quad q_{y2} = \int m_{\lambda} J_{\lambda m} \bar{y}_{\lambda} d\lambda, \\ q_{z2} &= \int m_{\lambda} J_{\lambda m} \bar{z}_{\lambda} d\lambda \end{aligned} \right\} \quad (2-23)$$

とすれば

$$\left. \begin{aligned} X(t) &= q_{x1} - q_{x2} \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) \\ Y(t) &= q_{y1} - q_{y2} \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) \\ Z(t) &= q_{z1} - q_{z2} \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (2-24)$$

ゆえに3色係数 x , y などは時間の関数となり

$$\left. \begin{aligned} x(t) &= \left\{ q_{x1} - q_{x2} \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) \right\} / \left\{ Q_1 - Q_2 \cos \left(\omega t - \frac{\alpha}{2} \right) \right\} \\ y(t) &= \left\{ q_{y1} - q_{y2} \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) \right\} / \left\{ Q_1 - Q_2 \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (2-25)$$

ただし $Q_1 = q_{x1} + q_{y1} + q_{z1}$, $Q_2 = q_{x2} + q_{y2} + q_{z2}$

第18図 100V 100Wガス入タングステン電球の交流点灯による色度変調 (電源周波数 60c/s)

たとえば100V 100Wガス入タングステン電球について数値計算を行ってみると次のようである。

この電球のフィラメント温度を 2800°K とすれば、(2-13) 式よりスペクトル放射発散度が求まりこれを $J_{\lambda m}$ とする。又スペクトル放射発散度変調係数 m_{λ} は電源周波数が 60 c/s の場合につき第 17 図に与えられている。以上から (2-23) (2-25) 式における q_{x1} , q_{y1} , q_{x2} , q_{y2} , Q_1 , Q_2 が求まり、(2-25) 式に入れて

$$x(t) = \left\{ 56.5 - 3.41 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \right\} / \left\{ 127.7 - 9.16 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \right\}$$

$$y(t) = \left\{ 52.5 - 3.27 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \right\} / \left\{ 127.7 - 9.16 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \right\}$$

各位相における色度点を求め色度図上に示すと第 18 図のようになる。

この場合色度変調の軌跡は直線的で軌跡の動く範囲は

$$\left| \cos(\omega t - \pi/2) \right| \leq 1 \text{ なる条件から}$$

$$0.438 \leq x = x(t) \leq 0.449, \quad 0.373 \leq y = y(t) \leq 0.455$$

であり、電源周波数の 2 倍の周波数で往復運動する。

結 言

白熱電球の時間に関連した発光特性を考えるため、入力電力より出力放射光に到るエネルギー変換系を一つの信号伝達系に相似させ近似解析出来ることを示し、交流

点灯時の電力、温度、放射エネルギー、光束などの諸量の脈動分について近似的関係を求めた。

光束変調はいわゆる“ちらつき”を生ずるが、ちらつきは視野の光束発散度や心理的要素などに支配されるのでここではこの問題にふれなかつた。それに一般照明用白熱電球では光束変調係数は 60 c/s で数%～十数%にでちらつきはあまり問題にならない。しかしテレビスタジオ照明や精密測定用光源に白熱電球を用いる場合、その放射光の特性を考慮しなければならぬ場合が多い。すなわち白熱電球で照射された物体の光束発散度の変調は赤色より青色物体の方が大きく、受光物理眼の波長感受特性によってみかけの受光変調係数が異なってくるなどの問題があるからである。これら具体例については別に研究を進めつつあるので他の機会にゆずる。

最後に、この研究に対し終始御指導いただいた京都大学大谷教授、阪口助教授に深謝し、実験、計算に協力された青野達雄氏(国鉄)に感謝致します。

(受付、初 34.4.18 再 34.7.7)

文 献 (2)

- (6) W. E. Tolles, L. C. Ihrig: J. O. S. A. **47**-1 (1957) 101
- (7) 石川: 電気四学会東海支大(昭33) 57
- (8) 尾本, 山口: 照学誌 **41**-7 (1957) 320

照明界のトピックス

松田長三郎博士理事長に就任

京都アザインセンター

本会名誉会員、前会長松田長三郎博士は、この程できた京都デザインセンターの理事長に就任した。

京都のデザインセンターは産業はもちろん文化、観光などあらゆる分野で重要になってきたデザインを研究、産業や生活文化の発展に貢献しようというため、研究発表や講演会、指導、依頼製作、デザイナーの養成など盛りたくさんな仕事をやることになっている。

会員田中久四郎君学位を

授与さる

電気関係の図書出版で有名な、株式会社電気書院の取

締役社長である田中久四郎君は、かねてから京都大学に提出中の論文「多導線系における内雷誘導による進行波弾と変移点における分波現象の研究」が教授会を通過し、同大学から工学博士の学位を授与された。

交通信号と色光

最近交通信号の効果がまたげられるようなサイン、広告照明が散在しているので、これらをきびしく取り締ろうとしている。たとえば一例をあげると火災報知器の赤ランプが信号灯と間違われたり、また信号誤認による事故は東京都だけで 30 数件もあったといわれるだけあって信号灯の周辺の光色には制限ある設置禁止範囲を明確にきめて交通の安全を計ろうとするものである。