けい光放電管の輝きにおよぼすけい光体膜の影響

正会員 坊

博* 専門会員 竹 山 説 三*

The Effects of Phosphor Coating on the Brightness of the Fluorescent Lamp

By Hiroshi Bō (Member) and Setsuzo Takeyama (Fellow Member)

(Faculty of Engineering, Osaka University)

ABSTRACT

The intensity of the generated light from the phosphor coating excited by the ultraviolet rays, such as in a fluorescent lamp has been calculated for the coating thickness using the Kubelka's formula, in which the scattering of the light in the medium is treated. The multiple reflections of the light between the phosphor particles and between the phosphor coating and the glass of the bulb wall have been considered in this report. Also the light from the fluorescent lamp, in which the inner surface of the cylindrical glass tube is coated with phosphor has been obtained by considering the effect of the interreflection in the finite cylindrical tube and the reflectance and the transmittance of the glass tube.

Good agreement has been obtained between the results of calculations and measurements, except for the case of the thin phosphor coating or non-homogeneous coating.

1. 緒 言

けい光灯の発光特性に重要な影響をおよぼす一つの要素としてけい光物質が考えられる。けい光物質そのものの製造に関してはその関係方面で研究されている。しかしそのけい光物質の塗布状態とその発光強度（輝き）とに関しては、従来から実験的に検討されているが、^{1) 2)} 理論的には内部における散乱を無視した場合につき Glocker³⁾ 等が計算しているにすぎない。実験的には Thayer¹⁾ がけい光膜塗布厚さと光束発散度との間にある最適条件を見出し、その条件とけい光膜の光学的性質、例えばけい光膜の透過率とを関係づけている。今回これら実験結果を理論的に検討するため、けい光物質膜内における散乱を考慮し、かつけい光放電管の管壁ガラスの影響や、放電管内における相互反射等を考慮に入れて理論的に取扱ひ、けい光膜の塗布状態と光束発散度との関係を導びいた。その結果、従来、とかくおろそかにされがちなけい光膜の紫外線に対する性質、すなわちその吸収係数、反射係数等が可視光線に対するものと同等に重要な役割をなしていることが判明した。

2. けい光体粉末膜の光学的性質

けい光体粉末を固めた試料（けい光膜）の光学的性質は、従来からよく取扱われている均質な媒質の光学的性質とはその趣を異にする。すなわちその試料内では光の吸収の外に強い散乱が行われる。このような問題を巨視的に取扱ったのに P. Kubelka の理論⁴⁾ がある。ここではその理論を用い、けい光膜の光学的性質を調べる。

試料に一方から光が入射する場合、境界面に鉛直で媒質の内部に向う方向を x 軸にとり、その x 軸に鉛直な単位面積を正方向（入射方向）に沿って進む光の強さを i 、負の方向に進む光の強さを j とすれば、次の微分方程式が得られる。

$$di/dx = -(\alpha + \beta) i + \beta j \quad (2.1)$$

$$dj/dx = (\alpha + \beta) j - \beta i \quad (2.2)$$

ここで、 α および β は吸収および散乱による光の損失を表わす係数である。

上式を簡単にすれば

$$d^2i/dx^2 = \beta^2 b^2 i \quad (2.3)$$

$$j = \frac{1}{\beta} \frac{di}{dx} + (1 + q)i = -\frac{1}{\beta} \frac{dj}{dx} + ai$$

$$d^2j/dx^2 = \beta^2 b^2 j \quad (2.4)$$

* 大阪大学工学部

ここで

$$b^2 = \{(1 + \alpha/\beta)^2 - 1\} = (a^2 - 1)$$

ただし $a = 1 + \alpha/\beta = 1 + q$

$$\alpha/\beta = q$$

したがってこの微分方程式を適当な境界条件で解けばよいことになる。今第1図のごとくけい光膜の厚さを d とし、 x 方向を図のごとくとれば

$$\begin{aligned} x=0 & \quad i=i_0 \\ & \quad j=j_0 \\ x=d & \quad i=i_d \\ & \quad j=j_d \end{aligned}$$

とおくことができる。そうすると (2.3) (2.4) の解は

$$\left. \begin{aligned} i &= c_1 e^{-\gamma(x-d)} + c_2 e^{\gamma(x-d)} \\ j &= (a-b)c_1 e^{-\gamma(x-d)} + (a+b)c_2 e^{\gamma(x-d)} \end{aligned} \right\} \quad (2.5)$$

ただし

$$\begin{aligned} c_1 &= \frac{i_0 - i_d e^{-\gamma d}}{e^{\gamma d} - e^{-\gamma d}} \quad c_2 = \frac{i_d e^{\gamma d} - i_0}{e^{\gamma d} - e^{-\gamma d}} \\ \gamma &= \beta b, \quad a = \frac{\alpha + \beta}{\beta} = \frac{\alpha}{\beta} + 1, \quad b = \sqrt{a^2 - 1} \end{aligned}$$

実際は比較的容易に測定できる量

$$R_d = j_0/i_0 \quad (2.6)$$

$$T_d = i_d/i_0 \quad (2.7)$$

を定義し、これらをそれぞれけい光膜の反射率および透過率と名づける。

厚さ x の膜の反射率 $R(x)$ および透過率 $T(x)$ は

$$R(x) = \frac{\sinh \gamma x}{a \sinh \gamma x + b \cosh \gamma x} \quad (2.8)$$

$$T(x) = \frac{b}{a \sinh \gamma x + b \cosh \gamma x} \quad (2.9)$$

で表わされ、 $x \rightarrow \infty$ のときの $R(x)$ および $T(x)$ を R_∞ 、 T_∞ とすれば

$$R_\infty = 1/(a+b), \quad T_\infty = 0$$

となり、 a 、 b は

$$a = 1/2(1/R_\infty + R_\infty) \quad (2.10)$$

$$b = 1/2(1/R_\infty - R_\infty)$$

で表わされる。また任意の厚さ x における R と T がわかれば

$$R_\infty = 4R/\{3 + R^2 - T^2 \pm \sqrt{(1 + T^2 - R^2)^2 - 4T^2}\} \quad (2.11)$$

$$e^{\gamma x} = 4T/\{1 + T^2 - R^2 \pm \sqrt{(1 + T^2 - R^2)^2 - 4T^2}\} \quad (2.12)$$

により、 R_∞ 、 γ が求められる。したがって

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{R_\infty} + R_\infty \right\}, \quad b = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{R_\infty} - R_\infty \right\} \\ \beta &= \frac{\gamma}{b} \end{aligned} \quad (2.13)$$

$$\alpha = \beta(a-1)$$

が求められる、各種の係数が決定できる。

また (2.8) および (2.9) と R_∞ との関係は

$$\left. \begin{aligned} R(x) &= \frac{R_\infty \{e^{\gamma x} - e^{-\gamma x}\}}{e^{\gamma x} - R_\infty^2 e^{-\gamma x}} \\ T(x) &= \frac{1 - R_\infty^2}{e^{\gamma x} - R_\infty^2 e^{-\gamma x}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.14)$$

で表わされる。また、 x が非常に大きくなれば、(2.9) 式は

$$T = b \cdot e^{-\gamma x}$$

となるから、厚い試料の T の曲線の傾斜から γ が決定できる。

3. 紫外線励起による発光強度

けい光膜の外部紫外線励起による発光に関しては、Glocker 等³⁾ が散乱を無視した場合について計算しているが、ここでは散乱を考慮に入れた前述の反射率および透過率を用いて計算しよう。

今、けい光膜の厚さを d とし、強さ u_0 なる紫外線がこれに投射された場合、膜内の任意の位置 x における紫外線強度は前節と同様、散乱を考慮して求めねばならないが、実験結果より散乱を無視して吸収のみを考えて取扱えることが判明したので、吸収のみを考慮して求めると、

$$u(x) = u_0 e^{-\alpha' x}$$

ここに α' はけい光体の紫外線に対する吸収係数である、励起紫外線とけい光体の発光強度との間には、通常飽和が認められていないから、厚さ dx なる層に吸収される紫外線 $\alpha' u \cdot dx$ により

$$dH_0 = k_0 \alpha' u \cdot dx$$

なる可視光線が発生するものとする。ただし、 k_0 は紫外線を可視光に変換する効率である。

第2図 けい光膜と座標との関係

けい光膜の発光は、放電管の外面とその内面とに分けて考えられねばならぬゆえ、次にその両者につき計算する。

(i) 内面の発光強度

今、第2図のごとく $x=0$ の面に紫外線が入射するものとすれば、 x なる位置で dx なる微少薄膜内で紫外線により励起される光

$$dH_0 = k_0 \alpha' u \cdot dx = k_0 \alpha' u_0 e^{-\alpha' x} dx$$

が、 $d-x$ なる厚さのけい光膜を通過して $x=d$ に出てくる強度 dH は、膜内における相互反射を考慮に入れると、付録Iより、

$$dH = \frac{1 + R(x)}{1 - R(x) \cdot R(d-x)} \cdot T_{(d-x)} \cdot k u_0 \alpha' e^{-\alpha' x} dx$$

$$= \alpha' k u_0 \cdot \frac{(1+R(x)) \cdot T_{(d-x)}}{1+R(x) \cdot R_{(d-x)}} \cdot e^{-\alpha' x} dx \dots (3.1)$$

この $R(x)$, $T(x)$ に (2.14) 式を代入すればよい。したがって、厚さ d なる膜全体より表面 $x=d$ に出てくる光の強さは

$$\begin{aligned} H_{02} &= \int_0^d dH = \alpha' k u_0 \int_0^d \frac{(1+R(x)) \cdot T_{(d-x)}}{1+R(x) \cdot R_{(d-x)}} \cdot e^{-\alpha' x} dx \\ &= \alpha' k u_0 \int_0^d \left\{ 1 + \frac{R_{\infty}(e^{\gamma x} - e^{-\gamma x})}{e^{\gamma x} - R_{\infty}^2 e^{-\gamma x}} \right\} \cdot \frac{1 - R_{\infty}^2}{e^{\gamma(d-x)} - R_{\infty}^2 e^{-\gamma(d-x)}} \cdot e^{-\alpha' x} dx \\ &= \alpha' k u_0 \int_0^d \frac{(1+R_{\infty}) \{ e^{(1-c)\gamma x} - R_{\infty} e^{-(1+c)\gamma x} \}}{e^{\gamma d} - R_{\infty}^2 e^{-\gamma d}} dx \\ &= \frac{\alpha' k u_0 (1+R_{\infty}) \gamma^d}{e^{2\gamma d} - R_{\infty}^2} \int_0^d \{ e^{(1-c)\gamma x} - R_{\infty} e^{-(1+c)\gamma x} \} dx \\ &= \alpha' k u_0 \cdot \frac{e^{\gamma d}}{e^{2\gamma d} - R_{\infty}^2} \left[\frac{e^{(1-c)\gamma x}}{(1-c)\gamma} + \frac{R_{\infty}}{(1+c)\gamma} \right. \\ &\quad \left. \times e^{-(1+c)\gamma x} \right]_0^d \\ &= \frac{(1+R_{\infty}) k u_0}{e^{2\gamma d} - R_{\infty}^2} \cdot \frac{\alpha' e^{-c\gamma d}}{(1-c)\gamma} \\ &\quad \times [(1+c)e^{2\gamma d} - \{(1+c) + (1-c)R_{\infty}\} e^{(1+c)\gamma d} \\ &\quad + (1-c)R_{\infty}] \\ &= \frac{(1+R_{\infty}) k u_0}{e^{2\gamma d} - R_{\infty}^2} \cdot \frac{c e^{-c\gamma d}}{(1-c)} \\ &\quad \times [(1+c)e^{2\gamma d} - \{(1+c) + (1-c)R_{\infty}\} e^{(1+c)\gamma d} \\ &\quad + (1-c)R_{\infty}] \quad (3.2) \end{aligned}$$

ただし $c = \alpha' / \gamma$
今 $c \ll 1$ なるときは

$$H_d = c e^{-c\gamma d} \cdot \frac{(1+R_{\infty}) k u_0}{e^{\gamma d} + R_{\infty}} (e^{\gamma d} - 1) \quad (3.3)$$

$c \doteq 1$ のとき

$$H_d = \frac{c e^{-c\gamma d}}{(1-c^2)} \cdot \frac{(1+R_{\infty}) R_{\infty}}{e^{2\gamma d} - R_{\infty}^2} \cdot k u_0 \quad (3.4)$$

$c \gg 1$ のとき

$$H_d = \frac{k u_0 (1+R_{\infty})}{e^{2\gamma d} - R_{\infty}^2} \cdot e^{-c\gamma d} \{ R_{\infty} + (1-R_{\infty}) e^{c\gamma d} - e^{2\gamma d} \}$$

これら $c \ll 1$, $c \doteq 1$ のときにおいて最大発光の強さを示す厚さ dm を求めると

$c \ll 1$ のとき

$$\begin{aligned} dm &= \frac{1}{\gamma} \log \frac{1}{2} \left\{ (1-R_{\infty}) + \frac{1}{c} (1+R_{\infty}) \right. \\ &\quad \left. \pm \sqrt{\left\{ (1-R_{\infty}) + \frac{1}{c} (1+R_{\infty}) \right\}^2 - 4 \frac{R_{\infty}}{c\gamma}} \right\} \\ &\doteq \frac{1}{\gamma} \log \frac{1}{2} \left\{ (1-R_{\infty}) + \frac{1+R_{\infty}}{c} \right. \\ &\quad \left. \pm \sqrt{\left(\frac{1+R_{\infty}}{c} \right)^2 - 4 \frac{R_{\infty}}{c\gamma}} \right\} \quad (3.5) \end{aligned}$$

で、このときの H の最大値 H_{dm} は

$$\begin{aligned} H_{dm} &\doteq c k u_0 (1+R_{\infty}) \left(\frac{1+R_{\infty}}{c} \right. \\ &\quad \left. \pm \sqrt{\left(\frac{1+R_{\infty}}{c} \right)^2 - 4 \frac{R_{\infty}}{c\gamma}} \right)^{-c} \end{aligned}$$

$$\doteq c k u_0 (1+R_{\infty}) \left(\frac{1+R_{\infty}}{c} \right.$$

$$\left. \pm \sqrt{\left(\frac{1+R_{\infty}}{c} \right)^2 - 4 \frac{R_{\infty}}{c\gamma}} \right)^{-c} \quad (3.6)$$

また $c \doteq 1$ のとき

$$\begin{aligned} dm &= \frac{1}{2\gamma} \{ \log R_{\infty} c\gamma - \log (c\gamma + 2\gamma) \} \\ &= \frac{1}{2\gamma} \cdot \log \frac{R_{\infty} c}{c+2} \quad (3.7) \end{aligned}$$

$$H_{dm} = k u_0 \frac{(R_{\infty}^2 + R_{\infty}) \cdot c^2}{2(1-c^2)} \left(\frac{c+2}{R_{\infty}^2 c} \right) \left(\frac{c}{2} + 1 \right) \quad (3.8)$$

となる。(3.2) 式で表わされるようにけい光体の紫外線刺激による発光の強さはけい光体の可視部における光学的性質のみならず紫外線に対する吸収係数 α' と γ との比、すなわち c により左右せられ、 c の値いかんにより最高光度を出す最適厚みも異ってくるのがわかる。なお一般の場合の最適厚さ dm およびそのときの強度 Hm は複雑でここでは求めてない。

(ii) 内面の発光強度

$x=0$ すなわち内面の発光強度 H_{01} も前述と同様に求め得る。すなわち

$$\begin{aligned} H_{01} &= \alpha' k u_0 \int_0^d \frac{(1+R_{(d-x)}) \cdot T_{(x)}}{1-R_{(x)} \cdot R_{(d-x)}} \cdot e^{-\alpha' x} dx \\ &= \frac{\alpha' k u_0}{\gamma} \cdot \frac{1+R_{\infty}}{(e^{2\gamma d} - R_{\infty}^2)} \\ &\quad \times \left\{ \frac{e^{2\gamma d} - e^{(1-c)\gamma d}}{1+c} - \frac{R_{\infty}(e^{(1-c)\gamma d} - 1)}{1-c} \right\} \\ &= \frac{\alpha' k u_0}{\gamma} \cdot \frac{(1+R_{\infty})}{e^{2\gamma d} - R_{\infty}^2} \\ &\quad \times \left\{ \frac{e^{2\gamma d}}{1+c} - \left(\frac{1}{1+c} + \frac{R_{\infty}}{1-c} \right) e^{(1-c)\gamma d} + \frac{R_{\infty}}{1-c} \right\} \\ &= \frac{c k u_0}{(1-c^2)} \cdot \frac{1+R_{\infty}}{e^{2\gamma d} - R_{\infty}^2} \\ &\quad \times \{ (1-c)e^{2\gamma d} - \{ (1-c) + (1+c)R_{\infty} \} e^{(1-c)\gamma d} \\ &\quad + (1+c)R_{\infty} \} \quad (3.9) \end{aligned}$$

となる。(3.9) 式で表わされる内部の発光強度はけい光灯のごとき円筒の内面の場合には、その内面の光束発散度は円筒内面における相互反射により増加することが考えられる。またけい光灯の場合はガラス円筒に塗布されているため、そのガラスの反射率および透過率も影響してくるため次にその問題を取扱う。

4. 円筒内面における相互反射による影響について

円筒における相互反射を取扱うため、

第3図のごとき直径

D 、長さ l なる円筒

の内面にけい光膜の

第3図 内にけい光膜を塗布した円筒とその寸法

等価反射率 ρ_1 をもつものが塗布されているものとすれば、円筒の相互反射の式より⁵⁾ 筒の端より x なる点の光束発散度 $H_{01(x)}$ は初めの相互反射を考えない場合の光束発散度を H_{01} とすれば

$$\frac{H_1}{H_{01}} = \frac{1}{1-\rho} + B_1 \cosh\left(\alpha \cdot \frac{x}{l}\right) + c_1 \sinh\left(\alpha \cdot \frac{x}{l}\right) \quad (4.1)$$

で与えられる。ここに

$$\left. \begin{aligned} B_1 &= -\frac{\rho_1 E}{1-\rho_1} \left[(1-\rho_2)(1-\rho_3) \sinh \alpha \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{1-\rho_1} \cdot (1-\rho_2)(1+\rho_3) \cosh \alpha \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{1-\rho_1} (1+\rho_2)(1-\rho_3) \right] \\ C_1 &= \frac{\rho_1(1-\rho_2)E}{1-\rho_1} \left[(1-\rho_3) \cosh \alpha \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{1-\rho_1} (1+\rho_3) \sinh \alpha - (1-\rho_3) \right] \\ E &= \{ [2(1+\rho_2\rho_3-\rho_1(1+\rho_2))] \sinh \alpha + 2 \\ &\quad \sqrt{1-\rho_1} (1-\rho_2\rho_3 \cosh \alpha) \}^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

ただし円筒の両端面の反射率を ρ_2, ρ_3 とし、

$$\alpha = 2k_r \sqrt{1-\rho_1}, \quad k_r = \frac{l}{D} = \frac{\text{長さ}}{\text{直径}}$$

今簡単のために円筒の両端面の反射率 ρ_2, ρ_3 を零として、円筒の中央における光束発散度を求めてみると

$$\frac{H_{1M}}{H_{01}} = \frac{1}{1-\rho_1} + B_1 \cosh \frac{\alpha}{2} + c_1 \sinh \frac{\alpha}{2}$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} B_1 &= -\frac{\rho_1 E}{1-\rho_1} \left[\sinh \alpha + \sqrt{1-\rho_1} \cosh \alpha \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{1-\rho_1} \right] \\ C_1 &= \frac{\rho_1 E}{1-\rho_1} \left[\cosh \alpha + \sqrt{1-\rho_1} \sinh \alpha - 1 \right] \\ E &= \frac{1}{(2-\rho_1) \sinh \alpha + 2\sqrt{1-\rho_1} \cosh \alpha} \end{aligned} \right\} \quad (4.4)$$

となる。したがって $k_r \gg 10$ に対して

$$\frac{H_{1M}}{H_{01}} = \frac{1}{1-\rho_1}$$

となる。

第4図は $\rho_1 = 0.75, 0.6, 0.55$ について種々の k_r に対し中央の光束

発散度を求めたもので、図より k_r が大体 7 以上になれば飽和してそれ以上は一定値に落ち着くことがわかる、このこと

第4図 相互反射による内面中央部のかがやき増加割合

はThayer¹⁾も実験的に求めており、次に第5図にその飽和値と各 k_r の

ときの値との比で示した曲線をかいてある。なお第5図の点線は Thayer の実験結果を示したもので、 $\rho_1 = 0.55$ の曲線とよく一致している。したがって Thayer の実験

第5図 $k_r = \frac{l}{D}$ と光束発散度比との関係

に使用したけい光体の等価反射率は0.55と考えられる。これは一般の最適厚さに対する反射率より少し小さい値に出ては、これはけい光体を塗布したガラス円筒の内部に紫外線ランプを挿入して行われているため、その紫外線ランプによる光の吸収のためけい光膜の等価反射率が小さく出たものと考えられる。また (4.1) 式で与えられる円筒に沿っての光束発散度分布は円筒内部の初期の光束発散度が一樣で、一定の場合であるが、実際の場合は放電状態による影響で一樣でない。したがって端部の輝き分布は (4.1) 式とは異ってくるので、この点については別稿に述べる。

5. 管壁ガラスの透過率および反射率の光束発散度へおよぼす影響

一般にけい光放電管においては、けい光膜はガラス円筒の内面に塗布されている。したがってけい光体より発生した光は管壁ガラスにより一部反射されけい光膜にもどり、それがまたけい光体内で反射を繰り返して出てくる。すなわちけい光膜とガラス面との間で相互反射を行なってガラス面外へ光は出てくるのであるから、これらの問題は相互反射の問題を解くことに帰着する。第6図のごとく、平面ガラスにけい光膜が塗布されている場合を考える。今ガラスの反射率 ρ_g 、透過率 τ_g とし、けい光膜の厚さを d とし各境界を第6図のごとくⅠ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳと名づけて相互反射を考慮すれば、付録Ⅱより

内面の光束発散度 H_{1g} は

$$H_{1g} = H_{01} + \frac{\rho_g \cdot T(d)}{1 - \rho_g \cdot R(d)} \cdot H_{02} \quad (5.1)$$

また、ガラスを透過して出てくるものに対しては

$$H_{4g} = \tau_g H_2 = \tau_g \left(1 + \frac{\rho_g \cdot R(d)}{1 - \rho_g \cdot R(d)} \right) H_{02}$$

第6図 ガラス壁をもつけい光体膜における光の方向の説明図

$$= \frac{\tau_g}{1 - \rho_g \cdot R_{(d)}} \cdot H_{02} = \tau_{ge} \cdot H_{02} \quad (5.2)$$

となる。ここで $R_{(d)}$, $T_{(d)}$ はそれぞれ厚さ d なるけい光膜の反射率および透過率を表す。すなわち (5.1) 式よりガラス壁の反射の影響で初めの H_{01} より $(\rho_g \cdot d)/(1 - \rho_g \cdot R_{(d)}) \cdot H_{02}$ の量だけ増加することになり、またガラスを透過して出てくる光は初めの H_{02} に等価透過率 τ_{ge} を乗じたものになる。この等価透過率は相互反射によるため、真の透過率 τ_g の $1/(1 - \rho_g \cdot R_{(d)})$ 倍になることが判明した。

6. 円筒内の相互反射を考慮した場合のけい光放電管内面および外面の光束発散度

円筒内面の相互反射を考慮しないでガラス壁の影響のみを考えた場合は (5.1) および (5.2) 式より

$$\text{内面: } H_{1g} = H_{01} + \frac{\rho_g \cdot T_{(d)}}{1 - \rho_g \cdot R_{(d)}} \cdot H_{02} \quad (6.1)$$

$$\text{外面: } H_{4g} = \frac{\tau_g}{1 - \rho_g \cdot R_{(d)}} \cdot H_{02} \quad (6.2)$$

ここで

$$H_{01} = \frac{c(1 + R_{\infty})ku_0}{(1 - c^2) \cdot (e^{2\tau_d} - R_{\infty}^2)}$$

$$\times [(1 - c)e^{2\tau_d} - \{(1 - c) + (1 + c)R_{\infty}\}e^{(1-c)\tau_d} + (1 + c)R_{\infty}] \quad (3.9)$$

$$H_{02} = \frac{c(1 + R_{\infty})ku_0 \cdot e^{-c\tau_d}}{(e^{2\tau_d} - R_{\infty}^2)(1 - c^2)}$$

$$\times [(1 + c)e^{2\tau_d} - \{(1 + c) + (1 - c)R_{\infty}\}e^{(1+c)\tau_d} + (1 - c)R_{\infty}] \quad (3.2)$$

で表わされる。したがってこれに管内の相互反射によるものを重畳すればよいことになる。その場合けい光膜の内面の反射率はけい光体だけの反射率だけではなく、ガラス壁の反射率と組合せた等価反射率を考えて計算せねばならない。第6図のごとき場合のけい光体側より見た反射率は Channon⁶⁾ 等により求められているごとく

$$\rho_{pg} = R_{(d)} + \frac{T_{(d)}^2 \cdot \rho_g}{1 - R_{(d)} \cdot \rho_g} \quad (6.3)$$

となる。この値を (4.1)~(4.4) の式における ρ_1 として用いればよい。今非常に長い円筒、すなわち $k \gg 10$ とすれば、中心における光束発散度は相互反射の結果、初めの $1/(1 - \rho_{pg})$ 倍となるが、その面に入射する光束密度、すなわち照度は $\frac{1}{\rho_{pg}} \left(\frac{1}{1 - \rho_{pg}} - 1 \right) H_{1g}$ となる。この光束がけい光体およびガラス面を透過して出てくるから、結局ガラス面外へ出る光束密度は

$$H' = \tau_{pg} \cdot \frac{1}{\rho_{pg}} \left(\frac{1}{1 - \rho_{pg}} - 1 \right) H_{1g} = \frac{\tau_{pg}}{1 - \rho_{pg}} \cdot H_{1g} \quad (6.4)$$

となる。ここで τ_{pg} はけい光膜とガラスとを複合した層の透過率で τ_{pg} と同様にして⁶⁾ 求められ

$$\tau_{pg} = T_{(d)} \cdot \tau_g / (1 - R_{(d)} \cdot \rho_g) \quad (6.5)$$

で表わされる。

したがって管外への光束発散度は

$$\begin{aligned} H &= H_{4g} + H' = H_{4g} + \frac{\tau_{pg}}{1 - \rho_{pg}} \cdot H_{1g} \\ &= \frac{\tau_g \cdot H_{02}}{1 - \rho_g \cdot R_{(d)}} + \frac{\tau_{pg}}{1 - \rho_{pg}} \left(H_{01} + \frac{\rho_g \cdot T_{(d)}}{1 - \rho_g \cdot R_{(d)}} \cdot H_{02} \right) \\ &= \frac{\tau_{pg}}{1 - \rho_{pg}} H_{01} + \frac{\tau_g + \rho_g \cdot T_{(d)}}{1 - \rho_g \cdot R_{(d)}} \cdot H_{02} \quad (6.6) \end{aligned}$$

(6.7) 式は円筒内における相互反射を考慮したものであるが、それは円筒の長さとの比 k , が 10 以上の場合の円筒の中心における値である。もし筒に沿っての分布とか、任意の k , に対するものが必要な場合は (6.6) 式の H 値として

$$H' = \frac{\tau_{pg}}{\rho_{pg}} \left(\frac{H_1}{H_{01}} - 1 \right) \cdot H_{1g} \quad (6.7)$$

ここで H_1/H_{01} は (4.1) 式のものを使用すればよい。

また (6.6) 式は次のように書ける。

$$H = \tau_{e1} \cdot H_{01} + \tau_{e2} \cdot H_{02} \quad (6.8)$$

ここで $\tau_{e1} = \tau_{pg}/(1 - \rho_{pg})$, $\tau_{e2} = (\tau_g + \rho_g \cdot T_{(d)})/(1 - \rho_g \cdot R_{(d)})$ とおく。第7図にこの τ_{e1} , τ_{e2} と塗布量との関係の実例を示す。ただしガラスの反射率および透過率を 0.08, 0.9 とし計算せるもので、図よりわかるごとく τ_{e2} の方は塗布量によりあまり変わらず、大体 0.97 の附近であるが、 τ_{e1} の方は塗布量の増加とともに減少することがわかる。したがって (6.8) 式より容易に非常に長い放電管 ($\frac{l}{D} > 7$) の中央外面の全光束発散度が計算できることが判明した。この (6.8) 式においてガラスの影響を無視すると H は

$$H = \frac{T_{(d)}}{1 - R_{(d)}} \cdot H_{01} + H_{02} \doteq H_{01} + H_{02} \quad (6.9)$$

に近似できる。

7. 実例の計算および検討

第7図 塗布量と透過率、反率および τ_{e1} , τ_{e2} との関係

冷白色用けい光体についてその膜の塗布厚さと反射率および透過率の一例を示す。この図において厚さは単位面積当りの重量 M で示し、測定は G. E. Recording Spectrophotometer にて積分球を使用して行なった。図より、 $R_{\infty} = 0.86$ として a , b を求めると $a = 1.011$, $b = 0.15$ となる。また (2.8) 式より

$$\gamma x = \coth^{-1} \frac{1 - aR(x)}{bR(x)} \quad (7.1)$$

となり、 $\gamma = b\beta$ なる故

$$\therefore \beta x = \frac{1}{b} \coth^{-1} \frac{1 - aR(x)}{bR(x)} = t \quad (7.2)$$

t および $bt = m$ を新しい等価厚さとして導入することになる。この t と単位面積当りの重量 M との関係を求めれば第7図の曲線のごとくなる。また、他の白色けい光体についてボールミルによる粉碎時間を変えて、同様な測定を行なったものに対する t と M との関係を第8図に示す。

第8図 粉碎時間による変化

す。第8図より粉碎時間により同じ単位面積当りの重量 M においても $t = \beta x$ は異なることが判明する。すなわち粉碎時間が長いほど同じ M に対しては t 大となっている。このことは粉砕時間が長くなればけい光体の粒度が小さくなり散乱係数の β が大となるためと考えられる。以上光学的な反射率および透過率と厚さとの関係データより散乱を考慮した場合の理論式の諸常数が決定できる。よって次にけい光灯の外部へ発する光束発散度を(6.6)式で求めればよいのであるが、その前に(3.2)

(3.9) 式より H_{02} , H_{01} を求めねばならない。第9図は第7図の冷白色けい光体について計算した H_{01} および H_{02} の値と、 $bt = m$ との関係を示す。ここで紫外線の吸収係数 α' と $\gamma = b\beta$ との比 c が問題になるが、 β が非常に小さいと

第9図 塗布量 m と H_{01} , H_{02} および H との関係

き $\gamma \div \alpha$ となることより、一応第10図のごとき紫外線および可視光線に対する透過曲線より求めると、このけい光体については $c \div 2.3$ を得た。第9図の計算は一応 $c = 2, 4, 5$ に対して行なっている。第9図よりわかるごとく、 H_{01} なる紫外線の入射する内面の光束発散度は塗布厚さとともに増加し、飽和の傾向があるに反し、 H_{02} なる外面の光束発散度はある厚さで最大値

第10図 可視光および紫外線に対するけい光膜の透過率

を有する曲線を示す。

この H_{01} および H_{02} を用いて放電管とした場合の光束発散度の H を求めるため(6.8)式より

τ_{e1} , τ_{e2} を求めなければならぬ。

τ_{e1} , τ_{e2} を求めるためにガラスの反射率を0.08, 透過率を0.9として計算したのが第7図の τ_{e1} , τ_{e2} の曲線である。したがって全光束発散度 H は第9図曲線に示されるようにある厚さにおいて最大值を示す曲線をえがく。この曲線からわかるごとく、最大光束発散度を示す最適厚さは H_{02} の最大值を示す最適厚さとはその値を異にする。かような放電管とした場合の最大光束発散度を得る最適厚さは(6.8)式より求められるが、一般的には非常に複雑になるので、ここでは求めなかった。最大光束発散度と各塗布厚さにおける光束発散度との比を求めて、実験結果との比較を第11図に示す。図においてわかるごとく、 c の値により曲線は相当変化する。すなわち

c の値により最適厚さは変化することがわかる。この第11図より、 c の値は約3で、大体前述のごとく決定した値に等しいことがわかる。

第11図 塗布量と光束発散度比

前述のごとくけい光体の粉碎時間により反射率および透過率は変化するが、 γ の値はあまり変化しないことが実験よりわかった。厳密には粉碎時間とともに γ は僅か増加する傾向にある。一方紫外線に対する透過率は第12図に示すごとく粉碎時間により相当変化することが考えられる。このことよりけい光体の粒度分布が c の値に影響を与えることがわかる。しかも第12図より粉碎時間が少ないほど c は大になることが考えられ、 c が大になれば第9図よりわかるごとくその最大光束発散度の値は僅か増加し、しかもそのときの最適厚さも減少してくることがいえる。

第12図 けい光物質の粉碎時間と紫外線透過率

る。しかし、その紫外線に対する吸収係数だけではなくその反射率も重要視しなければならないと考えられる。それは紫外線に対する反射がよい場合、紫外線 energy の発光への利用度が減ずるからである。本報告ではこの点につき詳しく検討していないが、次の機会に述べることにする。

なお、またけい光体の粒度の問題も、粒度が大きくなり、しかも薄い厚さのときはけい光膜が均質とみなされにくくなり、上述の理論的取扱いかからもずれることは明らかである。この場合は上述の膜内における相互反射等は考慮できず、またけい光膜の薄いところではけい光体がまばらに散って、素通りの部分があり、粒子が一層に並んでいることが想像される。したがって厚さと光束発散度との関係はこの場合簡単には行かず、場所場所の粒子の大きさ等平均粒度にも関係し複雑になる。上述の実験結果の第11図を見ても、塗布量が1mg 以下の場合はいかかる原因で実験値と一致していないように考えられる。しかしこの1mg という値はけい光体の粉碎時間、すなわち粒度によって異なるため、一概には塗布量の臨界値はいえない。実験例では、どうも最大値を出す最適厚さより薄い場合はすでにかかる傾向になるのではなからうかと考えられ、本理論式と実験値とを比較検討する場合には、かかる見地からもっと粒度の細かい、すなわち粒砕時間の長いけい光体について検討しなければならないと考えられる。

結 言

けい光膜の紫外線の励起による発光につき、従来考慮されていなかった内部における散乱を考慮して、けい光薄膜の光学的特性と発光の光束発散度との関係式を求めた。その場合けい光膜の紫外線の入射する側（内面）とそうでない側（外面）の光束発散度 H_{01} および H_{02} にわけ、それぞれの強度と膜の厚さとの関係を (3.6) および (3.2) 式のごとく明らかにした。

以上述べたごとくけい光放電管の光束発散度にはけい光体の可視光線の透過率、反射率も重要であるけれども、紫外線に対する吸収係数の様子もその光束発散度を最高にするには重要な因子をなしている

次にけい光放電管のごとき円筒内面に塗布した場合、円筒内面における相互反射を考慮して内面の光束発散度を論じ、その結果、円筒の長さとの比、すなわち k_r により内面光束発散度は変化することを明らかにするとともに、円筒の中央部の光束発散度が $k_r > 7$ において最大値に達するが、内面のけい光膜の反射率によりその値も少し変ることが判明した。

また、外面光束発散度に対し、かかる円筒内面における相互反射を考え、さらに管壁ガラスの反射率および透過率を考慮した厳密な一般式を (6.8) 式のごとく導き出した。その結果より内面の光束発散度も外面に対し、ほとんどそのまま寄与していることが (6.8), (6.9) 式より判明した。なお、外面および内面の光束発散度に対して紫外線のけい光膜に対する吸収係数や反射率等が非常に重要な因子をなしていることが判明した。すなわち、(3.2), (3.9) 式における $c = \alpha'/\gamma$ の値で、この c の値が大きいと光束発散度は増加する。実際にはけい光体の粒度により変化するが2～8程度のものである。

以上の結果より紫外線励起によるけい光膜の発光と塗布状態の理論的關係が導き出されたとともに、けい光灯のごとき場合の最高光束発散度を得るための解析が容易にできるようになり、それらが実際の数値例ともよく一致していることが判明した。なお、本論文の結果は他のしげきの励起によるけい光膜の発光に対しても適用できる。

終りに、本研究に関し種々ご便宜をはかっていたいただいた三菱電機研究所の山下博典、竹田俊幸、並びに実験に協力していただいた助手市瀬正行氏に感謝いたします。

(受付35—3—28)

参 考 文 献

- 1) R. N. Thayer : Electrochim. **87** (1945)
- 2) 伴野正美, 川口千夫 : 生産と電気 **3** (昭.26) 9
- 3) Glocker, Kaupp and Widman : Ann. der. Phys. **85** (1928) 313
- 4) P. Kubelka : J. O. S. A. **38** (1948) 448
- 5) P. Mcon : J. O. S. A. **31** (1941) 223
- 6) Channon, Renwich and Storr : Proc. Roy. Soc. **94** (1918) 222
- 7) P. Kubelka : J. O. S. A. **44** (1954) 330
- 7) 坊 博, 竹山説三 : 照学誌 **41** (昭32) 312

付録 I けい光膜内の発光

第2図のごとき厚さ d なるけい光膜のある位置において、 dx なる微小幅の発光部分を考える。図において左右へ強さなる光が出るものとすれば、光はけい光膜内で反射をくり返ししながら表面に出てくる。したがって膜内で相互反射理論を適用して求めねばならない。

一般に相互反射の基礎式は次のようにかかる⁷⁾.

$$H_i = H_{0i} + \sum_{j \neq i}^n b_{ji} \cdot H_j \quad (1)$$

ここで H_{0i} , H_{0j} は相互反射系をなす i 面, j 面の初めの平均光束発散度, H_i , H_j は相互反射後の平均光束発散度, b_{ji} はその i 面と j 面の幾何学的配置とその面の反射率により定まる常数である.

第 A 図

この(1)式を第2図に適用する場合, 第2図を等価的に第A図のように反射率および透過率がそれぞれ $R(x)$, $R(d-x)$ および $T(x)$, $T(d-x)$ なる I, II の面とし

てその間における相互反射を取扱えばよい. 今 I, II の初期光束発散度を H_{01} , H_{02} とすれば,

$$\begin{aligned} H_1 &= H_{01} + b_{21} \cdot H_2 \\ H_2 &= H_{02} + b_{12} \cdot H_1 \end{aligned} \quad (2)$$

となり, $b_{21} = R(x)$, $b_{12} = R(d-x)$ である. したがって(2)式より $H_{01} = H_{02}$ として

$$\left. \begin{aligned} H_2 &= \frac{1 - b_{12}}{1 - b_{12} \cdot b_{21}} \cdot H_{01} \\ &= \frac{1 + R(d-x)}{1 - R(d-x) \cdot R(x)} \cdot H_{01} \\ H_1 &= \frac{1 + R(x)}{1 - R(x) \cdot R(d-x)} \cdot H_{01} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

となる. したがって第2図の x 点の位置より $x = d$ なる面に出てくる光は

$$\begin{aligned} H_d &= H_1 \cdot T(d-x) \\ &= \frac{1 + R(x)}{1 - R(x) \cdot R(d-x)} \cdot T(d-x) \cdot H_{01} \end{aligned} \quad (4)$$

となる. 厚さ b なるけい光膜においては(4)式を積分して

$$H = \int_0^d \frac{1 - R(x)}{1 - R(x) \cdot R(d-x)} T(d-x) \cdot dH_{01} \quad (5)$$

となる. 本論文の場合, $dH_{01} = \alpha' k_0 u_0 - \alpha' x d' x$ である.

付録 II ガラス壁の影響

線6図において, H_{01} , H_{02} をガラスを付けない場合の各面の光束発散度とし, 相互反射後各面 I, II, III, IV における光束発散度を H_{1g} , H_2 , H_3 , H_{4g} とすれば, 相互反射の方程式は

$$\begin{aligned} H_{1g} &= H_{01} + H_3 \cdot T(d) \\ H_2 &= H_{02} + H_3 \cdot b_{32} \\ H_3 &= H_2 \cdot b_{23} \\ H_{4g} &= \tau_g \cdot H_2 \end{aligned} \quad (6)$$

ただし, $R(d)$, $T(d)$ はけい光体の厚さ d なるものの反射率, 透過率で, ガラスのそれを ρ_g , τ_g とする.

また $b_{23} = \rho_g$, $b_{32} = R(d)$ となる.

すると

$$H_3 = \frac{b_{23}}{1 - b_{23} \cdot b_{32}} \cdot H_{02} = \frac{\rho_g}{1 - \rho_g \cdot R(d)} \cdot H_{02} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} H_{1g} &= H_{01} + T(d) \cdot H_3 = H_{01} \\ &+ \frac{\rho_g \cdot T(d)}{1 - \rho_g \cdot R(d)} H_{02} \end{aligned} \quad (8)$$

よって, またガラスを透過して出てくる光 H_{4g} は

$$\begin{aligned} H_{4g} &= \tau_g \cdot H_2 = \tau_g (H_{02} + H_3 \cdot b_{32}) \\ &= \tau_g \left(1 + \frac{R(d) \cdot \rho_g}{1 - \rho_g \cdot R(d)} \right) H_{02} \\ &= \frac{\tau_g}{1 - \rho_g \cdot R(d)} H_{02} \end{aligned} \quad (9)$$

したがってこの場合はガラスの透過率が τ_g より実効透過率 τ_e

$$\tau_e = \frac{\tau_g}{1 - \rho_g \cdot R(d)} \quad (10)$$

になったと考える取扱えばよいことがわかる.