円すい孔内面の相互反射と色ずれ

正会員 福井 和久海*

Interflection and Color Shift in the Conical Cavities

Wakumi Fukui (Member)

(Himeji Institute of Technology)

ABSTRACT

In the preceding report, the author mentioned the interflection and color shift in the multiple V-shaped grooves. And in this paper, he calculates the shape factors in the conical cavities which are concave and have self interflection, dividing their surfaces into 40 parts in all and 80 at most when the gradient is steep.

And, analytically he traces the effective reflectances and the color shifts to compare with the experimental results.

As a result, shape factors in the conical cavities are found to be quite similar to those of multiple V-shaped grooves if their angles of the apex are equal. These approximate values of shape factors between them can explain quite well the similarity of spectral reflectance curves, of chromaticities and of other experimental results.

But, in the conical cavities, difference between the analytical and the experimental results is less than that in the multiple V-shaped grooves. Such results are due to the better surface condition of the specimens made of plaster and to their comparatively larger size which could make the formation better.

1. 緒言

前回の報告¹⁾では、V型溝内面における相互反射と色ずれについて実験値と理論値とを比較して検討したが、続いて、円すい孔の場合についても同様な比較を試みた。

この実験は、さきのV型溝の実験と同じく、California大学のO'Brien教授研究室で行なったものであるが^{2,3)}、その理論的検討に必要な円すい孔内面のShape Factorの計算にかなりの時間をとられ、まとめるのが遅れた。

もっとも、電子計算機が自由に駆使できれば、所要時間をきわめて短縮できたのであったが、費用とか使用時間の割当てなどで使用が思うにまかせず、わずか一部分の計算を処理するのにとどまった。

しかし、円すい孔では、V型溝の場合よりもすべての点でよい結果が得られたので、ここにその概要を報告する。

2. 試料および実験方法

まず、真ちゅうで頂角が 60° 、 30° 、 15° の円すいをつくり、これを型作りするように組み合わせた木わくの中に入れ、この中に水に溶いたプラスターを流し込んで、固まってから取りはずして、頂角 θ が 60° 、 30° 、 15° の円すい孔をもつ試料を作った。また、別に標準となる平板($\theta=180^\circ$)および、後には、頂角が 120° のものを作って一部の実験に供した。

その大きさは、

$$\theta=60^\circ \cdots \cdots 42.9 \times 42.9 \times 38.1 \text{ (mm}^3\text{)}$$

$$\theta=30^\circ \cdots \cdots 42.9 \times 42.9 \times 63.5 \text{ (mm}^3\text{)}$$

$$\theta=15^\circ \cdots \cdots 42.9 \times 42.9 \times 101.6 \text{ (mm}^3\text{)}$$

表面における円すい孔の直径は23.8mmである。

こうして素地の試料ができると、プライマーを吹き付け、次いで不透明拡散性塗料を塗布した。その種類は次のようである。

青色塗料……Pittsburgh Paints, 5-9-19

黄色塗料……Pittsburgh Paints, Yellow, 11-2

* 姫路工業大学

第1図
円すい孔試料

第2図
試料の取り付け位置

赤紫色塗料……Tempera, Megenta

これらの試料の外観は第1図のようである。

測定は、前のV型溝の場合と同様で、GE製の自記分光光度計の測定部に試料を第2図のように取り付けて行なった。このとき、試料をできるだけ多くするために、素地のもの、プライマーを吹き付けたもの、および塗料を塗布したものと、試料作成の各段階で順次に測定した。

3. 測定結果

測定の結果、得られた分光反射率曲線を図示すると、第3, 4, 5, 6, 7図の破線群および $\theta=180^\circ$ の実線のようになる。

これらの曲線から色度および反射率を計算し、また、 $\theta=180^\circ$ の曲線を基準にして $\theta=60^\circ, 30^\circ, 15^\circ$ のときの理論的な分光反射率曲線(実線)と、それらに基づく色度計算を行なった。

このうち、黄色の試料に限り、 $\theta=120^\circ$ のものを作って測定したから、その結果もあわせて記入している。

第4図 プライマー塗布円すい孔の
分光反射率曲線
—— 計算値 …… 測定値

第5図 青色円すい孔の分光反射率曲線
—— 計算値 …… 測定値

第3図 プラスター円すい孔の分光反射率曲線
—— 計算値 …… 測定値

第6図 黄色円すい孔の分光反射率曲線
—— 計算値 …… 測定値

第 7 図 赤紫色円すい孔の分光反射率曲線
—— 計算値 測定値

4. 相互反射

4.1 円すい孔内の Shape Factor

相互反射系を取り扱うには、各面の相対的位置関係によって決まる係数、Shape Factor を導入して多元連立一次方程式、あるいはマトリックスをつくり計算を進める方法がとられている。したがって、ここでもまず円すい孔内の Shape Factor を求めなければならない。

第 8 図

これまで、円すい孔内の Shape Factor は表を用いて近似計算をする程度であったが、最近(1)式が報告された。

すなわち、第 8 図において、頂点から x および ξ の距離にある表面上の微小面積をそれぞれ dA_x, dA_s とし、その間の Shape Factor を $F(x, \xi)$ とすると、(1)式が得られる。

$$dF(x, \xi) = \frac{\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}{2x \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)} \times \left\{ 1 - |\xi - x| \frac{(\xi - x)^2 + 6\xi x \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}{[(\xi - x)^2 + 4\xi x \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)]^{\frac{3}{2}}} \right\} d\xi \quad \dots(1)$$

この式を整頓して次のようにする。

$$dF(x, \xi) = \alpha(\theta) \cdot \beta(x, \xi) d\xi$$

ただし、

$$\alpha(\theta) = \frac{\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}{2 \cdot \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

$$\beta(x, \xi) = \frac{1}{x} \left\{ 1 - |\xi - x| \frac{(\xi - x)^2 + 6\xi x \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}{[(\xi - x)^2 + 4\xi x \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)]^{\frac{3}{2}}} \right\}$$

さて、実験は $\theta = 60^\circ, 30^\circ, 15^\circ$ で行なったから、 $\alpha(\theta)$ は一定の数値となり、 $\beta(x, \xi)$ を計算すればよい。しかし、この式の中には $|\xi - x|$ の項があって、 $x = \xi$ の点で不連続になるうえ積分が困難なので、不連続となる点の両側で別々にシンプソンの法則を用いて総和を求めた。

そのための分割は、 x, ξ 共 40 等分、変化の大きいところでは 80 等分である。

この計算を、円すい孔全体にわたって分割した各点で行なうとかなり時間がかかるので、実際には円すいを軸に直角な平面上で 10 分割し、この分割された面相互間の Shape Factor を求める方法を取り、上述の分割でこれら Shape Factor の約半数を求め、残りのものは相反法則を用いて算出した。

このとき、分割された面の面積を求めることが必要となるが、このように分割された円すいの各部分は、円すいまたは円すい台となるので、これらを切断、展開して扇形、あるいはそれらの差として容易に計算することができる。

電子計算機を用いるときには、プログラムを組みさえすれば、以上述べたすべての計算をきわめて短時間にすませることができるのであるが、ここでは、つごうにより $\beta(x, \xi)$ の計算の一部を NEAC 203 を用いて計算したのにとどまった。

4.2 相互反射の計算

相互反射系を構成する n 個の完全拡散面が平面である場合には、自己以外の他の面との関係をみればよかったが、円すい孔のように凹面になると、自己要素自体内での相互反射が存在するため、これに基づく項を加える。

その一般的な式は、(2)式のようになる。

$$L_i = L_{oi} + \rho_i F(i, i) L_i + \rho_i \sum_{j=1}^n F(i, j) L_j \quad (j \neq i) \\ = L_{oi} + \rho_i \sum_{j=1}^n F(i, j) L_j \quad \dots(2)$$

ただし、 $i = 1, 2, 3, \dots, n$

ここに、 L_{oi} : 面 i の初期光束発散度、 L_i : 面 i の相互反射後の光束発散度、 ρ_i : 面 i の反射率、 $F(i, i)$: Self Shape Factor、 $F(i, j)$: Shape Factor である。

この実験で、測定に使用した円すい孔試料、標準平面板などの反射特性は、いずれも付録のところで述べてい

るように完全拡散性からずれ、また、分光光度計でも単色光が試料に垂直に入射してはいない。しかし、上記の相互反射の式を簡単にするため、次のように仮定して計算を進めた。すなわち、

(1) 円すい孔の中心軸に、平行な光が孔の表面に一樣に入射する。

(2) 円すい孔内面は、全体にわたって完全拡散性である。

(3) 円すい孔は完全な円すい状である。

第 9 図において、 A_0 : 円

すい孔の開口面の面積、

$F(c, c)$: 円すい孔内面の

Self Shape Factor, $F(0, c)$:

円すい孔の開口面と円すい

孔内面との間の Shape

Factor, L_0 : 単位面積当た

りの入射光束, L_c : 円すい

孔内面で相互反射した後の

光束発散度, ρ_λ : 分光反射

率とすると、内面の初期光

束発散度 L_{0c} , 全入射光束

および全射出光束は次のようになる。

$$L_{0c} = \rho_\lambda L_0 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (3)$$

(全入射光束) = $A_0 L_0$

(全射出光束) = $A_0 L_c F(0, c)$

ゆえに、実効分光反射率を $\rho_{\lambda \text{eff}}$ とすると、

$$\begin{aligned} \rho_{\lambda \text{eff}} &= \frac{\text{全射出光束}}{\text{全入射光束}} = \frac{A_0 L_c F(0, c)}{A_0 L_0} \\ &= \frac{L_c F(0, c)}{L_0} \quad (4) \end{aligned}$$

しかし、円すい孔内面と、その開口面とは閉曲面をなすから、

$$F(0, c) = 1 \quad (5)$$

また、(2)式から、

$$L_c = L_{0c} + \rho_\lambda L_c F(c, c) \quad (6)$$

(3), (4), (5), (6)式から、

$$\rho_{\lambda \text{eff}} = \frac{\rho_\lambda \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}{1 - \rho_\lambda \cdot F(c, c)} \quad (7)$$

ここで、分光反射率 ρ_λ にかえて反射率 ρ を用いると、

$$\rho_{\text{eff}} = \frac{\rho \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}{1 - \rho \cdot F(c, c)} \quad (8)$$

ただし、

$$\rho = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \rho_\lambda P_\lambda \bar{y}_\lambda d\lambda}{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} P_\lambda \bar{y}_\lambda d\lambda}$$

P_λ : 分光エネルギー分布 $\bar{y}_\lambda$: スペクトル刺激値

各色の平面の試料が示す分光反射率曲線を基にして、(7)式から $\theta = 60^\circ, 30^\circ, 15^\circ$ の場合の分光反射率を計算し、それを図示したものが前掲の第 3, 4, 5, 6, 7 図の実線である。このうち、黄色の試料には $\theta = 120^\circ$ の場合の結果もあわせて記入してある。

次に、(7), (8)式から分光反射率 ρ_λ と実効分光反射率 $\rho_{\lambda \text{eff}}$ および反射率 ρ と、実効反射率 ρ_{eff} との関係 $\theta = 180^\circ, 60^\circ, 30^\circ, 15^\circ$ の各場合について計算し、測定値と比較すると第 10, 11, 12 図が得られる。

これらの結果を概観すると、円すい孔の示す諸特性は V 型溝のそれらと似てはいるが、測定値がよりよく理論値に近づいていることがわかる。

また、表面の状態からみると素地ではずれが大きい

第 10 図 相互反射による実効分光反射率の変化

—— 計算値 プラスター円すい孔
— · — · — プライマー塗布円すい孔

第 11 図 相互反射による実効分光反射率の変化

—— 計算値 赤紫色円すい孔
— · — · — 青色円すい孔 — · · — · — 黄色円すい孔

第 12 図 相互反射による実効反射率の変化
 — 計算値 ○: $\theta=60^\circ$ 測定値 ●: $\theta=30^\circ$
 測定値 ◎: $\theta=15^\circ$ 測定値 S: プラスター円すい孔 M: プライマー塗布円すい孔 y: 黄色円すい孔 c: 青色円すい孔 m: 赤紫色円すい孔

が、透明プライマーおよび不透明拡散性塗料を吹き付けるとかなり理論値に近づいてきている。角度でみると $\theta=60^\circ$ のものがよく、 $\theta=15^\circ$ のもので比較的ずれが大きい。

5. 色 ず れ

すでに述べた分光反射率曲線から、C光源を基準として CIE の測色値、 x, y を求め、さらに、 u, v に換算してその結果を図示すると、第 13, 14, 15, 16 図となる。

また C 光源の色度点から、これらの色度点をスペクトル色軌跡、および純紫軌跡に平行な線上に投影して、測定値が理論値からずれる様子を見ると、第 17, 18, 19, 20, 21, 22 図のようになる。

これらの結果をまとめると、次のようにいえる。

(1) 理論値からのずれの方向 黄色の試料では大体主波長で短くなる方向へ、赤紫色、青色の試料では主波長で長くなる方向へずれている。そして素地のものおよびプライマーを吹き付けた試料が示すように、スペクトル色軌跡上 540~570nm の範囲で、これら二つの相反する傾向が混合している。

(2) 理論値からのずれの大きさ 黄色、赤紫色、青色の試料では、大体 $\theta=15^\circ$ のずれが最大、 $\theta=60^\circ$ のそれが最小であるが、素地のもの、プライマーを吹き付けたものでは少し様子が違っている。これも前述のように、二つの方向の相異なる色ずれがこの付近で合するものと考えたと説明できる。

その他黄色の試料では、 $\theta=120^\circ$ の色度点が、また素地の試料では、 $\theta=60^\circ$ の色度点が平面の色度点から光

第 13 図 プラスター (S) およびプライマー塗布 (M) 円すい孔の色ずれ
 — 計算値 測定値

第 14 図 青色円すい孔の色ずれ
 — 計算値 測定値

第 15 図 黄色円すい孔の色ずれ
 — 計算値 測定値

源の方向にずれている。この結果、相互反射が始まると色度はあたかも一度光源の方向へずれ、相互反射が大きくなると方向を変えて主波長方向へずれるかのような現象を示すようになってきている。このような傾向は、V型溝

第 16 図 赤紫色円すい孔の色ずれ
—— 計算値 測定値

第 17 図 プラスター円すい孔の色度の計算値と測定値とのずれ
—— 計算値 測定値

第 18 図 プライマー塗布円すい孔の色度の計算値と測定値とのずれ
—— 計算値 測定値

第 19 図 青色円すい孔の色度の計算値と測定値とのずれ
—— 計算値 測定値

第 20 図 黄色円すい孔の色度の計算値と測定値とのずれ
—— 計算値 測定値

第 21 図 赤紫色円すい孔の色度の計算値と測定値とのずれ
—— 計算値 測定値

の場合にはみられなかったが、円すい孔の実験で現われている。

以上の結果をみると、やはり円すい孔における色ずれと、V型溝の色ずれとは傾向においては等しいが、前者のほうがより理論値に近づいているといえる。

この理由は、両者の Shape Factor が近似していること、また共に反射特性が完全拡散性からずれている

が、円すい孔のほうがV型溝よりよい反射特性を示すことなどに基づくものであると思われる。

(3) 相互反射と色ずれ 円すい孔においても、相互反射に基づく色ずれは、大体主波長方向に起こることが明白であるが、Monochroic Color Shift および Dichroic

Color Shift も V 型溝の場合と同様にみられる。

ことに、測定値と理論値とが近づいたため、Dichroic Color Shift が赤紫色試料はもちろん、黄色試料の実験結果にまでみられるようになっていく。

目でこれら円すい孔試料を観察すると、その色ずれもさることながら、明度の低下がことに大きく影響しているように思われた。前の V 型溝の黄色試料では、溝が深くなると黄色のちらつきが感じられたが、円すい孔ではそのような現象はなかった。試料が一つの孔をもつ単純な形であるため、多くの溝のある場合にみられるような複雑な現象は起こらなかったであろう。

6. 考 察

6.1 試料表面の完全拡散性からのずれ

付録にみられるように、プラスターで型作りした試料は、アルミニウムのような金属で作ったものよりかなりよい拡散性をもっている。この上にプライマーおよび不透明、拡散性の塗料を吹き付けると、その拡散性はさらに改善されるが、どうしても完全拡散性からはずれる。

こうした表面状態は、当然測定に誤差をもたらす。

6.2 試料の取り付け位置

GE 分光光度計で測定するとき、試料の開口面は標準白色板と同じ相対位置にあったが、頂点の位置は、頂角が 60° 、 30° 、 15° となるのに応じて、約 20.6、44.4、90.4 mm この位置からずれていた。ゆえに、ここから起こる測定誤差は、頂角の小さいものほど大きくなっていく。

この円すい孔の頂点のずれの大きさを V 型溝の場合のずれ 4.1、8.9、18.2 mm に比較すると、かなり大きいといえる。それにもかかわらず、測定結果の理論値からのずれは小さくなっている。これは、円すい孔ではこの測定誤差によるものが主であり、V 型溝では、この誤差よりも他の原因に基づく誤差が大ききいたからではあるまいか。

6.3 試料の変形

円すい孔試料の形は単純であり、また比較的大きいので型作りによる形のひずみや、個々の差異は概して少ないと思われるが、塗料を吹き付けるとそのむらとともに頂点が曲面状になるのは避けられないことであった。

ことに、 $\theta=15^\circ$ の円すい孔では頂点が深いので、ここまで塗料の吹き付けが困難で、かなりのむらが起こった。こうした変形や不均一な表面状態は誤差をもたらしていることであろう。

以上述べた諸原因のために誤差は避けられず、ここに示したような結果となったが、全般的にみると、前回の V 型溝の測定結果が、かなり理論値からずれていたのに対して、円すい孔ではより理論値に近いものが得られ、

実験の妥当性が認められるように思われる。

7. 結 言

この報告では、さきに述べた V 型溝の場合と同様に、まず、相互反射にあずかる内面全体の Shape Factor を計算し、これをもとにして諸結果の検討を試みたものである。

しかし、さらに考察をすすめると、V 型溝、円すい孔内面の各部分は、その位置によってそれぞれ異なった状態にあること、たとえば、頂点付近と開口部付近とは、実効反射率および色ずれの様子の変っていることが考えられる。

このため、次回には V 型溝、円すい孔の内面を分割して分割された面相互間の Shape Factor を求め、この値を用いてさらに計算をすすめる。そして、ここで得られた計算結果から、測定結果およびこれまでの計算の再検討を行なう予定である。

終わりに、この実験を行なうにあたって、ご指導くださった O'Brien 教授ならびにご援助くださった大学院学生諸君と職員のかたがたに感謝するとともに、後にこの問題を理論的に処理する際に、文献の照会、複写などでお世話いただいた電気試験所大阪支所の納谷博士、および電子計算機のプログラミングでご指示を仰いだ本学の勝部博士にあわせて感謝の意を表します。

参 考 文 献

- (1) 福井：照学誌 49 (昭40) 558
- (2) 福井：昭40電気四学会連大 (1282)
- (3) 福井：姫路工大研究報告 17A (昭39) 99
- (4) E.M. Sparrow, V.K. Jonsson : JOSA 53 (1963) 816
- (5) 福井・小路：姫路工大研究報告 18A (昭40) 13
- (6) 佐土根・森田・猪野原：照学誌 49 (昭40) 4

付 録

円すい孔および V 型溝の反射特性

これまでの報告で述べた円すい孔、および V 型溝の試料は筆者の手もとにないので、その反射特性を測定することはできないが、このような試料の反射特性を調べるために類似のものを作り、素地の場合、黄色光沢性塗料、黄色拡散性塗料を塗った場合について測定を行なった。測定のごう上、光の入射角は平面では、 45° 、 $\theta=60^\circ$ のものでは 30° 、 $\theta=30^\circ$ のものでは 15° 、 $\theta=15^\circ$ のものでは 0° とした。

測定結果を示すと付 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 図となる。

素地および光沢性塗料のものでは、平面 ($\theta=180^\circ$)

付 1 図 石膏製円すい孔の
反射特性
—— 平面 ($\theta=180^\circ$)
..... $\theta=60^\circ$
- - - $\theta=30^\circ$
..... $\theta=15^\circ$

付 2 図 黄色光沢性塗料を
塗布した円す
い孔の反射特性
—— 平面 ($\theta=180^\circ$)
..... $\theta=60^\circ$
- - - $\theta=30^\circ$
..... $\theta=15^\circ$

付 6 図 黄色光沢性塗料を塗布した
V型溝の反射特性 (入射光
は溝に直角な方向から)
—— 平面 ($\theta=180^\circ$)
..... $\theta=60^\circ$
- - - $\theta=30^\circ$
..... $\theta=15^\circ$

付 3 図 黄色光沢性塗料を
塗布した円す
い孔の反射特性
—— 平面
($\theta=180^\circ$)
..... $\theta=60^\circ$
- - - $\theta=30^\circ$
..... $\theta=15^\circ$

付 4 図 鉄製V型溝の反射特性
(入射光は溝に 直角な
方向から)
—— 平面 ($\theta=180^\circ$)
..... $\theta=60^\circ$
- - - $\theta=30^\circ$
..... $\theta=15^\circ$

付 7 図 鉄製V型溝の反射特性 (入
射光は溝に平行な方向から)
—— 平面 ($\theta=180^\circ$)
..... $\theta=60^\circ$
- - - $\theta=30^\circ$
..... $\theta=15^\circ$

付 5 図 黄色光沢性塗料を塗布した
V型溝の反射特性 (入射光
は溝に直角な方向から)
—— 平面 ($\theta=180^\circ$)
..... $\theta=60^\circ$ - - - $\theta=30^\circ$
..... $\theta=15^\circ$

付 8 図 黄色光沢性塗料を塗
布したV型溝の反射
特性 (入射光は溝に
平行な方向から)
—— 平面 ($\theta=180^\circ$)
..... $\theta=60^\circ$
- - - $\theta=30^\circ$
..... $\theta=15^\circ$

付 9 図 黄色光沢性塗料を
塗布したV型溝の
反射特性 (入射光
は溝に平行な方向
から)
—— 平面
($\theta=180^\circ$)
..... $\theta=60^\circ$
- - - $\theta=30^\circ$
..... $\theta=15^\circ$

の場合、完全拡散性からのずれが最大であるが、拡散性塗料のものでは、 $\theta=15^\circ$ のときずれが大きくなっている。

概して円すい孔のほうがV型溝よりもすぐれた拡散性を示している。またV型溝のとき、溝の陵線に平行な方向から光を投射する場合には、これに直角な方向からの

場合よりも、素地のもので正反射分が著しくなっている。

このような反射特性は、これまで述べた諸結果に相応じているから、実験に使用した試料の反射特性も大体、このようなものであったといえるであろう。

(受付 1966 年 1 月 22 日 再受付 1966 年 4 月 22 日)