けい光放電管の相互反射と輝き分布

専門会員 福井 和久海*

Interreflection and Brightness Distribution on Fluorescent Lamps

Wakumi Fukui (Fellow Member)
(Himeji Institute of Technology)

ABSTRACT

The author tries to obtain the brightness distribution curve of a fluorescent lamp more easily by solving matrices of interreflection derived by Prof. O'Brien by means of a computer.

First of all, he divides a 20 watts fluorescent lamp into 20 parts and measures their brightness to take the ratios of them to that of the central part. And also he measures transmittances and reflectances of phosphors and a glass, radiation of ultraviolet and visible mercury rays.

Then getting shape factors between divided parts of a tube, he forms the matrices, and tries to coincide the calculated results with the measured ones changing the values of matrices, especially of the initial luminous radiances.

After many trials, he finds that inside the fluorescent lamp, ultraviolet rays interreflect with the reflectance factor about 0.7 and the consequent radiant flux density is quite high.

Next, he derives a following formula which contains the transmittance of the phosphor and the glass, and verifies it practically.

$$L_{i, \text{out}} = \tau_g [L_{oi, \text{out}} + \tau_p \sum_{j=1}^m F(i, j) L_{j, \text{in}}]$$

1. 緒 言

けい光放電管の輝き分布については二、三の論文¹⁾²⁾がすでに報告されているが、これらは相互反射を表わす積分方程式を特定の関数で近似して解き、ついで、この理論に基づいた測定を行なって、前者と比較するという方法をとっている。

そこで筆者は同じ現象を O'Brien 教授の提唱した相互反射の行列で表現し、これを電子計算機によってより簡単に解くことを試みた。

この結果、思いがけず発光機構について一つの解明を加えることができたが、さらにけい光膜の透過を考慮し

た式を導いて計算を行ない、測定結果と比較することによって、けい光放電管の輝き分布の解析に妥当な結果を得たので、ここにその概略を述べる。

あわせて、V型溝に斜めに平行な光束が入射する場合の光束発散度、実効反射率および色ずれの計算結果も報告する。

2. 相互反射の理論

2.1 円柱内面の Shape Factor $F(i, j)$ と相互反射の行列

相互反射の行列をつくるためには、まず Shape Factor を計算しなければならないが、円柱内面では自己要素内での相互反射があるため、これを含んだ Self Shape

* 姫路工業大学

Factor を求めることになる。この計算方法³⁾はすでに佐土根博士らが示しておられるので、ここではその結果を用いて円柱を分割したときの式を導き、各分割部相互間の Shape Factor の計算を行なった。

まず円柱の Self Shape Factor $F(i, i)$ を求める式は次のようである。

$$F(i, i) = 1 + \varepsilon - \sqrt{1 + \varepsilon^2} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{ただし, } \varepsilon = \frac{H}{D}$$

H : 軸方向の長さ D : 直径

図 1 円柱の分割

ゆえに、図 1 のように円柱を等分する場合には、まず $F(1, 1)$ が(1)式から導かれる。

$$F(1, 1) = 1 + \varepsilon - \sqrt{1 + \varepsilon^2}$$

次に、隣合った部分間の Shape Factor は相反法則

$$A_i F(i, j) = A_j F(j, i) \quad A_i : \text{面積}$$

を用いると容易である。たとえば $F(1, 2)$ を求めるには
 $(A_1 + A_2)F(1+2, 1+2) = A_1 F(1, 1) + A_1 F(1, 2)$
 $+ A_2 F(2, 1) + A_2 F(2, 2)$

等分割のときには、

$$\begin{aligned} A_1 &= A_2, \quad F(1, 2) = F(2, 1), \quad F(1, 1) = F(2, 2) \\ \therefore F(1+2, 1+2) &= F(1, 1) + F(1, 2) \\ \therefore F(1, 2) &= F(1+2, 1+2) - F(1, 1) \\ &= \varepsilon + \sqrt{1 + \varepsilon^2} - \sqrt{1 + 4\varepsilon^2} \end{aligned}$$

同様にして

$$\begin{aligned} F(1, 3) &= \frac{1}{2} [3F(1+2+3, 1+2+3) - 3F(1, 1) \\ &\quad - 4F(1, 2)] = \varepsilon - \frac{1}{2} \sqrt{1 + \varepsilon^2} + 2\sqrt{1 + 4\varepsilon^2} \\ &\quad - \frac{3}{2} \sqrt{1 + 9\varepsilon^2} \end{aligned}$$

一般に $i \geq 2$ のときには、次のようになる。

$$\begin{aligned} F(1, i) &= \varepsilon - \left(\frac{i}{2} - 1\right) \sqrt{1 + (i-2)^2 \varepsilon^2} \\ &\quad + (i-1) \sqrt{1 + (i-1)^2 \varepsilon^2} - \frac{i}{2} \sqrt{1 + i^2 \varepsilon^2} \quad \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

円柱が等分してあると、分割部分相互の間には同じ関係がみられるため、(2)式を計算するとすべての Shape Factor が求まる。

管端のベース部(b)と円柱分割部分との間の Shape Factor も同様にして求められ、これを一般的な形で示すと次のようになる。

$$\begin{aligned} F(i, b) &= \frac{1}{2} [- (2i-1)\varepsilon - (i-1) \sqrt{1 + (i-1)^2 \varepsilon^2} \\ &\quad + i \sqrt{1 + i^2 \varepsilon^2}] \quad \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

Shape Eactor が求まると、反射率、初期光束発散度

に適当な値を入れれば、相互反射の行列をつくることができる。今、けい光放電管を20等分する場合を考えると、管の両端のベース部を加えて Luminous Transfer Matrix は22行、22列のものとなり、(4)式のように示される。

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} \frac{1}{\rho_1} - F(1, 1) & -F(1, 2) & \dots\dots & -F(1, 22) \\ -F(2, 1) & \frac{1}{\rho_2} - F(2, 2) & \dots\dots & -F(2, 22) \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ -F(22, 1) & -F(22, 2) & \dots\dots & \frac{1}{\rho_{22}} - F(22, 22) \end{bmatrix} \\ &\cdot \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ \dots \\ \dots \\ L_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{L_{01}}{\rho_1} \\ \frac{L_{02}}{\rho_2} \\ \dots \\ \dots \\ \frac{L_{022}}{\rho_{22}} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

ただし、 ρ_i : 反射率、 L_i : 相互反射後の光束発散度、 L_{0i} : 初期光束発散度。

この行列は、そのまま電子計算機で解くこともできるが、反射率は各部で等しく、初期光束発散度も左右の各部で対称であるとする、相互反射後の光束発散度も左右対称となるから、11行11列の行列に改めることができる。さらに、管端のベース部およびシステムは管端の第1分割部内面の相互反射を乱しながらこれに関与しているから、簡単のために、この第1分割部が完全に相互反射を行なうと仮定して、管端のベース部およびシステムを無視すると、次の10行、10列の行列が得られる。

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} X(1, 1) & X(1, 2) & \dots\dots & X(1, 10) \\ X(2, 1) & X(2, 2) & \dots\dots & X(2, 10) \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ X(10, 1) & X(10, 2) & \dots\dots & X(10, 10) \end{bmatrix} \\ &\cdot \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ \dots \\ \dots \\ L_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \dots \\ \dots \\ Y_{10} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

こうすると、計算もその後の処理も容易になる。

相互反射の結果がさらに次の相互反射の原因になると、最終の光束発散度はこの過程をくり返すことによって求められる。(5)式を簡単のために次のように表わすと

$$\begin{aligned} [X_1] \cdot [L_1] &= [Y_1] \\ [L_1] &= [X_1]^{-1} [Y_1] \end{aligned}$$

先の相互反射の結果を用いた次の相互反射の行列は、 $[L_1]$ あるいは $[L_1]$ に比例する値を Excitation Vector に入れて次のようになる。

$$\begin{aligned} [X_2] \cdot [L_2] &= [Y_2] = K [L_1] \\ \therefore [L_2] &= K [X_2]^{-1} [X_1]^{-1} [Y_1] \quad \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

このように表現すると、相互反射が幾度くり返されて

も解くことができる。

ここで反射率の値をかえようとすると、Luminous Transfer Matrix の対角線上の各項および Excitation Vector の各項の大きさを、また、初期光束発散度をかえるには Excitation Vector の各項の大きさをかえればよく、管を等分割にしていると Luminous Transfer Matrix は対称になる。電子計算機を用いるときには、このような行列の性質を利用してプログラムを組むと、数値を変更するときの手数をかなり省くことができる。

2.2 けい光膜およびガラス管の透過を考慮する場合

これまでの計算は管内面の反射だけを取り扱って、光束がけい光膜、ガラス管を透過することを考えてはいない。もっともこの場合は、けい光膜が薄いために内面への光束発散度と等しいものが外面へも出ていくと仮定していることであり、この仮定が近似的に成立することは文献¹⁾にもみられ、また、後述の実験と計算結果の比較からもいえることであるが、さらに現象を詳細に検討するために、次のようなけい光膜およびガラス管の透過を考慮した式を導いた。

$$L_{i \cdot \text{out}} = \tau_g [L_{oi \cdot \text{out}} + \tau_p \sum_{j=1}^m F(i, j) L_{j \cdot \text{in}}] \cdots \cdots (7)$$

ただし、 $L_{i \cdot \text{out}}$ ：分割部 i から外部へ出る全光束発散度、 $L_{oi \cdot \text{out}}$ ：分割部 i のけい光膜から外部へ出る初期光束発散度、 $L_{oj \cdot \text{in}}$ ：分割部 j における相互反射後の内部への光束発散度、 τ_p ：けい光膜の透過率、 τ_g ：ガラス管の透過率。

(7)式の右辺の第2項は、他の分割部から i の部分へ入射する全光束が、この部分のけい光膜を透過することを表わしている。なお $L_{j \cdot \text{in}}$ は、さきの内面への相互反射の行列を解くことによって得られている。

また、右辺の第1項 $L_{oi \cdot \text{out}}$ には内部への初期光束発散度 $L_{oi \cdot \text{in}}$ 、あるいは、相互反射後の光束発散度 $L_{i \cdot \text{in}}$ およびこれらに比例する値を考えることができるが、後述するように、 $L_{oi \cdot \text{in}}$ に比例する値をとるのがよいようである。こうすると(7)式は次の形にまとめることができる。

$$\begin{aligned} L_{i \cdot \text{out}} &= \tau_g [K L_{oi \cdot \text{in}} + \tau_p \sum_{j=1}^m F(i, j) L_{j \cdot \text{in}}] \\ &= K L_{oi \cdot \text{in}} + \tau_{pg} \sum_{j=1}^m F(i, j) L_{j \cdot \text{in}} \cdots \cdots (8) \end{aligned}$$

外部へ出る光束発散度の比をとるときには、

$$\frac{L_{i \cdot \text{out}}}{L_{i \cdot \text{out}}} = \frac{K L_{oi \cdot \text{in}} + \tau_p \sum_{j=1}^m F(i, j) L_{j \cdot \text{in}}}{K L_{oi \cdot \text{in}} + \tau_p \sum_{j=1}^m F(i, j) L_{j \cdot \text{in}}}$$

となり、ガラス管の透過率には無関係になる。

(7), (8)式は、けい光がけい光膜およびガラス管を透過して出ていく場合であるが、けい光放電管内の水銀可視光および殺菌灯からの水銀放射線のように、放射が放電管内で起こり、けい光膜、ガラス管で反射、あるいは透過していく場合は次のようになる。

今、放電管の分割部 i の内部で光束 Φ_i が発生し、視感反射率、 ρ 、同透過率 τ をもった管壁に直射して $\rho \Phi_i$ が内部に、 $\tau \Phi_i$ が外部へ出るとすると、

$$\left. \begin{aligned} L_{oi \cdot \text{in}} &= \rho \Phi_i \\ L_{oi \cdot \text{out}} &= \tau \Phi_i \end{aligned} \right\} \cdots \cdots (9)$$

$$\therefore \frac{L_{oi \cdot \text{out}}}{L_{oi \cdot \text{in}}} = \frac{\tau}{\rho} = k$$

$$\therefore L_{oi \cdot \text{out}} = k L_{oi \cdot \text{in}}$$

分割部 i から外部へ出る光束発散度の式を求めると、

$$\begin{aligned} L_{i \cdot \text{out}} &= L_{oi \cdot \text{out}} + \tau \sum_{j=1}^m F(i, j) L_{j \cdot \text{in}} \\ &= k L_{oi \cdot \text{in}} + \tau \sum_{j=1}^m F(i, j) L_{j \cdot \text{in}} \cdots \cdots (10) \end{aligned}$$

右辺第1項には $L_{oi \cdot \text{in}}$ がきてさきの(8)式と同じ形になる。さらに、(9)式を代入すると、

$$\begin{aligned} L_{i \cdot \text{out}} &= \tau \Phi_i + \tau \sum_{j=1}^m F(i, j) L_{j \cdot \text{in}} \\ &= \tau [\Phi_i + \sum_{j=1}^m F(i, j) L_{j \cdot \text{in}}] \cdots \cdots (11) \end{aligned}$$

各部の τ が等しいとみなして比をとると、次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{L_{i \cdot \text{out}}}{L_{i \cdot \text{out}}} &= \frac{\Phi_i + \sum_{j=1}^m F(i, j) L_{j \cdot \text{in}}}{\Phi_i + \sum_{j=1}^m F(i, j) L_{j \cdot \text{in}}} \cdots \cdots (12) \end{aligned}$$

分光的にみるとときには、各波長について検討すればよいから、分光反射率を ρ_λ 、分光透過率を τ_λ とすると、(10), (11), (12) 式から

$$\begin{aligned} (L_{i \cdot \text{out}})_\lambda &= k_\lambda (L_{oi \cdot \text{in}})_\lambda \\ &+ \tau_\lambda \sum_{j=1}^m F(i, j) (L_{j \cdot \text{in}})_\lambda \cdots \cdots (10') \end{aligned}$$

あるいは、

$$(L_{i \cdot \text{out}})_\lambda = \tau_\lambda [\Phi_{i \cdot \lambda} + \sum_{j=1}^m F(i, j) (L_{j \cdot \text{in}})_\lambda] \cdots \cdots (11')$$

$$\begin{aligned} \frac{(L_{i \cdot \text{out}})_\lambda}{(L_{i \cdot \text{out}})_\lambda} &= \frac{\Phi_{i \cdot \lambda} + \sum_{j=1}^m F(i, j) (L_{j \cdot \text{in}})_\lambda}{\Phi_{i \cdot \lambda} + \sum_{j=1}^m F(i, j) (L_{j \cdot \text{in}})_\lambda} \cdots \cdots (12') \end{aligned}$$

が得られる。放射束発散度の場合も、これを $(L_{i \cdot \text{out}})_H$ で示すと、ある波長範囲にわたる場合および各スペクトルの場合で (10), (10'), (11), (11'), (12), (12') と同形の式が求められる。いずれの場合にも各分割部間の比をとると、

けい光膜，ガラス管の透過率に関係なく内部で発生した放射の状態と，けい光膜あるいはガラス管の反射率とできまることになる。

3. 測定

3.1 輝き分布の測定

積分方程式を解いて輝きの分布を求める場合，これに対応する実験を行なうとすると，微小な面積の輝きを測定することが要求される。しかし行列を解く方法では，全体を不連続な幾つかの部分に分割し，各部分の平均光束発散度を考えるため，分割に応じた比較的大きな部分の光束発散度を測定することになり，実験はかなり容易になる。

このため，輝きの分布は放電管の任意の分割部分全体からの放射束が受光器にはいるように，これらの間にしゃ光板を置き，放電管を移動させて求めた。使用した放電管は10 W，20 W，40 Wの普通形けい光放電管，10 W殺菌灯および20 Wブラックライトなどで，受光器には光电増倍管を用いた。

紫外線に関する測定は，殺菌灯からの放射をベックマン分光器で分離して行なった。なお電源には60 Hz，100 Vおよび直流安定化電源を用い，管の分割は20，40等分および20 Wけい光放電管20等分のときの直径と軸方向の長さとの比に等しくした分割などである。

円柱光源は，その全長の5倍も離れば点状とみなされるから，以上のような分割では受光器を隔てる距離はわずかでよい。ただ，光电増倍管を用いると感度がよいのでどうしても遠ざけるようになる。しかしこれも積分球を使用すると，入射光束が内面に一様に分布するので距離を短縮することができる。いずれの場合でも各部分の輝きの比をとると，その値に差はほとんど認められない。

図2 けい光放電管の輝き分布

定格で点灯したときの普通形けい光放電管の輝きの分布は図2のようになる。測定値には幅があり，第2分割

部には陰極輝点の影響がある。これは管を回転して測定場所をかえると値が違ってくるので，容易に確かめられる。図中，破線は2倍の分割のときの測定値である。

3.2 反射率，透過率の測定

使用した試料は，緑，青，赤，白色，温白色の20 Wけい光放電管と，同種のけい光物質をガラス板に塗布焼成したもの，ならびに各放電管の断片およびブラックライトの断片などであるが，けい光物質の可視域での拡散反射率の測定には，東芝製簡易光电色沢計を，また紫外線に対する反射率の測定には，分光器と付属の反射率測定装置およびUV-25フィルタを使用した。

拡散透過率は直径20 cmの積分球に試料を取り付け，これをUVフィルタをつけた投光器で照射し，既知のものと比較して求めた。このUVフィルタは投光器から放射されている紫外線を除き，これによるけい光物質の発光を避けるために用いた。この際，けい光物質はガラスに塗布されているので，透過率は両者を含めたものを測定している。

この結果，紫外線に対するけい光物質の反射率 ρ_H に約0.7，可視光に対するけい光物質の反射率 ρ に約0.6，その透過率 τ には約0.3の値を得た。

より詳細な値も得られるが，計算を行なう際に ρ_H, ρ, τ 共0.1きざみを取り，その結果をみるとこれ以上細分してもあまり意味のないことがわかり，また各種のけい光放電管の輝きの分布を測定すると個々に差があり，測定値にはある幅のあることがわかったので，こうした値にとどめた。

また，これら試料の分光反射率は，分光器と付属の反射測定装置を使用して標準白色板と比較し，分光透過率はさきに述べた積分球からの光を分光器に入れ，試料のないとき，および既知の分光特性のものと比較して求めた。

このほか，発光および無発光状態にあるけい光物質に可視光を照射してその分光透過率の変化を調べた。これには，まず積分球の入射孔前面にけい光物質を塗布焼成したガラス板を置き，側面から殺菌灯で励起して発光させるとともに，正面からは前述のUVフィルタをつけた

図3 けい光物質の分光透過率および分光反射率曲線

投光器で照射して、発光状態にあるけい光物質の分光透過特性をとり、次にけい光物質の励起をやめたときの分光透過特性を、さらに試料を除いてその投光器の分光特性をとり、これを比較して求めた。

測定結果のうち一例を示すと、図 3 のようになる。いずれも可視域全体にわたってほとんど平坦である。

4. 測定と計算過程

20等分した20Wけい光放電管を考えることにして、まず、この分割に相当する Shape Factor の値を(5)式の Luminous Transfer Matrix に入れる。次に内面への初期光束発散度が全面にわたって等しいと仮定し、反射率 ρ の値を変えて行列を解き、光束発散度の分布を求めると図 4 が得られる。

図 4 初期光束発散度が一樣なときの相互反射後の光束発散度分布 (計算値)

このうち、反射率が0.6の折線と測定結果(図2)とを比較すると、両者の差があまりにも大きいのに気づく。すなわち、管の内面における初期光束発散度は決して一樣ではないということである。

このため、次は各分割部内面の初期光束発散度を求めることになるが、けい光物質はおもに253.7 nm線によって励起され発光することがわかっているから、紫外線の放射と水銀可視光の輝き分布を測定すれば、これから推定できるはずである。

図 5 は、20 W放電管における紫外線および水銀可視光の輝き分布であるが、これは低圧水銀放電管の放電機構が大体一定していることに基づいて、10 W殺菌灯の測定値から導いたものである。なお水銀可視光はけい光の約1/10程度であり、第2分割部には陰極輝点の影響が出ている。

けい光物質については、紫外線の放射の輝きとこれによって励起されるけい光の輝きとの比例関係が問題になるが、殺菌灯からの紫外線をけい光物質に照射して測定すると、両者は比例するとみなしてさしつかえないよう

図 5 紫外線および水銀可視光の輝き分布
○……紫外線の測定値 (20分割)
△……水銀可視光の測定値 (20分割)

であった。もっとも紫外線がけい光放電管の内面で反射率0.7のもとに相互反射を行なうと、この実験よりかなり高い放射束発散度になっている。それでも比例するとみなした計算結果が妥当なのをみると、このような状態のもとでも、大体比例関係が保たれているようである。

それゆえ、紫外線の放射の輝きに比例する値を初期光束発散度にとってけい光の相互反射を計算すると、図 6 が得られる。水銀可視光については、直射に対する反射分を初期光束発散度として同様に求められるから、全体の相互反射後の光束発散度分布は、両者を加算して求められるが、その結果は図 6 に類似していて測定値からはずれたままである。

図 6 初期光束発散度を紫外線の放射の輝きに比例させたときの相互反射後の光束発散度分布 (計算値)

これは、紫外線の直射がけい光発光の主要因ではないことを意味している。

ここで、けい光放電管の輝き分布から逆に紫外線の放射の輝き分布を推定すると、管端でかなり垂下するような分布でなければならないことに気づく。これは、紫外線もけい光放電管の内面では比較的高い反射率のもとに相互反射を行なっていることを暗示しているものであり、けい光物質の紫外線に対する反射率が約0.7である

ことは、まさにこれを裏づけるものである。

この間の計算は(6)式に従って行なうことができるが、ここでは、さきに作った(5)式のプログラムをくり返して使用した。まず紫外線に関する測定値を代入した行列を解いてその相互反射後の放射束発散度を求め、次に、これに比例する値を初期光束発散度とし、反射率を変えて行列を解く。この結果が図7である。これに水銀可視光の相互反射分を加えて光束発散度分布を求めると図8が得られる。このうち、反射率0.6の折線は図2の20Wけい光放電管の輝き分布とかなりよく一致している。

図7 初期光束発散度を相互反射後の紫外線の放射束発散度に比例させたときの相互反射後の光束発散度(計算値)

図8 けい光放電管内面の相互反射後の光束発散度分布(計算値)

この一致は、以上の計算過程の妥当性を示していることになるが、また、この計算値が内面の相互反射後の光束発散度の比であり、測定値は外面のそれであることから、けい光放電管の内面および外面の光束発散度の近似を説明する手掛りにもなると思われる。

けい光膜などの透過を考慮した式(8)、(10)を用いると、さらに詳細な検討が可能になる。まずけい光についてみると、(8)式の右辺の第1項の外部への初期光束発散度 $L_{oi, out}$ と内部への初期光束発散度 $L_{oi, in}$ の比 k を $1/3$

$1/2$, 1 , 2 とし、けい光物質の紫外線に対する反射率 ρ_H を 0.7 、可視部の反射率 ρ および透過率 τ を $\rho=0.1, 0.6, 0.8, \tau=0.8, 0.3, 0.1$ の間で変化させたときの光束発散度分布を図示すると、図9となる。

図9 外部へ出るけい光の光束発散度分布(計算値)

ここでは、図の複雑になるのを避けるために $k=1/3, 2$ の場合しか示していないが、中間の値は両者の折線の間にはいつてくる。大体の傾向をみると k が小さくなるほど、また反射率が大きく透過率が小さくなるほど分布折線は下がり、 k の値が小さくなるにつれてその値に属す分布折線の幅が広がってくる。

また、 $\rho=0.6, k=1/2, \rho_H=0.6, 0.7, 0.8$
 $\tau=0.4, 0.3, 0.2$

図10 外部へ出るけい光の光束発散度分布(計算値)

のように変化させたときの光束発散度分布を求めると、図10が得られる。この場合には ρ_H が大きくなるほど、また透過が大きいくほど分布折線は下がつてくる。

ちなみに、 $L_{oi, out}$ を内部への相互反射後の光束発散度 $L_{i, in}$ に比例させて計算を行なうと、その値は管端に近づくにつれて以上のものよりしだいに大きくなり、かえって測定結果からのずれが著しくなる。

水銀可視光は(10)式に従って前者と同様に計算される

が、常に k は約 $1/2$ である。なお輝きの測定結果およびその他の条件が似ているので計算結果も類似し、このため、両者を加算してもけい光の場合の結果にほぼ等しいものになる。

以上の結果をまとめると、

$$\rho_H = 0.7, \quad \rho = 0.6, \quad \tau = 0.3, \quad k = 1/2$$

の分布折線が測定結果とかなりよく一致することが見出される。このうち、 ρ_H , ρ , τ は測定値であり、 k の値も文献²⁾にみられる値と近似しているから、この計算も妥当な過程で行なわれたと思われる。

もっとも、第 1, 2, 3 の各分割部分には多少測定値との差異が認められる。このうち、ずれが比較的大きく、かつ測定値が一定しないのは第 2 分割部で、一般に測定値が計算値よりも大きくなる。

この原因は、フィラメントとその上に生じている陰極輝点で、計算の際、数値にはこの区間の平均値をとるため、部分的な変化を表わし得ないことおよび測定上からは輝点、フィラメント、受光器の相対的な位置関係によって輝点の影響が変化することなどがあげられる。なおコイル状のフィラメントは、非対称な障害物として相互反射に影響し、測定方向によって少し異なった結果をもたらすことも考えられる。

第 1 分割部では、まず計算上の仮定が問題になる。管端ベース部 b と他の部分との間の Shape Factor を(3)式から求めると、

$$F(1, b) = 0.2231, \quad F(2, b) = 0.0367, \quad F(3, b) = 0.0098$$

となり、管端ベース部の影響は第 1 分割部について考慮すればよいことがわかる。しかし、この部分にはシステムがあって、内面の相互反射を乱しながらこれに関与しているため、すでに述べたようにベース部およびシステムを無視し、管端の第 1 分割部が円柱の一部として妨げられることなく相互反射を行なうとみなした。したがって、この仮定からのずれが誤差となって現われてくる。

また測定立場からみると、水銀の放射線は管端からフィラメントに向かって低い値から急に増大していくため、その平均値の読み取りが困難で、これに基づいた計算結果と測定値との間にずれを起こしやすい。しかし、そのずれの大きさは、第 2 分割部のそれに比べるとわずかである。

第 3 分割部では、フィラメントの前方にある暗部とその付近からの放射の輝きのこまかな変化が、その平均値に基づく計算結果をずれさせる。しかしその大きさもきわめて少ない。

5. 色 ず れ

図 3 に示されているように、けい光物質はその種類のいかにかわからず、分光反射率、分光透過率は共に可

視域全体にわたってほとんど平坦である。このため、初期光束発散度と相互反射後の光束発散度との比が反射率に対して変わっても、また Shape Factor の値の変化が大きくても色ずれは起こり得ない。

実際に各分割部の分光特性をとって色度を計算すると、輝点の影響と思われる部分が少し青方向にずれるだけで、他はほとんど同一の色度点をとる。

6. 普通形けい光灯の輝き分布

これまでは 20 W けい光放電管について述べたが、その他の普通形けい光放電管が同様なけい光物質、同じ発光機構および類似した電極構造をもっていることを考えると、当然その輝き分布にも共通性が見出せるはずである。このため、次のような工夫のもとに共通な輝き分布折線を作ることを試みた。

まず、各種類の放電管の分割は Shape Factor がほぼ近似するようにとる。次に紫外線の放射の輝きが大体直線的に増加する部分と、平坦な部分に分けられることからこの境界を起点にとることにし、これに相当する位置を各管で定める。そしてこの境界から中央に向かう区間は各管とも同じ範囲に収める。したがって、管の長短に応じて図上の分割数は異なっている。この境界からフィラメントまでの区間は、図上適当な長さにとって各管とも同じ間隔で値を記入する。これは低気圧水銀放電管の電極付近の状態が類似していることによるものである。なおこの部分には、輝点の影響があることを考慮に入れなければならない。

フィラメントから口金までの区間は、その長さが管の大きさによって異なり、構造上にも多少の変化がある部分なのでどうしても相互の間に少しずれが起こる。このため、この区間は基準としたけい光放電管を図上に記入した後、他のものは同じようにフィラメントの側から値を記入していく。

こうすると、普通形けい光放電管の輝き分布は大体 1 本の折線で表示することができる。そして、けい光物質の反射率、透過率などが違ってくると折線の傾斜の度合いが異なって表わされてくる。

7. 殺菌灯およびブラックライト

殺菌灯からの放射は(10)式で示され、これが測定値となるから、厳密に言えば内面の相互反射に基づく分も加わって測定されている。しかし透過率が大いため、第 1 項の透過光が全体の傾向を決め、相互反射による分はほとんど影響しない。放電によって発生する量を式から求めても同じことがいえる。

ブラックライトは、使用目的どおり紫外線源として放射の輝き分布を求めると、普通形のけい光放電管の場合

と同じになる。なおこれを可視域で検討しても類似した傾向が得られるのにすぎない。

それは、このけい光物質から出る可視光は UV-D 1 によってほとんど吸収され、水銀可視光も 404.7 および 435.8 nm 線が透過するだけなので、(11) 式に従って計算することになり、透過率に関係がなくなるためである。

測定結果をみると、けい光放電管に比べて管ごとの差が大きく、同一管でも左右が非対称になることがあった。

これは、管に特殊なガラス UV-D 1 を使用するため製品にむらができるからだと思われる。

8. 普通形けい光放電管の直流点灯

けい光放電管を直流で点灯すると、陽極側と陰極側で輝きの分布が異なり、非対称になる。すなわち、陰極側には暗部が明白に現われ、水銀の放射の輝き分布に凹凸が著しくなる。このため、けい光の相互反射が起こった後も輝き分布は交流点灯の場合よりなめらかさを欠く。

これに対して陽極側では、電極直前にわずかに暗部がみられるだけなので、水銀による放射は陽極グロー部までほぼ一様となり、これをすぎると急に減少するような変化を示す。このため、けい光の相互反射が起こってもその輝き分布はなお急な減衰を示している。この過程の計算には非対称のため、20 行、20 列の行列を用いなければならない。

9. 点灯時間の影響

点灯時間を長くしても、一般にその輝き分布は変わらないようである。もっとも陰極輝点のある部分では、それが時間の経過とともに移動していくため、測定値に変動が目立つ。そしてやがてこの部分に黒化が起り始めると、当然輝きは減少する。このほか点灯時間が増すと左右の対称性の増すことが認められる。

10. 温度の影響

低気圧の水銀蒸気の放電は温度に依存することが大きいので、温度を変化して水銀の放射およびけい光放電管の輝き分布を測定してみた。ただし設備のつごう上、10 W けい光放電管と殺菌灯を用いている。

測定結果を示すと、紫外線については図 11、水銀可視光では図 12 のようになる。いずれも第 3 分割部に陰極輝点の影響がみられ、温度が高くなると着しく輝きが増加する。相互反射後に相当するけい光放電管の輝き分布は図 13 のようになり、高温になると高輝度の輝点の影響を受けて管端の輝きが全体として上昇する。

また直流点灯の場合には、低温になると陽極側の輝きの減少が著しい（ダークエンド効果）。

図 11 紫外線の放射の輝き分布と温度 (10 W 殺菌灯)

図 12 水銀可視光の輝き分布と温度 (10 W 殺菌灯)

図 13 10 W けい光放電管の輝き分布と温度

11. 考察

(1) けい光物質を管の内面に沈着させるとき、その工程からみて、管の軸方向で膜厚にむらの起こることが考えられる。行列を使う場合、このようなむらはそれに対応する分割部の反射率、透過率の変化にして解けばよい。

から個々の場合でも簡単に処理できる。また、管端にあるフィラメント、補助陽極、ステムなどが相互反射に及ぼす影響も、これらの値の変化に置き替えることができ、けい光膜の発光にむらのあるときには、それに該当する分割部分の初期光束発散度を変えればよい。このほか、輝点の影響をこれを含む部分の初期光束発散度の増加に置き替えるのも一案である。

(2) 管の分割は必要に応じて自由に変わることができる。たとえば等分割にすると、中央部付近の各分割部の輝きの差異は少ないから、この部分の分割を大きくとり、端へ向かうにつれて細分することも考えられるし、必要な一定部分だけを細かく分割することも可能である。ただし、このような分割にすると、Shape Factor の計算がややめんどうになる。

(3) 以上の計算方法は、デジタル計算機を使用して結論に到達する過程であるが、ソフトウェアに要する時間を考えると、照明計算器 (L. A. C.) によるほうが現象の変化をより早くとらえ得たのではないと思われる。

終わりに、実験にあたって、測定誤差とか室温の変化などで、必ずしも正しい測定結果が得られたとはいえないが、かなり妥当な所まで解析することができたと思われる次第である。

12. 結 言

この計算と実験を行なうにあたり、電子計算機 NEA C 2230 の使用には、神戸商科大学および本学の宮脇、広村、弘海原諸氏のご援助のあったこと、また実験には寺岡君をはじめ、卒業研究に従事した学生諸君の努力に負うところの多かったこと、ことに、試料の製作には東芝姫路工場の安藤、近藤両氏のご厚意によったことを述べて深く感謝を表わす次第です。また Shape Factor の計算にあたってご示唆をいただいた本学菅原助教授、および松下電器照明研究所の佐土根博士にはここで厚くお礼申し上げます。

参 考 文 献

- (1) 黒沢：東芝レビュー 17 (昭37) 927
- (2) 竹田：照学誌 44 (昭35) 131
- (3) 佐土根・森田・猪野原：照学誌 49 (40) 4
- (4) E. M. Sparrow, V. K. Jonsson : J. Opt. Soc. Amer. 53 (1963) 816

付 録

軸方向に分割した円すい孔の Shape Factor

円すい孔に斜めに平行な光束が入射する場合を検討しようとする、軸を含む平面でこれを2分割以上しなければならないが、こうするとその Shape Factor の計算が困難になる。

付 図 1

付図 1 において、2 点の座標を $(\alpha z_i, \theta_i, z_i)$, $(\alpha z'_i, \theta'_i, z'_i)$,

$$\text{ただし, } \alpha = \tan \frac{\phi}{2}$$

ϕ : 円すい孔の頂角……………(1')

とし、2 点間の距離を $r_{ii'}$ 、これらの点の上にとった微少面積を dA_i, dA'_i 、面素 dA_i, dA'_i の法線とそれらを結ぶ直線のなす角を Θ_i, Θ'_i 、円すい孔の Self Shape Factor を $F(i, i)$ とすると、

$$r_{ii'} = [(1 + \alpha^2)(z'_i - z_i)^2 + 2\alpha^2 z'_i z_i \{1 - \cos(\theta'_i - \theta_i)\}]^{1/2}$$

$$\cos \Theta_i =$$

$$\frac{\alpha z'_i \{1 - \cos(\theta'_i - \theta_i)\}}{(1 + \alpha^2)^{1/2} [2\alpha^2 z'_i \{1 - \cos(\theta'_i - \theta_i)\} + (1 + \alpha^2)(z'_i - z_i)^2]^{1/2}}$$

$$dA_i = \alpha(1 + \alpha^2)^{1/2} z_i dz_i d\theta_i$$

$$\therefore F(i, i) = \frac{1}{\pi A_i} \int_{A_i} \int_{A_i'} \frac{\cos \Theta_i \cdot \cos \Theta'_i}{r_{ii'}^2} dA_i dA'_i$$

$$= \frac{1}{4\pi A_i} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \int_0^1 \pi \left\{ \frac{1 - \cos(\theta'_i - \theta_i)}{\beta - \cos(\theta'_i - \theta_i)} \right\}^2$$

$$d\theta_i dz_i d\theta'_i dz'_i \dots\dots\dots(2')$$

$$\text{ただし, } \beta = 1 + \frac{1}{2}(1 + \alpha^2) \frac{(z'_i - z_i)^2}{z'_i z_i} \dots\dots\dots(3')$$

変数を変換すると、

$$F(i, i) = \frac{1}{4\pi A_i} \int_0^1 \int_0^1 \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \left\{ \frac{1 - \cos \omega}{\beta - \cos \omega} \right\}^2 d\omega dz_i dz'_i$$

$$= \frac{\pi}{A_i} \int_0^1 \int_0^1 \left\{ 1 - \frac{\beta + 2}{\beta + 1} \left(\frac{\beta - 1}{\beta + 1} \right)^{1/2} \right\} dz_i dz'_i \dots\dots\dots(4')$$

付 図 2

2 付図のような分割では、(2)' 式の積分範囲は $\int_0^1 \int_0^1 \int_0^\pi$ となり、これを計算すると、

$$F(1, 1) = F(2, 2) = -\frac{1}{2\pi A_1} \int_0^1 \int_0^1 \int_0^\pi (\Pi - \omega) \cdot \left(\frac{1 - \cos \omega}{\beta - \cos \omega} \right)^2 d\omega dz_i dz_i'$$

となるが、 $\int_0^\pi \omega \left(\frac{1 - \cos \omega}{\beta - \cos \omega} \right)^2 d\omega$ の計算ができない。しかし積分範囲を $0 \rightarrow 2\pi$ とすると、次のように解ける。

$$\int_0^{2\pi} \omega \left(\frac{1 - \cos \omega}{\beta - \cos \omega} \right)^2 d\omega = 2\pi^2 \left\{ 1 - \frac{\beta + 2}{\beta + 1} \left(\frac{\beta - 1}{\beta + 1} \right)^{\frac{1}{2}} \right\}$$

これは、微少円すい台の表面積を面素として計算を始めることに等しい。

相反法則からも同様なことがいえる。

$$\begin{aligned} F(i, i) &= F(1+2, 1+2) \\ &= F(1, 1) + F(1, 2) \\ &= -\frac{1}{2\pi A_1} \int_0^1 \int_0^1 \int_0^\pi (\pi - \omega) \left(\frac{1 - \cos \omega}{\beta - \cos \omega} \right)^2 d\omega dz_i dz_i' \\ &\quad + -\frac{1}{2\pi A_1} \int_0^1 \int_0^1 \int_0^\pi \omega \left(\frac{1 - \cos \omega}{\beta - \cos \omega} \right)^2 d\omega dz_i dz_i' \\ &= -\frac{1}{2\pi A_1} \int_0^1 \int_0^1 \int_0^\pi \pi \left(\frac{1 - \cos \omega}{\beta - \cos \omega} \right)^2 d\omega dz_i dz_i' \\ &= -\frac{\pi}{2A_1} \int_0^1 \int_0^1 \left\{ 1 - \frac{\beta + 2}{\beta + 1} \left(\frac{\beta - 1}{\beta + 1} \right)^{\frac{1}{2}} \right\} dz_i dz_i' \end{aligned}$$

積分できない項が打ち消し合って、(4)' 式と同じ結果が

得られている。この場合も分割でなく全体としてならば、Shape Factor が (4)' 式の形で求められることを示している。

ここで、円すい孔の側面に沿って x, ξ をとり、

$$z_i = x \cos \left(\frac{\phi}{2} \right), \quad z_i' = \xi \cos \left(\frac{\phi}{2} \right)$$

としてこれを (1)', (3)', (4)' にあてはめると、

$$dF(x, \xi) = \frac{\cos^2 \left(\frac{\phi}{2} \right)}{2x \sin \left(\frac{\phi}{2} \right)} \left\{ 1 - |\xi - x| \cdot \frac{(\xi - x)^2 + 6\xi \cdot x \cdot \sin^2 \left(\frac{\phi}{2} \right)}{[(\xi - x)^2 + 4\xi \cdot x \cdot \sin^2 \left(\frac{\phi}{2} \right)]^{\frac{3}{2}}} \right\} d\xi$$

となり、J.O.S.A. に報告された式⁴⁾と同じ形のものが得られる。

ゆえに、軸方向に分割された円すい孔の Shape Factor を求めるには、電子計算機を用いて近似値を得るか、円すい孔を多角すい孔に近似して計算することが考えられる。

なお、円柱を軸方向に分割する場合も同様なことがいえるようである。

(受付1968年3月16日 再受付1968年6月1日)