水平直線光源下に置いた水平円板による影の特性

専門会員 藤原 義輝* 専門会員 大谷 義彦*

Characteristics of the Shadow Produced by a Horizontal Disk Setting under a Horizontal Linear Light Source.

Yoshiteru Fujiwara (Fellow Member)

Yoshihiko Ohtani (Fellow Member)

(Department of Electrical Engineering, College of Industrial Technology, Nihon University)

ABSTRACT

The method of calculating the direct illuminance and the shadow factor in the shadow which is produced on the illuminated plane by a horizontal disk under the condition that a diffused linear light source is kept in a horizontal or vertical position was discussed in our previous report.

In this paper we describe and discuss the results of some calculations on the shadow factor when the diffused linear light source is kept in a horizontal position.

First, with the light source fixed, the shadow factor on the illuminated plane under various positions of a disk is calculated.

Then, with the disk fixed, variations of the shadow factor at the illuminated point which is directly under a disk when the light source is moved are calculated.

From these results, the methods of predicting the shadow zone and the suitable position of a light source to make the shadow as little as possible can be obtained.

1. 緒 言

光源と被照面間に物体があるとき、被照面上に生ずる影は、作業を行なう場合の手暗がりなどとしてよく経験するが、このような影は作業に際してじゃまなものであり、その影響をなるべく少なくするためにも、照明設計の一要素¹⁾として十分考慮すべき問題と考えられる。しかしながら影は、光源、物体の形状ならびに相互の位置関係によって複雑に変化し、その説明は十分になされていないのが現状である。

筆者らはこのような影に興味をもち、その究明の第一段階として、直線光源が水平または鉛直にある場合、水平円板によって、被照面上に生ずる影の中の直射照度の計算方法を求め、さきに発表した²⁾。そしてその後、この計算方法により、直線光源と水平円板によって生ずる影の状態について種々検討を試みてきたが³⁾⁴⁾、今回はこれらのうち、光源が水平直線光源の場合についてまとめたので報告する。

まず、光源を固定して水平円板を各種位置に設定したときの被照面上における影の状態、ついで水平円板の位置を一定として光源を動かした場合の、水平円板直下に定めた被照面上における影の変化について求めた。さらにこれらの結果から影の生ずる範囲の予測や、影の影響

* 日本大学生産工学部電気工学科
昭和49年照明学会全国大会、昭和50年電気四学会中国支部連合大会にて発表。

を受けないような光源の配置などを知るための手がかりを得た。

2. 影 の 計 算

2.1 計算方法の概要²⁾

影は、光源と被照面間にある物体によってさえぎられて、本来あるべき照度が失われてしまう現象である。したがって、影の中のある点より光源をながめたとすれば、他の物体によって光源の一部、または全部が隠されているはずである。全部が隠されているれば、その点には本影が生じているのであり直射照度はゼロである。また一部が隠されているのは、半影でありその点の直射照度を計算で求めるには、その点から実際に見ることのできる光源の部分だけを計算上の光源とすればよい

図1 光源と円板の位置関係

そこで、本論文で述べる水平直線光源と水平円板の場合について考えてみる。図1に示すような直角座標系 (x, y, z) において、長さ $2l$ の拡散性直線光源を x 軸と平行に設置し、その中央の座標を (x_s, y_s, z_s) とする。半径 r の円板 D を水平に置き、その中心座標を (x_D, y_D, z_D) とする。また xy 平面を被照面とし、面内の任意の被照点 P の座標を $(x_p, y_p, 0)$ とする。そして点 P から光源をながめるとき、水平円板 D によって隠される部分の境界の x 座標を x_u, x_v とすると、幾何学的に次のように求められる。

$$x_u, x_v = \frac{z_s}{z_D} \left\{ \pm \sqrt{r^2 - \left\{ \frac{(z_s - z_D)y_p - z_D y_s}{z_s} - y_D \right\}^2} + x_D - \frac{(z_s - z_D)x_p}{z_s} \right\} \quad (1)$$

ただし、根号の中は正の場合だけとし、また

$$x_s + l > x_u > x_v > x_s - l$$

とする。

また、図2のように高さ z で、長さ L の水平にある拡散性直線光源において、その一端直下から光源の正射影に垂直に y だけ隔った点における、水平面照度 E_L は次式から計算できる⁵⁾。

図2 水平にある完全拡散直線光源による水平面照度

$$E_L = \frac{Iz}{2\sqrt{z^2 + y^2}} \left\{ \frac{L}{z^2 + y^2 + L^2} + \frac{1}{\sqrt{z^2 + y^2}} \tan^{-1} \frac{L}{\sqrt{z^2 + y^2}} \right\} \quad (2)$$

ただし、 I は光源軸に垂直な方向の光源単位長さあたりの光度である。

したがって図1において、光源およびその延長線上において被照点の x 座標 x_p を基準として $(x_s + l)$, x_u , x_v , $(x_s - l)$ までの長さの直線光源を想定し、各々より得られる照度値の和または差により、実際に見える部分に対する照度を求めれば、これが影の中の被照点における直射照度となる。

2.2 影 の 深 さ

影の状態を定量的に表わすものとして、「影の深さ」⁶⁾⁷⁾が提唱されており、これは「影によって失われた照度と影のないときの照度との比」で定義されている。すなわち、影の深さを S 、影の中の照度を E_0 、そして影のないときの照度を E とすると

$$S = \frac{E - E_0}{E} \quad (3)$$

で与えられる。したがって、本影の場合は $S=1.0$ 、半影で $1.0 > S > 0.0$ 、影のない場合 $S=0.0$ となり影の生じている程度がはっきりとわかる。

2.3 影 の 状 態

長さ $2l=1.0$ の光源の座標が $(x_s, y_s, z_s)=(0.0, 0.0, 1.5)$ で、半径 $r=0.1$ の円板の座標を $(x_D, y_D, z_D)=(0.2, 0.0, 0.5)$ 、および $(0.0, 0.2, 0.2)$ とした場合の計算結果例を図3、図4に示した。いずれも(a)は被照面上における等照度曲線、(b)は同じく等しい影の深さ曲線、そして(c)は x 軸上または y 軸上における照度曲線と影の深さ曲線である。図3は円板が x 軸上にある場合、図4は y 軸上にあり本影の生じている場合の例である。

円板がなく影が生じていなければ、等照度曲線は原点を中心にした同心円に近い形となるから、影の生じている場合の影の範囲や程度は、等照度曲線の乱れより推察

図 3 $(x_s, y_s, z_s) = (0.0, 0.0, 1.5)$, $(x_D, y_D, z_D) = (0.2, 0.0, 0.5)$ における結果例

図 4 $(x_s, y_s, z_s) = (0.0, 0.0, 1.5)$, $(x_D, y_D, z_D) = (0.0, 0.2, 0.2)$ における結果例

することができる。また等しい影の深さ曲線なら、本影、半影そして影のない部分の区別や半影の程度をはっきり知ることができて便利である。しかし本論文では、光源や円板の位置の変化に対する影の状態を比較するの

で、次章以後は、 x 軸または y 軸上における影の深さ曲線によることとした。

3. 光源の位置が一定の場合

本章では、2.3 の場合と同様に、長さ $2l=1.0$ の光源を原点上高さ 1.5 m の位置に、 x 軸と平行となるように水平に設定し、円板の位置を変えた場合の被照面上の影について求めた。

3.1 影の深さ曲線の比較

円板を x 軸上の各位置においた場合の、 x 軸における影の深さ曲線を図 5 に、 y 軸上の各位置においた場合の y 軸におけるものを図 6 に示す。

図 5 円板を x 軸上の各位置においたときの影の深さ曲線

図 6 円板を y 軸上の各位置においたときの影の深さ曲線

円板が低い位置にあると、影の深さが 1.0 すなわち本影の生ずるほどになるが、影の範囲は狭く逆に円板を高くすると影の深さは小さくなるが、影の範囲は広がっている。影のひろがりや y 軸方向より x 軸方向のほうが大きく、光源の形に影響されていることがわかる。

次に、円板の高さを一定として x 軸方向へ動かした場合を考えると、原点から遠ざかると影の深さがやや大きくなる程度で影の範囲には変化がなく、また y 軸方向へ円板を動かしたとしても、影の生ずる場所が移動するだけで影の深さ曲線の形には全く変わりがない。

これらの理由としては、円板が高くなると影の中の被照点から光源をながめるとき、円板によって隠される部分は少なくなり、また円板を低くすると被照点からみた円板の立体角が大きくなり、したがって光源の隠される部分が大きくなるからである。また円板の高さを変えずに x 方向または y 方向へ動かした場合は、円板の移動に伴って影の生ずる場所も動くので、影の中の被照点から光源をみた場合、光源の全長に対する隠される部分の割合が、 x 軸方向の場合あまり変化しないし、 y 軸方向では全く変わらないからである。

3.2 影の深さの最大値

図5、図6に示したような曲線を基にして、円板の各位置に対する影の深さの最大値を求めて、等しい影の深さの最大値曲線としたのが図7(a), (b)である。(a)は x - z 軸を含む面、(b)は y - z 軸を含む面についてのものである。

図7 等しい影の深さの最大値曲線

光源と被照面間に円板があれば何らかの影が生じ、またこの場合では、円板の高さが0.3 m以下では必ず本影となることがわかる。また前節でも述べたような、円板の高さを変えたり、 x 方向または y 方向へ動かしたときの影の深さの変化が一目瞭然である。

3.3 影の生ずる範囲

図5、図6に示したような曲線から、円板の位置を動かしたときの x 軸または、 y 軸上における影の範囲の変化をグラフに表わしたのが図8、図9である。図8(a)は円板を $x_D=0.2$ として高さを変えた場合、同(b)は $x_D=0.1$ として x 軸方向へ変えた場合、図9(a)は $y_D=0.0$ として高さを変えた場合、そして同(b)は $y_D=0.2$ として y 軸方向へ変えた場合のものである。図中 x_a, x_b, y_e, y_f は影のない部分と半影の部分との境界となる座標、そして x_b, x_c は、半影と本影との境界となる座標を示している。

x, y 両軸上共、円板が高くなると影の範囲が急速に

図8 x 軸上における影の境界の変化

図9 y 軸上における影の境界の変化

ひろがり、曲線は光源の高さ $z_S=1.5$ を漸近線としていくことがわかる(図8、図9の(a))。また、 x 軸上における本影の範囲は円板の高さ $z_D=0.0$ で最大で、円板の直径 $2r=0.2$ と同じであるが、高くなるとだんだんと狭くなり $z_D=0.3$ で本影は生じなくなる(図8)。

一方、円板の高さを一定として x または y 方向に動かしても影の範囲には全く変わりなく、ただ生じる位置が動くだけである(図8、図9の(b))。

3.4 影の範囲の予測

前節で述べた円板の位置と、影の生ずる範囲との関係は、幾何学的方法によってその概略を予測することができる。すなわち、図10の立面図において光源の両端から円板の両端に引いた4本の直線の延長が x 軸と交わる点を x_a, x_b, x_c そして x_d とし、側面図においても光源より円板の両端を通る2直線が、 y 軸と交わる点を y_e, y_f とすると各々は次式により得られる。

$$x_a = \{z_S(x_D - r) - z_D l\} / (z_S - z_D) \dots\dots\dots (4)$$

$$x_b = \{z_S(x_D - r) + z_D l\} / (z_S - z_D) \dots\dots\dots (5)$$

$$x_c = \{z_S(x_D + r) - z_D l\} / (z_S - z_D) \dots\dots\dots (6)$$

$$x_d = \{z_S(x_D + r) + z_D l\} / (z_S - z_D) \dots\dots\dots (7)$$

$$y_e = z_S(y_D + r) / (z_S - z_D) \dots\dots\dots (8)$$

$$y_f = z_S(y_D - r) / (z_S - z_D) \dots\dots\dots (9)$$

影が生じるためには $z_D > z_S$ の条件が必要であり、本

図 10 影の生ずる範囲

影は $x_b \leq x_c$ の場合にだけ生ずることから、 $z_d \leq z_{sr}/l$ の条件が得られる。また x, y 軸上における影の範囲は $(x_a - x_e) = 2(z_{sr} + z_d l) / (z_s - z_d)$, $(y_e - y_f) = 2 z_{sr} / (z_s - z_d)$, そして x 軸上の本影の範囲は $(x_c - x_b) = 2(z_{sr} - z_d l) / (z_s - z_d)$ となることから、これらすべては光源および円板の x, y 座標すなわち x_s, y_s, x_d として y_d に関係のないことがわかる。このことは図 8, 図 9 の(b)によっても明らかである。

光源と円板の位置が定まれば、影は $x = x_a, x = x_d, y = y_e, y = y_f$ によって囲まれる矩形部分に生じ、このうち $x = x_b$ から $x = x_c$ までは、本影の含まれる部分として予測できる。図 11 は円板を $(x_d, y_d, z_d) = (0.4, 0.2, 0.2)$ とした場合の等しい影の深さ曲線と、上述の方法により求めた矩形の影の範囲とを比較したものである。予測した範囲内に影の深さ 0.0, および 1.0 の曲線がおさまっていることがわかる。

4. 光源の位置を変化させた場合

ここでは、円板の位置を原点上高さ 0.3 m と一定にして、光源の位置を変えたときの原点における影の深さの変化について述べる。すなわち、実際の作業状態におい

図 11 影の生ずる範囲の予測と等しい影の深さ曲線

ても、光源の位置を動かして、影の生じない最良の照明条件を見つけるようなこともあり、水平円板を作業者の頭部に見立てて、その直下における影の変化を求めてみた。

4.1 影の深さ曲線の比較

光源の位置を x 軸上で高さを変えた場合(a), 高さとして x 軸方向に動かした場合(b), y 軸上で高さを変えた場合(c), そして高さとして y 軸方向に動かした場合(d)の 4 とおりについて、原点上の影の深さの変化を図 12 に示した。

(a) x 軸上で高さを変えた場合 (b) 高さを一定として x 方向に変えた場合 (c) y 軸上で高さを変えた場合 (d) 高さを一定として y 方向に変えた場合

図 12 光源の位置に対する影の深さ

光源を高くするほど影の深さは大きくなり、また光源を原点より遠ざけると逆に影がなくなっている。これは光源が高くなると影の生ずる位置が円板直下、すなわち原点へと近づいてきて、遂には原点より円板を見込む立体角の中に光源がはいってしまい本影となり、一方、光源を原点から遠ざけると、影の生ずる位置がだんだんと円板直下より遠いところとなって、原点上には影ができなくなるからである。

図 13 光源の位置に対する原点上の等しい影の深さ曲線

4.2 光源の位置と影の深さ

光源の位置に対する原点上の影の深さを示す等しい影の深さ曲線としたのが図 13 である。(a)は x - z 軸を含む面、(b)は y - z 軸を含む面についてのものである。これらにより、影の少ない作業に適した光源の位置を見出すことができる。しかし、影が生じていなくても光源があまり遠すぎると、被照点の照度が十分得られなくなるので、影の深さだけで判断することは危険である。

4.3 影の範囲

3.4 で述べた影の生ずる範囲の境界点は、光源の位置を変化させた場合についても同じように求めることができる。すなわち、式(4)~(9)に示したような x 軸または y 軸上の影の境界点を、ここでは $x'_a, x'_b, x'_c, x'_d, y'_e$ として y'_f とすると、

$$x'_a = \{z_s r + z_D(x_s + l)\} / (z_D - z_s) \dots \dots \dots (10)$$

$$x'_b = \{z_s r + z_D(x_s - l)\} / (z_D - z_s) \dots \dots \dots (11)$$

$$x'_c = \{z_s r - z_D(x_s + l)\} / (z_s - z_D) \dots \dots \dots (12)$$

$$x'_d = \{z_s r - z_D(x_s - l)\} / (z_s - z_D) \dots \dots \dots (13)$$

$$y'_e = (z_s r - z_D y_s) / (z_s - z_D) \dots \dots \dots (14)$$

$$y'_f = (z_s r + z_D y_s) / (z_D - z_s) \dots \dots \dots (15)$$

として得られるが、 $z_s > z_D$ で影が生じ、 $z_s \geq z_D l / r$ で本影が生じ、影の生ずる範囲が光源および円板の高さだけに関係することなどは、やはり 3.4 の場合と同様である。

図 14 光源の高さを変えたときの影の境界の変化

光源を $x_s = 0.5$ としたときの、高さ z_s と x'_a, x'_b, x'_c 、そして x'_d との関係を一例として図 14 に示す。影の範囲は光源が低くなるほどひろがっており、円板と同じ高さ（ここでは $z_D = 0.3$ ）になると、無限に影が生じている状態となる。また本影は $z_s = 1.5$ 以上から生ずることになり、光源を高くすると影の範囲は狭くなるが、本影の占める割合は大きくなっていることを示している。

影の生ずる範囲も同様に、 $x = x'_a, x = x'_b, y = y'_e$ 、そして $y = y'_f$ に囲まれる矩形部分と、 $x = x'_b$ から $x = x'_c$ までの本影の部分として予測することができる。

5. 結 言

水平直線光源と水平円板の組み合わせにより、被照面上に生ずる影の状態を、「影の深さ」により定量的に求め検討した。

影の状態は、光源、円板および被照点の位置関係によって複雑な変化をするが、ある程度の規則性もあるので手におえないというほどでもない。影が生じた場合、その位置、範囲および程度が問題となると思われるが、位置や範囲については、3.4 や 4.3 で述べたように幾何学的な予測が可能であり、影の程度を知るには図 7 や図 13 が手がかりとして役に立つであろう。

しかし、被照点に影さえ生じていなければ照明状態が良好であるとはいえず、被照面上の平均照度や均せい度なども当然考慮しなければならない。そこで現在は、これらのことも含めてさらに検討中であり⁹⁾、その詳細については次の機会に報告したいと思っている。また、光源についても直線が複数存在する場合、あるいは面光源の場合など、より実際の場面を想定し、影の問題を考えていくつもりである。

参 考 文 献

- (1) P. Moon and D. Spencer: Lighting Design 邦訳藤原・斉藤 (昭 30) 203
- (2) 藤原・大谷: 照学誌 58-2 (昭 49) 49~57
- (3) 藤原・大谷: 昭 49 照学全国大会予稿 53

(4) 大谷：昭 50 電四学中国支部連大予稿 20

(5) たとえば藤原ほか：照明・電熱（昭 38）130～139

(6) 山内・中路：照明・電灯および電熱（昭 11）158

(7) K. Norden：Shadow and Diffusion in Illumi-

nating Engineering (1948) 4

(8) 大谷：昭 51 照学全国大会予稿 61

(受付 1976 年 5 月 11 日)

新製品紹介

東芝光電池照度計 IM-1

明るく快適な生活環境を維持する上で、正しい照明管理が重要な役割を果たしている。ところが、私たちの日常生活では、意外と不健全な照明の中で生活をしていることが多く、知らず知らずのうちに目や神経が疲れ、能率が上がらなかったり、危険だったりする場合が往々にしてある。

東京光学機械㈱では、法定照度計（SPA-6A）をはじめ数多くの優れた照度計を世に送り出しているが、このたび、照明の重要性をさらに広く認識させるためにも、正しい照度が簡単に測定できる普及形として、従来の 7 号形を改良した光電池照度計 IM-1 を開発した。

コンパクトなポケットブルタイプになっているため、プロの照明設計者や電気工事関係者による照度測定はもちろん、事務所、工場、学校、病院などの保守管理に、そして一般家庭でも、誰もが手軽にどこでも、簡単に照度が測定できる特長を持っている。

仕 様

測定範囲 20～5,000 lx（2 段切替え）

レンジ	全目盛の照度 (lx)	1 目盛の照度 (lx)
500	500	20
5,000	5,000	200

精 度 $\pm 7\%$ （JIS A 級）（フルスケールに対して）

再現性 2%以内

分光感度 標準比視感度に近似

角 特 性 余弦則に近似

使用条件 温度 5～35℃ 湿度 45～85%

外形寸法 58×151.5×36.3 mm

重 量 200 g

価 格 19,500 円

（提供 東芝電材㈱・東京光学機械㈱）