水平円板による影の特性

——正方形光源の場合——

専門会員 大谷 義彦*

専門会員 藤原 義輝*

Shadow Characteristics under a Horizontal Disk ——Using a Horizontal Square Light Source——

Yoshihiko Ohtani (Fellow Member) Yoshiteru Fujiwara (Fellow Member)
(Department of Electrical Engineering, College of Industrial Technology, Nihon University)

ABSTRACT

The authors, who have made public four papers on the shadow characteristics under conditions that a light source and a shadow caster have geometrical shapes, deal with in this paper a research on some characteristics of a shadow produced by a horizontal disk as a shadow caster, which is set under a square light source.

First, three methods for numerical calculation of the illuminance within the shadow are explained briefly and discussed. They are (1) by the equations which are used in the illuminance calculation, (2) by the solid angle projection area and (3) by the computer program CONFAC II.

Secondly, the shadow characteristics under the following conditions are described.

- (1) Varied positions of a horizontal square light source with the position of a horizontal disk fixed, and vice versa.
- (2) Varied positions of a vertical square light source with the position of a disk fixed, and vice versa.

Finally, those results obtained are compared.

1. 緒 言

影の存在はわれわれの日常生活においてよく経験することであり、作業などを行なう妨げとなる場合が少なくない。したがって影の問題は、従来より照明設計を行なう際に考慮すべき重要な要素の一つに数えられているのである¹⁾。しかし、実際には影に関する定量的なデータが皆無に等しいため、照明設計者の長年の経験と勘にゆだねられているのが現状である。

影は光源と被照面間に光をさえぎる物体があるため、本来あるべき照度が減少している状態であるが、光源、物体、被照面の相互位置関係また光源、物体の形状によって複雑に変化する。そのため計算が非常に複雑となるので、過去に行なわれた研究ではきわめて理想的な状態についてだけとり上げられたに過ぎなかった^{2)~6)}。このことがデータ不足の原因となっていたと思われるが、近年電子計算機の発達に伴い複雑な計算も可能となり、再度影の解析が試みられるようになってきた^{7)~9)}。

著者らも、数年前より影に関する基本的な特性解析を目標に、

光源ならびに影を生ぜしめる陰影物体が、幾何学的形状をしている場合の影の中の照度計算を試みており、すでに4編の報告を行なった^{9)~12)}。

本論文では光源に正方形光源、影を作る陰影物体に水平円板という組み合わせについて述べている。まず影の中の照度計算法を三とおりについてその概略を説明し、比較検討を行なった。次いで、正方形光源と水平円板の位置を種々変化させた場合の被照面上における影の特性を求め、検討を加えた。また光源の設定には水平と鉛直の状態を考えた。

なお、長さの単位にはすべてm(メートル)を使用しているが、文中、図表中共にその表示を省略した。

2. 影の中の照度計算法

影の中のある点から光源をながめたとすれば、陰影物体によって光源の一部または全部が隠されて見えなはずである。光源全部が隠されている場合が本影で、このときの直射照度はゼロである。また光源の一部だけが隠されている場合は半影であり、このときの直射照度を求めるには、実際に見ることのできる光源の部分だけを計算上の光源とすればよいことになる。ここで述べる計

* 日本大学生産工学部電気工学科

算方法はすべてこの考え方に基いている。

2.1 照度計算式による方法¹³⁾

矩形、三角形そして扇形光源に対する照度計算式を組み合わせ
て影の中の照度計算を試みた。

図 1 水平正方形光源と水平円板による影

図 1 の xyz 直角座標系において、原点 O 上高さ H に中心をも
つ一辺の長さが、 A の正方形光源 S を各辺の方向が xy 座標軸と
一致するように水平に設置する。 xy 両軸を含む面を被照面と
し、面内の被照点 P の座標を $(x_p, y_p, 0)$ とする。影を作る物
体として、半径 r の円板 D を光源と被照面間の任意な位置に水平
に設定し、その中心座標を (x_d, y_d, z_d) とする。ただし、こ
では説明を簡単にするため $y_d=0, y_p=0$ としている。

被照点 P を頂点とし、円板 D を底面とする円錐体の延長が正
方形光源と同じ高さの平面と交わると円形の切り口が生ずる。これ
を仮想水平円板 D' と称し、その中心座標 (x'_d, y'_d, z'_d) およ
び半径 r' は次のように求められる。

$$x'_d = x_p + \frac{(x_d - x_p) \cdot H}{z_d} \dots\dots\dots(1)$$

$$y'_d = y_p + \frac{(y_d - y_p) \cdot H}{z_d} \dots\dots\dots(2)$$

$$z'_d = H \dots\dots\dots(3)$$

$$r' = \frac{rH}{z_d} \dots\dots\dots(4)$$

図 2 影の生ずるパターンの例

影はこの仮想円板が光源の一部、または全部を隠すために生ず
る照度の減少であるが、影の生じ方は円板および被照点の位置に
より多種多様に変化する。この場合、仮想円板の半径 r' と中心
の x 座標 x'_d により36通りのパターンに分類できるが、図 2 は
その一例である。そしてこれらのパターンごとに 図 3 に示すよ
うに、正方形光源、三角形光源そして扇形光源に分解してそれら
の和または差により、実際に見ることのできる光源の部分に対す

図 3 照度計算式による算出の一例

る照度、すなわち影の中の直射照度を算出するのである。
前述の各光源による照度計算式は以下のとおりである¹⁴⁾¹⁵⁾、た
だし、光源の輝度を L とし一様であるものとする。

(a) 矩形(正方形)光源: 図 4 (a) 参照

$$E_{\square} = E(X_1, Y_1) + E(X_1, Y_2) + E(X_2, Y_1) + E(X_2, Y_2) \dots\dots(5)$$

ここで、

$$E(X, Y) = \frac{L}{2} \left(\frac{X}{\sqrt{X^2 + H^2}} \tan^{-1} \sqrt{\frac{Y}{X^2 + H^2}} + \frac{Y}{\sqrt{Y^2 + H^2}} \tan^{-1} \sqrt{\frac{X}{Y^2 + H^2}} \right)$$

$$X_1 = \frac{A}{2} + x_p, \quad X_2 = \frac{A}{2} - x_p, \quad Y_1 = \frac{B}{2} + y_p, \quad Y_2 = \frac{B}{2} - y_p$$

図 4 各種光源による照度算出法

(a) 矩形(正方形)光源 (b) 三角形光源
(c) 扇形(円形)光源

(b) 三角形光源: 図 4 (b) 参照

$$E_{\Delta} = \frac{L}{2} (\beta_1 \cos \delta_1 + \beta_2 \cos \delta_2 + \beta_3 \cos \delta_3) \dots\dots\dots(6)$$

ここで、 β : P 点から光源の一边に対する開き角(各頂点と被
照点の座標より算出)

δ : 光源の一边と P 点とで作る面と被照面とのなす角
(各頂点と被照点の座標より算出)

(c) 扇形(円形)光源: 図 4 (c) 参照

$$E_{\bigcirc} = L \int_0^{r'} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{H^2 \cdot R}{(H^2 + x_p^2 + R^2 - 2x_p R \cos \theta)^2} dR \cdot d\theta \dots\dots(6)$$

ここで、扇形の開き角を $\theta_1 \sim \theta_2$ とする。

2.2 立体角投射図形による方法¹⁶⁾

光源の立体角投射図形の面積、すなわち立体角投射面積がその
光源による直射照度に比例することから、電子計算機を用いて立
体角投射図形を描かせる方法により、影の中の照度算定を行なっ

図 5 立体角投射の法則

た。

図 5 において、P を被照面上の任意な点、S を空間にある任意な光源とする。まず P を中心として半径 1 の半球を描き、S が底面、P が頂点の錐体との切り口を S' とする。そして S' の被照面上への正射影を S'' とすると、これが光源 S に対する立体角投射面積である。もし光源の輝度が一樣で L とするならば点 P における照度 E は

$$E = L \cdot S'' \quad (7)$$

で与えられる。これを立体角投射の法則といい、半球の半径を任意にとったとしても立体角投射面積と照度は比例する。

図 6 立体角投射図の作図法

次に、図 6 の xyz 直角座標系において図 5 と同様に原点 P を被照点とし、P を中心として半径 1 の半球を描く。光源の輪郭上の任意の一点 Q の座標を (x_s, y_s, z_s) とすると、Q に対応する立体角投射図形上の一点 Q'' の x, y 座標、 x'', y'' は

$$x'' = \frac{x_s}{\sqrt{x_s^2 + y_s^2 + z_s^2}} \quad (8)$$

$$y'' = \frac{y_s}{\sqrt{x_s^2 + y_s^2 + z_s^2}} \quad (9)$$

となる。したがって光源の輪郭を点の連続として扱い、式(8)、(9)の関係を用いれば、電子計算機により立体角投射図形の輪郭を描くことができる。たとえば図 1 の状態に対する結果は図 7 のように求められる。

すなわち、●印で囲まれた部分は円板に対する立体角投射面積、*印で埋められたところが、影の中から実際に見える部分に対する立体角投射面積である。したがって*印の数が影の中の照度に比例することから相対照度を求めることができる。

2.3 CONFAC II による方法¹²⁾¹⁷⁾

CONFAC II は、幾何学的な形状をしている物体の立体角投射

図 7 電子計算機により描いた立体角投射図形の一部

率 (Configuration Factor) を求めるためのコンピュータプログラムである。立体角投射率も照度に比例するので影の中の照度計算への応用を試みた。

図 5 において、半球の底面積 $S_0 (= \pi \times 1^2 = \pi)$ は全天空に対する立体角投射面積を示すが、光源 S の立体角投射面積 S'' と、この S_0 との比を光源 S に対する立体角投射率という。すなわち

$$\text{立体角投射率 (C.F.)} = \frac{S''}{S_0} = \frac{S''}{\pi} \quad (10)$$

となり、立体角投射率も 2.2 の立体角投射面積と同様に照度と比例することがわかる。

CONFAC II を用いて図 1 の場合を求めてみると、まず光源 S と円板 D の複合体を考え、その輪郭 (図 8 の S_{sd}) に対する立体角投射率 C_{sd} を算出し、次に円板 D (S_d) だけの立体角投射率 C_d を算出すれば、これらの差 ($C_{sd} - C_d$) が、影の中より見える光源の部分についての立体角投射率となり、2.2 と同じように影の中の照度を相対値として求めることができる。

図 8 CONFAC II による算出の一例

2.4 検 討

以上述べた 3 種類の方法による計算結果、ならびに同一条件で求めた実験結果¹⁸⁾を 表 1 に示す。これらの値は図 1 において水平正方形光源の一辺の長さを $A=1.0$ 、高さを $H=1.5$ 、水平円板の半径を $r=0.1$ 、中心座標を $(x_d, y_d, z_d)=(0, 0, 0.3)$

表 1 計算および実験結果の比較

x	実 験 値	照度計算式	立体角投射図形	CONFAC
0.0	0.140	0.189	0.191	0.197
0.1	0.540	0.516	0.508	0.521
0.2	0.900	0.882	0.850	0.884
0.3	0.935	0.941	0.940	0.941
0.4	0.890	0.899	0.906	0.899
0.5	0.835	0.848	0.833	0.848
0.6	0.775	0.790	0.777	0.790
0.7	0.710	0.729	0.727	0.729
0.8	0.645	0.666	0.669	0.666
0.9	0.580	0.603	0.606	0.603
1.0	0.520	0.542	0.572	0.542

とした場合の x 軸上の照度変化を、それぞれの方法で求めたものであり、水平円板のないとき、すなわち影の生じていないときの原点における照度を 1.0 とする相対値で表わしてある。 $x=0.0 \sim 0.2$ の間には影が生じており、したがって照度の減少がみられる。

実験は、40 W のけい光ランプ 10 本を含む直方体光源室の下面に乳白色アクリル板を取り付けて拡散性正方形光源とし、アルミニウム板に黒色塗料を施したものを水平円板とした。測定は暗室内で行ない校正した受光器を用いて照度の値を記録した。

“投射図形”による値は、他の方法と比べてその変化の割合にはらつきがみられる。これは光源に対する立体角投射図形を * 印で埋めた際、完全な合同形にならないため、* の数より換算した照度の値に影響したものと思われる。“照度計算式”と“CONFAC”の値は、影のないところで全く一致しているが、影の中では“CONFAC”による値のほうがやや大きくなっている。これは“CONFAC”の計算で、円板を円板と同一半径の円に内接する正12角形で近似させているからである。“実験値”は原点より遠くなるに従って他の計算値に比べて減少きみであるが、これは実験に用いた光源の拡散性がやや悪いためと思われる。いずれにせよ各値の間に大きな違いはなく、どの方法によっても実用上全く差し支えないものと考えられる。

“CONFAC”は、幾何学的形態をしたあらゆる物体の立体角投射率の計算ができ、しかも演算が迅速に行なわれるので非常に便利である。“照度計算式”は光源や陰影物体の形状によっては適用が困難な場合があり、また“投射図形”では幾何学的形態をしているものへの応用が可能であるが、被照点ごとに投射図を作成するので多少時間がかかるのが欠点である。

なお次章からの計算は、カリフォルニア大学の P.F. O' Brien 教授のご厚意により使わせていただいたコンピュータプログラム CONFAC II によって行なったものである。

3. 計算結果例と影の深さ

計算結果の一例を図 9 のような場合について示す。すなわち xyz 直角座標系において、一辺の長さ 1.0 の水平正方形光源の中心座標が $(-0.2, 0, 1.5)$ で、各辺を x または y 軸と平行に設定し、陰影物体として半径 0.1 の不透明な水平円板を中心座標が $(0, 0, 0.3)$ となるように設置する。また xy 両軸を含む平面を被照面として $x=-0.5 \sim 0.5$, $y=-0.5 \sim 0.5$ の範囲内を 0.1 間隔で計算した。

図 10 (a) は円板のないとき、すなわち影の生じないときと、

図 9 水平正方形光源、水平円板そして被照面の位置関係の例

図 10 水平正方形光源 $(-0.2, 0, 1.5)$ $A=1.0$ と水平円板 $(0, 0, 0.3)$ $r=0.1$ の場合 (図 9) の計算結果例
(a) x 軸上における照度および影の深さ曲線
(b) 影のないときの等照度曲線 (図中の数字は相対照度を示す)
(c) 影のあるときの等照度曲線 (図中の数字は相対照度を示す)
(d) 等しい影の深さ曲線 (図中の数字は影の深さを示す)

円板のあるとき、すなわち影の生じたときの x 軸上の照度分布曲線、そして同じく x 軸上における影の深さ曲線である。(b)は影のないときの等照度曲線、(c)は影のあるときの等照度曲線、(d)は等しい影の深さ曲線である。

「影の深さ」³⁾¹⁹⁾ は、影の状態を定量的に表わすものであり、「影によって失われた照度と、影のないときの照度との比」で定義されている。すなわち影の深さを $S.F.$ 、影の中の照度を E 、そして同じ点で影のないときの照度を E_0 とすると

$$S.F. = \frac{E_0 - E}{E_0} \dots \dots \dots (11)$$

で与えられる。したがって本影の場合 $S.F.=1.0$ となり、半影で $1.0 > S.F. > 0.0$ 、そして影のない状態で $S.F.=0.0$ となる。

(a)の照度分布曲線において、影のあるときと影のないときを比較すれば影の存在が認められるけれども、影の深さ曲線のほうが本影の範囲、半影の範囲、影の程度、影の変化の割合など、影の状態をよりの確に知ることができる。影のないときの等照度曲線(b)は、光源の中央直下を中心とする同心円に近い形に描かれており、影が生じると等照度曲線(c)のように乱されるため影の範囲を推測できるが、等しい影の深さ曲線(d)によれば、影の状態がなお一層はつきりする。

本論文では影の深さ曲線、および等しい影の深さ曲線により影の特性を検討することとした。

4. 正方形光源による影の特性

4.1 水平の場合

水平正方形光源と、水平円板の組み合わせについて表 2 に示すような七とおりを考えた。光源および円板の位置は図 9 の場合と同様中心座標で示している。図 11 (a)～(d)にはこれらのうち 4 例に対する x 軸上の影の深さ曲線と、影の深さ 0.0, 0.1 そして場合によっては 1.0 の等しい影の深さ曲線を描いてある。等

表 2 水平正方形光源と水平円板の設定座標およびそれらに対する特性

正方形光源	水平円板	S_{mx}	S_0	S_1	S_1/S_0	備 考
(0, 0, 1.0)	(0, 0, 0.3)	0.41	2.00	0.78	0.39	—
(0, 0, 1.5)	(0, 0, 0.3)	0.80	1.00	0.55	0.55	図11 (a)
(0, 0, 2.0)	(0, 0, 0.3)	1.00	0.64	0.42	0.66	(b)
(-0.2, 0, 1.5)	(0, 0, 0.3)	0.80	1.00	0.52	0.52	—
(-0.5, 0, 1.5)	(0, 0, 0.3)	0.80	1.01	0.55	0.55	(c)
(0, 0, 1.5)	(0, 0, 0.1)	1.00	0.31	0.21	0.69	(d)
(0, 0, 1.5)	(0, 0, 0.5)	0.31	2.67	1.05	0.39	—

図 11 水平正方形光源と水平円板による影の特性

- (a) 水平正方形光源 (0, 0, 1.5) $A=1.0$ と水平円板(0, 0, 0.3) $r=0.1$ の場合
 (b) 水平正方形光源 (0, 0, 2.0) $A=1.0$ と水平円板(0, 0, 0.3) $r=0.1$ の場合
 (c) 水平正方形光源 (-0.5, 0, 1.5) $A=1.0$ と水平円板(0, 0, 0.3) $r=0.1$ の場合
 (d) 水平正方形光源 (0, 0, 1.5) $A=1.0$ と水平円板(0, 0, 0.1) $r=0.1$ の場合

しい影の深さ曲線において影の深さ 0.0 の曲線は、影の部分と影でない部分との境界を意味しており、また影の深さ 1.0 についてはその内側に本影が生じているのである。また影の深さ 0.1 の曲線は「影による照度の減少が10%を超えてはならない¹⁾」とする P. Moon 氏と D. E. Spencer 氏の言葉に基づき許される影の範囲を表わしている。これらの特性曲線より最大影の深さ S_{mx} 、影の深さ 0.0 に囲まれた面積 S_0 、同じく 0.1 に囲まれた面積 S_1 およびこれらの比 S_1/S_0 を求めて整理した結果を表 2 に示した。なお影の面積 S_0 および S_1 は、図11(a) の場合の影の深さ 0.0 に囲まれた面積を 1.0 とする相対値で示した。また本影の面積は省

略した。

4.2 鉛直の場合

鉛直正方形光源と水平円板の組み合わせについて、表 3 に示すような七とおりを考えた。光源、円板そして被照面は図 12 の例のように設定し、光源の位置は光源下端中央の座標で表わしている。計算範囲は $x=-0.1\sim0.9$ 、 $y=-0.5\sim0.5$ とし、いずれも 0.1 間隔とした。これらのうちの 4 例について図 13(a)～(d) に水平光源の場合と同様な影の特性を示した。また表 3 は最大影の深さ S_{mx} と影の深さ 0.1 に囲まれた面積 S_1 である。影の面積 S_1 は水平光源の場合と同じ基準の相対値で示している。また影の面積 S_0 が求められていないのは、影の深さ 0.0 の曲線が計算範囲を超えているからである。

表 3 鉛直正方形光源と水平円板の設定座標およびそれらに対する特性

正方形光源	水平円板	S_{mx}	S_1	備 考
(-0.5, 0, 0.0)	(0, 0, 0.3)	0.22	0.73	—
(-0.5, 0, 0.2)	(0, 0, 0.3)	0.26	0.68	図13 (a)
(-0.5, 0, 0.5)	(0, 0, 0.3)	0.42	0.94	(b)
(-0.2, 0, 0.2)	(0, 0, 0.3)	0.27	0.71	(c)
(-1.0, 0, 0.2)	(0, 0, 0.3)	0.24	0.69	—
(-0.5, 0, 0.2)	(0, 0, 0.1)	0.87	0.44	(d)
(-0.5, 0, 0.2)	(0, 0, 0.5)	0.12	0.35	—

図 12 鉛直正方形光源、水平円板そして被照面の位置関係の例

5. 検 討

5.1 光源が水平の場合

(1) 光源の位置について

4.1 に示した結果より、原点上で光源の高さを 1.0, 1.5, 2.0 と変えた場合、また光源の高さを 1.5 として x 座標を 0.0, -0.2, -0.5 と変えた場合の特性比較ができる。ただし円板はいずれも原点上高さ 0.3 に一定としている。

まず、光源を高くすると影の面積 S_0 、 S_1 は共に小さくなっている。これは図 14(a), (b) に示すように x 軸上における影の範囲を幾何学的に求めた結果と一致している。さらに一般的に考えると、光源の一辺の長さ A 、中心座標 $(x_s, 0, z_s)$ 、円板の半径 r 、中心座標 $(x_d, 0, z_d)$ による x 軸上の影の範囲 X は

$$X = \frac{2z_s r + A z_d}{z_s - z_d} \quad (12)$$

となる。すなわち $z_s = z_d$ のとき影は無限に広がり、光源を高くするに従って $X=2r$ に近づくように、その値が減少することがわかる。

一方、 S_1/S_0 は光源を高くすると逆に大きくなっているが、表 2 より明らかなように、 S_0 の変化より S_1 の変化のほうが少ない

図 13 鉛直方形光源と水平円板による影の特性

- (a) 鉛直正方形光源 $(-0.5, 0, 0.2)$ $A=1.0$ と水平円板 $(0, 0, 0.3)$ $r=0.1$ の場合
- (b) 鉛直正方形光源 $(-0.5, 0, 0.5)$ $A=1.0$ と水平円板 $(0, 0, 0.3)$ $r=0.1$ の場合
- (c) 鉛直正方形光源 $(-0.2, 0, 0.2)$ $A=1.0$ と水平円板 $(0, 0, 0.3)$ $r=0.1$ の場合
- (d) 鉛直正方形光源 $(-0.5, 0, 0.2)$ $A=1.0$ と水平円板 $(0, 0, 0.1)$ $r=0.1$ の場合

図 14 水平正方形光源の位置と影の範囲との関係 (水平円板の位置は一定)

- (a) 正方形光源が $(0, 0, 1.5)$ にある場合
- (b) 正方形光源が $(0, 0, 2.0)$ にある場合
- (c) 正方形光源が $(-0.5, 0, 1.5)$ にある場合

からである。

また、最大影の深さ S_{mx} も光源が高くなるに従って大きな値となっている。これは被照点からの円板の立体角が一定であるのに対して、光源の立体角は高くすると小さくなり、円板に隠されやすくなるからである。そのためにある高さ以上になると円板の中に光源全部はいってしまうことがあり、この状態を本影といい $z_s \geq A'z_d/2r$ が本影の生ずる条件である (ただし、 A' は光源の最大径とする)。たとえば図 11 (b) では原点上において $S.F.=1.0$ と本影が生じている。

一般的に最大影の深さ S_{mx} が大きいと影の面積 S_1 , S_0 は小さく、したがって影の深さ曲線の傾斜は急しゅんとなり、逆に S_{mx} が小さければ S_1 , S_0 が大きくなるので、曲線の傾斜はゆるやかである。

次に光源の x 座標を動かした場合を見ると、影の面積 S_1 , S_0 はあまり変化していないことがわかる。これは式(12)の中に x_s , x_d の項がないことで明らかのように、影の範囲の定まる要因として、光源と円板の x 座標が無関係だからである (図14(a)(c)参照)。したがって S_1 , S_0 が不変なので当然 S_1/S_0 にも変化なく、また最大影の深さ S_{mx} は、影の範囲の移動に伴ってその位置が変わるだけで、その値はあまり変わっていない。

(2) 円板の位置について

ここでは、光源の位置を $(0, 0, 1.5)$ と一定として円板を原点上で高さを $0.1, 0.3, 0.5$ と変えた場合の影の特性を考えてみる。

円板を高くすると、(1)の光源を低くした場合と同じような現象が生じている。すなわち S_1 , S_0 は大きく、 S_1/S_0 , S_{mx} は小さくなっている。このことは光源と円板の立体角の大小関係から同じように説明できる。

また式12により影の範囲 X は $z_d=0$ のときの $2r$ から、 $z_d=z_s$ における無限まで変化することがわかる。なお、本影は円板が低いほど生じやすく、その条件は $z_d \leq 2z_s r/A'$ となり (A' は光源の最大径)、ここでは $z_d \leq 0.21$ である。

5.2 光源が鉛直の場合

(1) 光源の位置について

4.2 に示した結果より、 $x=-0.5$ において光源の高さを $0.0, 0.2, 0.5$ と変えた場合、また光源の高さを 0.2 として x 座標を $-0.2, -0.5, -1.0$ と変えた場合の特性比較ができる。ただし円板はいずれも原点上高さ 0.3 に一定としている。

光源の高さが変わっても、影の深さ 0.0 の広がり具合や x 軸上における影の始まる点にあまり差異がないようである。しかしながら実際の影の範囲は(b)で $x=1.0$ まで、(a)の場合は円板の高さに光源があるため無限遠まで及んでいる。影の面積 S_1 は前述の深さ 0.0 とは逆に、(a)に比べて(b)のほうがやや大きくなって影る。また最大影の深さ S_{mx} は水平円板の場合と同様に、光源が高くなるほど大きくなる傾向にある。

次に、光源の x 座標を動かした場合を考えると、原点より遠ざかるに従って、影の範囲の広がり角は小さくなり、また x 軸上における影の始まる点が、光源の動きとは逆の方向に移動していることがわかる。これは図 15 の平面図に示すように、影は光源の両端から円板への二つの接線 (①—①', ②—②') にはさまれた範囲 (広がり角 θ_{12}) に生じ、また図15の立面図において、光源の上端と円板の左端を結んだ直線と、 x 軸との交点 ③' から影が始まるということから求めた結果とよく一致す

図 15 鉛直正方形光源の位置と影の範囲との関係

る。いま光源の一辺の長さを $A (=2a)$ 、下端中央の座標を $(x_s, 0, z_s)$ 、円板の半径を r 、中心座標を $(x_d, 0, z_d)$ とすると影の広がり角 θ_{12} 、影の始まる点 ③' の x 座標 x_3 は

$$\theta_{12} = 2 \left(\cos^{-1} \frac{ar - x_s \sqrt{x_s^2 + a^2 - r^2}}{x_s^2 + a^2} \right) \dots \dots \dots (13)$$

$$x_3 = \frac{x_s z_d + r(z_s + A)}{z_d - z_s - A} \dots \dots \dots (14)$$

で与えられる。また $z_s > z_d$ ならば影の範囲は有限であり、図15の④'点までとなるが、この x 座標 x_4 は

$$x_4 = \frac{x_s z_d - r z_s}{z_d - z_s} \dots \dots \dots (15)$$

となる。

最大影の深さ S_{mx} は、光源が円板に近いとほんの少し多くなっている程度である。

(2) 円板の位置について

光源の位置を $(-0.5, 0, 0.2)$ と一定にして、円板を原点上で高さを 0.1, 0.3, 0.5 と変えた場合の影の特性を考える。

円板を高くすると、影の範囲や影の深さ曲線は(1)の光源を低くした場合と同じような傾向で変化しているが、その割合は円板を動かしたときのほうが顕著のようである。影の面積 S_1 は図13(a)においていちばん大きく、円板をこれより高くしても、低くしても小さくなっている。

6. 結 言

正方形光源と水平円板の組み合わせにおける影の特性を求め検討した。正方形光源は面光源の代表として選んだものであり、水平円板は作業面上に突き出た作業者の頭部を想定している。実際

には約90とりの組み合わせについて計算を試みたが、本論文ではこのうちの14例について報告した。また計算手段として CONFAC II を用いたが、他の2方法によっても同様な結果が得られるはずである。

一般的に、影の生ずる面積と最大影の深さは逆の関係で変化することが多い。すなわち影の範囲が広いと影の深さは小さく、影が狭いと本影が生じたりするので、作業目的や条件などにより、両者の兼ね合いを十分考慮する必要がある。

また照明設計に際しては、まず照度の確保が優先であるから「影の深さ」だけで判断することは避けなければならない。したがって、「影の深さ」は常に必要照度とあわせ考えながら適切な光源の形状、位置を見出すべきである。

今後はより実際の場面を想定した特性解析を試み、さらに相互反射を考慮した場合についても検討を重ねるつもりである。

おわりに、貴重なプログラムをご教示くださり、かつ懇切なるご指導を賜りましたカリフォルニア大学 Philip F. O'Brien 教授に心から感謝申し上げますとともに、「2.2 立体角投射図形による方法」におけるプログラムの開発に協力いただいた山家哲雄氏に謝意を表する。

参 考 文 献

- (1) P. Moon and D.E. Spencer : Lighting Design, 藤原・斎藤邦訳 : 照明設計, 技報堂 (昭30) 203~217
- (2) C.P. Steinmetz : Radiation, Light and Illumination, McGraw-Hill Book Co. (1909) 202~212
- (3) 久野 : 照学誌 20-7 (昭11) 32~35
- (4) 久野 : 照学誌 21-3 (昭12) 10~14
- (5) K. Norden : Shadow and Diffusion in Illuminating Engineering, Sir Isaac Pitman and Sons, Ltd. (1948)
- (6) P. Moon : The Scientific Basis of Illuminating Engineering, Dover Publications, Inc. (1961) 507~514
- (7) P.F. O'Brien : The 16th Session of C.I.E. (1967) P-67. 06
- (8) P.F. O'Brien : Illum. Engng. 63-4 (1968) 183~190
- (9) 藤原, 大谷 : 照学誌 58-2 (昭49) 11~19
- (10) 藤原, 大谷 : 照学誌 61-2 (昭51) 22~28
- (11) 藤原, 大谷 : 照学誌 61-6 (昭51) 9~15
- (12) Y. Ohtani : J. Light & Vis. Env. 3-1 (1979) 42~51
- (13) 大谷 : 照明学会全国大会予稿集 (昭52) 33~34
- (14) 藤原, 北村 : 照明・電熱, 電気書院 (昭38) 119, 130
- (15) 松浦 : 建築照明, 共立出版 (昭46) 97
- (16) 藤原, 大谷, 山家 : 日大生産工学部報告 10-2 (昭52) 19~27
- (17) 大谷 : 日大生産工学部報告 12-1 (昭54) 11~20
- (18) 大谷 : 照明学会全国大会予稿集 (昭50) 33
- (19) 山内・中路 : 照明・電灯及電熱, 共立社 (昭11) 158

(受付1979年11月1日)