拡散反射と正反射成分とを有する室内の相互反射の 一近似値計算法について

専門会員 磯村 稔*

An Approximate Calculation of Interreflections in Rooms with Mixed Diffuse-Specular Surfaces

Minoru Isomura (Fellow Member)

(Department of Electrical Engineering, College of Industrial Technology Nihon University)

ABSTRACT

The Calculation of luminous transfer in spaces bounded by surfaces that exhibit specular and/or diffuse reflections were extensively studied by O'Brien and associates in the middle of 1960's.

In the conventional calculation, the number of terms of the ϕ -function and consequently computation time increase as the number of surface elements increases.

This paper describes an approximate calculation of interreflections in rooms with both diffuse and specular surfaces. The approximation is based on the assumption that surfaces with both diffuse and specular reflections can be treated solely as uniform diffusers for any interreflection.

For evaluation, luminous exitance is calculated for luminous panels of different sizes in a room of any shape.

The results showed that approximation errors were less than one percent.

1. ま え が き

室内照明計算法については、すでに数多くの論文が発表され、相互反射後の各面光束発散度比が求められている。なかでも、拡散反射と正反射成分とを同時に有する反射面からなる室内照明計算法は、1960年代に O'Brien らによって発表され、各面間の光束伝達関数をいろいろな室指数、拡散反射成分に対する正反射成分の割合に対して計算を行ない¹⁾²⁾、飯塚らは天井の一部にパネル光源があり、室内の一つの壁面が拡散反射と正反射成分とを有するときの照度計算法について報告している³⁾。

また著者も縮尺モデル室を用い、その一つの壁面が正反射成分だけを有する矩形室の作業面に入射する全光束量に、その壁面が及ぼす影響について報告してきた⁴⁾⁵⁾。

近年、より実際の照明設計を行なうため、その計算法において室を構成する面素数を多く取り入れる傾向にある⁶⁾。

このため従来の計算法では、面素数の増加に伴い ϕ -関数の計算数が増加し、非常に煩雑となることが考えられる。

本論文は、各面間の相互反射において拡散反射と正反射成分とを有する壁面を、仮りに完全拡散反射面として取り扱い、一壁面が拡散反射と正反射成分とを有する室内の相互反射について、一つの近似計算法を試み、その計算結果と従来の計算法による結果

とを、完全拡散性面光源の大きさや形状について比較したもので、相互反射に及ぼす正反射成分の影響のうち一回反射による影響だけを考慮することにより、従来の計算法における手間のかかる ϕ -関数の計算を行わずに、比較的簡単に1%以内の誤差で近似計算が可能であることを示した。

2. 近 似 計 算 法

図1は計算に用いた矩形室で、長さ L 、幅 W 、高さ H_m である。

室は完全拡散性面光源 S_1 、光源を除いた天井面 S_2 、四つの壁面 S_3, S_4, S_5, S_6 そして床面(作業面) S_7 により構成されている。

この7面素のうち、面素5の壁面 S_5 が拡散反射と正反射成分とを有する面とし、この面の全反射率 ρ_s は正反射率 ρ_{ss} と拡散反射率 ρ_{Ds} との和 ($\rho_s = \rho_{Ds} + \rho_{ss}$) で表わされ⁷⁾、入射角によってその反射率が変化しないものとしてここでは取り扱う。

また、この壁面 S_5 の正反射成分による各面の虚像を図1に破線で示し、たとえば面光源 S_1 の壁面 S_5 による虚像は $S_{1(s)}$ として示してある。なおその他の面は完全拡散性反射面とし、その全反射率は拡散反射率に等しく、

$$\rho_1 = \rho_{D1}, \rho_2 = \rho_{D2}, \rho_3 = \rho_{D3}, \rho_4 = \rho_{D4}, \rho_6 = \rho_{D6}, \rho_7 = \rho_{D7}$$

である。

完全拡散性面光源 S_1 の初期光束発散度を M_{01} とすると、壁

* 日本大学生産工学部電気工学科

本論文の一部は、昭和57年照明学会全国大会で講演したものである。

図1 矩形室と壁面 S_5 の正反射成分による各面の虚像 (破線)

面 S_5 から1回反射し、面 S_i に入射する間接光束量 F_{1mi} は、

$$F_{1mi} = A_1 \{ \rho_{s5} F_{1(s)-i} + \rho_{D5} F_{1-5} F_{5-i} \} M_{01} \quad (1)$$

となる。

ここで、 A_1 : 完全拡散性面光源 S_1 の面積 ($a \times b$)

F_{i-j} : 面 S_i より面 S_j への固有入射光束係数

$F_{1(s)-i}$: 壁面 S_5 の正反射成分によって生じた面光源の虚像 $S_{1(s)}$ より面 S_i への固有入射光束係数

いま、この拡散反射と正反射成分とを有する壁面 S_5 を仮りに完全拡散性壁面として考え、この正反射成分 (ρ_{s5}) を拡散反射成分 (ρ_{D5}) として扱う ($\rho_s = \rho_{D5} + \rho_{D5}'$, $\rho_{D5}' = \rho_{s5}$)。

この完全拡散性壁面 S_5 から1回反射し、面 S_i へ入射する間接光束量 F_{1di} は、

$$F_{1di} = A_1 \rho_s \{ F_{1-5} F_{5-i} \} M_{01} \quad (2)$$

この両式より、壁面 S_5 の反射配光の相違による面 S_i へ入射する間接光束量の差 ΔF_{1i} は、

$$\begin{aligned} \Delta F_{1i} &= F_{1mi} - F_{1di} \\ &= A_1 \{ \rho_{s5} F_{1(s)-i} - (\rho_s - \rho_{D5}) F_{1-5} F_{5-i} \} M_{01} \quad (3) \\ &= A_1 \rho_{s5} \{ F_{1(s)-i} - F_{1-5} F_{5-i} \} M_{01} \end{aligned}$$

また上式より、1回反射による面 S_i の光束発散度の差 ΔM_{1i} は、

$$\Delta M_{1i} = \frac{\rho_i A_1}{A_i} \rho_{s5} \{ F_{1(s)-i} - F_{1-5} F_{5-i} \} M_{01} \quad (4)$$

となる。

ここで、いま壁面に拡散反射と正反射成分とを有する室と反射面がすべて完全拡散性である室との各面における光束発散度の差が、この壁面から1回反射による各面への光束発散度の差 ΔM_{1i} に等しいと仮定すると⁴⁾、

$$M_{im} = M_{id} + \Delta M_{1i} \quad (5)$$

ここで、 M_{im} : 壁面に拡散反射と正反射成分とを有する室における面 S_i の相互反射後の光束発散度

M_{id} : 反射面がすべて完全拡散性である室における面 S_i の相互反射後の光束発散度

したがって、面 S_i の相互反射後の光束発散度 $M_{i(a)}$ は

$$M_{i(a)} = M_{0i} + \Delta M_{1i} + \rho_i \{ F_{i-1} M_{1(a)} + F_{i-2} M_{2(a)} + \dots + F_{i-7} M_{7(a)} \} \quad (6)$$

となる。なおここで添字の (a) は近似計算法であることを示す。

この近似計算法において、拡散反射と正反射成分とを有する壁面を完全拡散壁面として取り扱っているのは、拡散反射と正反射成分とを有する壁面の光束発散度 $M_{s'a}$ は、次式によって求められる。

$$M_{s'a} = \frac{\rho_{D5}}{\rho_s} M_{s(a)} \quad (7)$$

下式(8)は、従来より用いられている計算式である¹⁾³⁾。

$$M_i = M_{0i} + \rho_{di} \{ \phi(i, 1) M_1 + \phi(i, 2) M_2 + \dots + \phi(i, 7) M_7 \} \quad (8)$$

ここで、 $\phi(i, j)$: ϕ 関数、面 S_i より面 S_j への固有入射光束係数と、正反射面により生じた面 S_i の虚像より面 S_j への固有入射光束係数と正反射率との積との和

$$\phi(i, j) = F_{i-j} + \rho_{sn} F_{i(n)-j} \quad (9)$$

3. 間接光束量の差 ΔF_{1i}

図1の長さ、幅ともに5mの床面からなる矩形室を考え、その天井面の一部に単位初期光束発散度をもつ完全拡散性正方形光源があるとき、壁面 S_5 より1回反射し、各面へ入射する間接光束量を、壁面 S_5 が正反射成分だけの場合 ($\rho_s = \rho_{s5}$) と、完全拡散性の場合 ($\rho_s = \rho_{D5}$) について求め、これより両者の差である各面の間接光束量の差 ΔF_{1i} を求めた。

図2 室指数と間接光束量の差との関係
 $W \times L = 5 \times 5$
 光源の面積: 1×1
 光源の位置: 天井面の中心

図2は、一辺が1mの完全拡散性正方形光源を天井面の中心に取り付けた場合の室指数と間接光束量の差との関係を、全反射率 ρ_s を1.0として求めたものである。なお、図の縦軸は面素 S_i の間接光束量の差を ΔF_{1i} として示してある。

図中で間接光束量の差が正の場合は、正反射成分だけの壁面より1回反射し、入射する間接光束量が完全拡散性壁面より大であることを示している。

また、壁面 S_5 が正反射成分だけの場合は、その反射指向特性により壁面から1回反射し、光源面 S_1 と光源を除いた天井面 S_2 に入射する間接光束量はゼロである。

間接光束量の差は、光源を除いた天井面 S_2 で負に、作業面 S_7 で正に大きくなっており、壁面の反射配光の相違による影響が他

の面に比して大きく現われることを示している。これは、光源を除いた天井面 S_2 では、前述したように正反射成分だけの壁面から1回反射し、入射する間接光束量はゼロであるからで、作業面 S_7 では正反射成分だけの壁面の反射指向特性により、作業面に入射する間接光束量が完全拡散性壁面の場合に比して、著しく大きくなるものと考えられる。

4. 近似計算法による各面の光束発散度比

前述の近似計算法により各面の光束発散度比を求め、(8)式によって求めた各面の光束発散度比を真値と考え、それらの結果を比較した。この計算は光源の初期光束発散度を M_{01} としてある。

表1 各面の光束発散度比
 $W \times L = 5 \times 5$, 光源の面積 1×1
光源位置: 天井面の中心
 $\rho_{d1}=0.9$, $\rho_{d2}=0.7$, $\rho_{d3}=\rho_{d4}=\rho_{d5}=\rho_{d6}=\rho_{d7}=0.3$

室指数	反 射 率	$\rho_5=0.7$		$\rho_5=0.5$	
		真 値	近 似 値	真 値	近 似 値
0.6	M_1/M_{01}	1.010	1.010	1.006	1.006
	M_2/M_{01}	7.537×10^{-3}	7.556×10^{-3}	4.343×10^{-3}	4.325×10^{-3}
	M_3/M_{01}	1.323×10^{-2}	1.321×10^{-2}	7.248×10^{-3}	7.250×10^{-3}
	M_4/M_{01}	1.330×10^{-2}	1.331×10^{-2}	7.303×10^{-3}	7.303×10^{-3}
	M_5/M_{01}	1.330×10^{-2}	1.331×10^{-2}	7.303×10^{-3}	7.303×10^{-3}
	M_6/M_{01}	7.654×10^{-3}	7.664×10^{-3}	5.945×10^{-3}	5.957×10^{-3}
	M_7/M_{01}	1.011	1.010	1.008	1.008
1.25	M_1/M_{01}	1.011	1.010	1.008	1.008
	M_2/M_{01}	8.484×10^{-3}	8.426×10^{-3}	6.188×10^{-3}	6.128×10^{-3}
	M_3/M_{01}	1.409×10^{-2}	1.403×10^{-2}	8.462×10^{-3}	8.452×10^{-3}
	M_4/M_{01}	1.412×10^{-2}	1.409×10^{-2}	8.492×10^{-3}	8.484×10^{-3}
	M_5/M_{01}	1.412×10^{-2}	1.409×10^{-2}	8.492×10^{-3}	8.484×10^{-3}
	M_6/M_{01}	1.147×10^{-2}	1.149×10^{-2}	1.021×10^{-3}	1.023×10^{-2}
	M_7/M_{01}	1.011	1.010	1.008	1.008

表1は、正反射成分だけを有する一壁面からなる矩形室の天井面の中心に、完全拡散性正方形光源 ($a=b=1$) を取り付けた場合で、表2は拡散反射と正反射成分とを有する壁面の場合で、その正反射成分の反射率は0.2としてある。

表1, 表2より、近似値と真値との差はわずかであることがみ

表2 各面の光束発散度比
 $W \times L = 5 \times 5$, 光源の面積 1×1
光源位置: 天井面の中心
 $\rho_{d1}=0.9$, $\rho_{d2}=0.7$, $\rho_{d3}=\rho_{d4}=\rho_{d5}=\rho_{d6}=0.2=\rho_{d7}$, $\rho_{d7}=0.1$

室指数	反 射 率	$\rho_5=0.7$		$\rho_5=0.7$	
		真 値	近 似 値	真 値	近 似 値
0.6	M_1/M_{01}	1.008	1.008	1.004	1.004
	M_2/M_{01}	6.270×10^{-3}	6.305×10^{-3}	3.535×10^{-3}	3.550×10^{-3}
	M_3/M_{01}	1.162×10^{-2}	1.161×10^{-2}	6.537×10^{-3}	6.533×10^{-3}
	M_4/M_{01}	1.164×10^{-2}	1.165×10^{-2}	6.556×10^{-3}	6.558×10^{-3}
	M_5/M_{01}	8.320×10^{-3}	8.325×10^{-3}	3.936×10^{-3}	3.938×10^{-3}
	M_6/M_{01}	1.164×10^{-2}	1.165×10^{-2}	6.556×10^{-3}	6.558×10^{-3}
	M_7/M_{01}	2.305×10^{-3}	2.303×10^{-3}	1.853×10^{-3}	1.853×10^{-3}
1.25	M_1/M_{01}	1.005	1.005	1.004	1.004
	M_2/M_{01}	4.822×10^{-3}	4.835×10^{-3}	3.266×10^{-3}	3.269×10^{-3}
	M_3/M_{01}	1.060×10^{-2}	1.059×10^{-2}	6.539×10^{-3}	6.531×10^{-3}
	M_4/M_{01}	1.060×10^{-2}	1.060×10^{-2}	6.549×10^{-3}	6.544×10^{-3}
	M_5/M_{01}	7.574×10^{-3}	7.576×10^{-3}	3.929×10^{-3}	3.928×10^{-3}
	M_6/M_{01}	1.061×10^{-2}	1.060×10^{-2}	6.549×10^{-3}	6.544×10^{-3}
	M_7/M_{01}	3.413×10^{-3}	3.413×10^{-3}	3.129×10^{-3}	3.130×10^{-3}

られる。

図3は、正反射成分だけを有する一壁面からなる矩形室の各面の光束発散度比について、近似値の誤差を下式により求め、室指数と誤差率との関係を示したものである。

図3 室指数と誤差との関係

$W \times L = 5 \times 5$
光源の面積: 1×1 , 光源の位置: 天井面の中心
 $\rho_{d1}=0.9$, $\rho_{d2}=0.7$, $\rho_{d3}=\rho_{d4}=\rho_{d5}=\rho_{d6}=0.7$,
 $\rho_{d7}=0.3$

表3 光源の面積変化による各面の光束発散度比
 $W \times L = 5 \times 5$
 $\rho_{d1}=0.9$, $\rho_{d2}=0.7$, $\rho_{d3}=\rho_{d4}=\rho_{d5}=\rho_{d6}=0.7$, $\rho_{d7}=0.3$

室指数	光源の面積	3×3		5×5	
		真 値	近 似 値	真 値	近 似 値
0.6	M_1/M_{01}	1.088	1.089	1.089	1.266
	M_2/M_{01}	7.028×10^{-2}	7.056×10^{-2}	*	*
	M_3/M_{01}	1.235×10^{-1}	1.231×10^{-1}	3.681×10^{-1}	3.674×10^{-1}
	M_4/M_{01}	1.243×10^{-1}	1.242×10^{-1}	3.709×10^{-1}	3.712×10^{-1}
	M_5/M_{01}	1.243×10^{-1}	1.242×10^{-1}	3.709×10^{-1}	3.712×10^{-1}
	M_6/M_{01}	6.845×10^{-2}	6.843×10^{-2}	1.890×10^{-1}	1.888×10^{-1}
	M_7/M_{01}	1.100	1.100	1.311	1.314
1.25	M_1/M_{01}	1.100	1.100	1.311	1.314
	M_2/M_{01}	8.057×10^{-2}	8.027×10^{-2}	*	*
	M_3/M_{01}	1.401×10^{-1}	1.395×10^{-1}	4.750×10^{-1}	4.746×10^{-1}
	M_4/M_{01}	1.405×10^{-1}	1.402×10^{-1}	4.730×10^{-1}	4.738×10^{-1}
	M_5/M_{01}	1.405×10^{-1}	1.402×10^{-1}	4.730×10^{-1}	4.738×10^{-1}
	M_6/M_{01}	1.405×10^{-1}	1.402×10^{-1}	4.730×10^{-1}	4.738×10^{-1}
	M_7/M_{01}	1.018×10^{-1}	1.019×10^{-1}	2.747×10^{-1}	2.752×10^{-1}

表4 光源の面積変化による各面の光束発散度比
 $W \times L = 5 \times 5$
 $\rho_{d1}=0.9$, $\rho_{d2}=0.7$, $\rho_{d3}=\rho_{d4}=\rho_{d5}=\rho_{d6}=0.7$, $\rho_{d7}=0.3$

室指数	光源の面積	1×3		1×5	
		真 値	近 似 値	真 値	近 似 値
0.6	M_1/M_{01}	1.029	1.029	1.051	1.051
	M_2/M_{01}	2.297×10^{-2}	2.302×10^{-2}	3.908×10^{-2}	3.921×10^{-2}
	M_3/M_{01}	3.944×10^{-2}	3.931×10^{-2}	6.469×10^{-2}	6.453×10^{-2}
	M_4/M_{01}	4.129×10^{-2}	4.130×10^{-2}	7.304×10^{-2}	7.307×10^{-2}
	M_5/M_{01}	4.129×10^{-2}	4.130×10^{-2}	3.304×10^{-2}	7.307×10^{-2}
	M_6/M_{01}	4.129×10^{-2}	4.130×10^{-2}	3.304×10^{-2}	7.307×10^{-2}
	M_7/M_{01}	2.276×10^{-2}	2.278×10^{-2}	3.723×10^{-2}	3.723×10^{-2}
1.25	M_1/M_{01}	1.033	1.033	1.059	1.059
	M_2/M_{01}	2.605×10^{-2}	2.598×10^{-2}	4.526×10^{-2}	4.525×10^{-2}
	M_3/M_{01}	4.224×10^{-2}	4.224×10^{-2}	7.073×10^{-2}	7.073×10^{-2}
	M_4/M_{01}	4.628×10^{-2}	4.638×10^{-2}	9.162×10^{-2}	9.179×10^{-2}
	M_5/M_{01}	4.628×10^{-2}	4.638×10^{-2}	9.162×10^{-2}	9.179×10^{-2}
	M_6/M_{01}	4.628×10^{-2}	4.638×10^{-2}	9.162×10^{-2}	9.179×10^{-2}
	M_7/M_{01}	3.390×10^{-2}	3.399×10^{-2}	5.445×10^{-2}	5.457×10^{-2}

$$\text{誤差率} = \frac{M_t - M_{t(a)}}{M_t} \times 100 (\%) \dots\dots\dots (9)$$

ここで、 M_t は真値として取り扱った式(8)より求めた 光束発散度比である。

その誤差は、光源を除いた天井面 S_2 で最大約 0.8 % を示しているが、その他の面では 0.5 % 以下となっている。

表 3、表 4 は正反射成分だけを有する壁面からなる 矩形室で、光源の面積を変化させたとき、各面の光束発散度比の近似値と真値とを比較したもので、表 3 は正方形光源の大きさを光天井 ($5\text{ m} \times 5\text{ m}$) まで変えたとき、表 4 は光源の辺 a を 1 m に一定とし、辺 b を 1 m より 5 m まで変えた場合のものである。

なお、表 3 において * 印は光天井のため、光源を除いた天井面

図 4 光源の面積と誤差との関係 (室指数0.6)
 $W \times L = 5 \times 5$
 $\rho_{d1}=0.9, \rho_{d2}=0.7, \rho_{d3}=\rho_{d4}=\rho_{d5}=\rho_{d6}$
 $=0.7 \quad \rho_{d7}=0.3$

図 5 光源の面積と誤差との関係 (室指数0.6)
 $W \times L = 5 \times 5$
 $\rho_{d1}=0.9, \rho_{d2}=0.7, \rho_{d3}=\rho_{d4}=\rho_{d5}=\rho_{d6}=0.7$
 $\rho_{d7}=0.3$

S_2 が存在しないことを示している。

図 4、図 5 は、それぞれ表 3、表 4 の結果より室指数 0.6 について前述と同様に近似値の誤差を求め示したものである。

光源の面積を変化させた場合も、前述と同様に近似値による誤差は各面とも 1 % 以内におさまっている。

5. あとがき

拡散反射と正反射成分とを有する壁面からなる室内の相互反射について近似計算法を試み、各面の光束発散度比の近似計算結果と従来より用いられている計算法による結果とを、光源の大きさや形状をいろいろ変え比較したところ、非常に良く一致する結果が得られた。

このことは、一壁面に拡散反射と正反射成分とを有する室内における各面の相互反射後の光束発散度と、室反射面がすべて完全拡散性の場合における各面の光束発散度との差は、その壁面から 1 回反射によって生じた各面の光束発散度の差にはほぼ等しいと考えられる。

また従来計算法では、室を構成する面素数 n の増加に伴い、 ϕ -関数の計算数も増加し煩雑となるが、本計算法を用いるならば $(n-1)$ 個の光束発散度の差 ΔM_{it} を求めることにより、最大 1 % 以内の誤差によって計算することが可能である。

なお本報告は、拡散反射と正反射成分を有する壁面の全反射率を一定として取り扱っているが、実際には光の入射角によってその全反射率は変化することが考えられるので、今後は全反射率の変化を考慮した計算法について検討を重ねるつもりである。

おわりに、本研究の遂行に当たり、ご親切な便宜ならびにご指導を賜りましたカリフォルニア大学 Philip F. O'Brien 教授に心から感謝申し上げますとともに、終始ごべんたつを賜りました日本大学生産工学部山内基海教授ならびに、藤原義輝教授に対して厚くお礼申し上げます。

参 考 文 献

- (1) O'Brien, P. F., Bobco, R. P.: Illum. Engng. **59** (1964) 337
- (2) O'Brien, P. F.: Illum. Engng. **61** (1966) 189
- (3) 飯塚, 川島, 石野: 照学誌 **54**-3 (昭45) 27
- (4) 磯村, 山内: 照学誌 **64**-10 (昭55) 28
- (5) 磯村, 山内: 照学誌 **65**-4 (昭56) 16
- (6) Dilaura, D. L.: J. Illum. Engng. Soc. **10**-2 (1981) 120
- (7) Bobco, R. P.: J. Heat Transfer, Trans. ASME **86**(1964) 123

(受付1982年 4 月19日)