擬似物体色の定式化とその測色的応用[†]

専門会員 大田 登*

第4回 AIC 大会は、前記のようにA～Sのセッションで開催され、筆者は第4日目のJセッション（Color Metrics）で表記の講演を行った。この講演は、現実の物体色の分光反射率分布 $\rho(\lambda)$ を、数学的に定式化する方法に関するものである。測色の計算において、一定の性質（たとえば条件等色性など）を満たす多数の $\rho(\lambda)$ の性質を調べる必要がしばしば生ずる。このようなとき $\rho(\lambda)$ に対して $0 \leq \rho(\lambda) \leq 1$ の制限条件は当然必要であるが、他の条件を課さないと起伏の激しい非現実的な $\rho(\lambda)$ も許されてしまい¹⁾、得られた結果が現実離れする可能性がある。

こうした非現実性を除き、 $\rho(\lambda)$ の形を滑らかにするために、 $\rho(\lambda)$ を波長 λ の多項式で表現したり、あるいは λ の指数関数や、三角関数の組み合わせなどで表現する方法が提案されている^{2)~6)}。しかしながら、現実の $\rho(\lambda)$ がこれらの数学的関数ですべて表現できるとは考えられず、こうした条件は $\rho(\lambda)$ の形に必要な以上の制限を持ち込むことになる。筆者は以下のように、現実の $\rho(\lambda)$ をより緩やかな条件で定式化することを試みた。

現実の $\rho(\lambda)$ は滑らかな形を持っているので、曲線の曲率はある値以下となると考えられる。すなわち $\rho(\lambda)$ を波長方向に n 等分して、離散値 ρ_i , $i = 1, 2, 3, \dots, n$ で代表させると、隣接する3点 ρ_{i-1} , ρ_i , ρ_{i+1} に対して

$$(\rho_{i+1} + \rho_{i-1})/2 - \rho_i = \delta_i \quad (i = 2, 3, \dots, n-1) \quad (1)$$

で定められる δ_i が、現実の物体色では一定値 Δ に対して $|\delta_i| \leq \Delta$ となることが期待される。実際、波長間隔を10 nm として現実の物体色に対して δ_i の分布を調べてみると、

図1の結果が得られた。

図1で破線はマクベス・チャートの⁷⁾、実線はカラー写真での再現色の $\rho(\lambda)$ から求められたものである。図1の

図1 マクベス・チャート（破線）とカラー写真での再現色（実線）で求められた δ_i の頻度分布

結果から、現実の物体色に対して波長間隔が10 nm の場合、おおむね $|\delta_i| \leq \Delta \approx 0.03$ として良いことがわかる。この結果は、測色の計算で遭遇する問題に直ちに利用することができるが、次にその応用例を二、三示そう。

良く知られているように、最明色は一定の色度を持つ色の中で最も高い明度を与える色である。その計算法としては MacAdam の提案したものが一般的であるが⁸⁾⁹⁾、線形計画法を利用する方法も有力である。後者の計算法では $Y = Y_s$ の最明色で $x = x_s$ の色を与える ρ_i は

$$100 \sum_{i=1}^n \rho_i S_i \bar{y}_i - Y_s \sum_{i=1}^n S_i \bar{y}_i = 0$$

$$\sum_{i=1}^n \rho_i S_i \left[\left(1 - \frac{1}{x_s} \right) \bar{x}_i + \bar{y}_i + \bar{z}_i \right] = 0 \quad \dots (2)$$

を満たす。ここで S_i は照明光の分光分布、 $\bar{x}_i$, $\bar{y}_i$, $\bar{z}_i$ は CIE 測色標準観測者の等色関数である。すると、 y の最大値と最小値は目的関数

$$y = \frac{Y_s}{x + Y_s + z} = \frac{x_s}{x} Y_s = x_s Y_s \sum_{i=1}^n S_i \bar{y}_i /$$

$$(100 \sum_{i=1}^n \rho_i S_i \bar{x}_i) \quad \dots (3)$$

の最大値と最小値で与えられるので、一連の x_s に対して y を求めれば、 $Y = Y_s$ における最明色軌跡が得られる。

式(2)の制限条件、および式(3)の目的関数はすべて線形であるので、この計算は線形計画法の標準的な問題として扱える。

図2の破線は、こうして求められた最明色軌跡を $Y_s = 10, 50, 90$ で示している。ただし、ここでは標準の光 D_{65} と1960 CIE (u , v) 色度座標を用いている。また図2で $Y_s = 50$ の軌跡上の点M, mを与える $\rho(\lambda)$ を破線で図3に示したが、凹凸が激しく現実的でないことがわかる。現

図2 式(1)の制限条件なし（破線）とあり（実線）の場合の最明色軌跡

[†] A Simplified Method for Formulating Pseudo-object Colors and Its Application to Colorimetric Problems

* 富士写真フイルム(株)足柄研究所 Noboru Ohse

実的な「擬似物体色」による「擬似最明色軌跡」は、式(2)、(3)中の ρ_i に式(1)の制限条件を追加して計算すれば得られる。図2の実線は $A=0.03$ としたときの擬似最明色軌跡を、また図3の実線は $Y_s=50$ 上の点M、mを与える擬似最明色の $\rho(\lambda)$ を示している。擬似最明色の $\rho(\lambda)$ の形はおおむね現実的であり、特に最近液晶などで実現されている $\rho(\lambda)$ に類似していることは興味深い¹⁰⁾¹¹⁾。これから図2に示された擬似最明色軌跡は、現実的に可能と考えられ、またそれは、破線に示された理論的境界から大きく隔ったものではない。

図3 図2の破線および実線上の点M、mを与える $\rho(\lambda)$

擬似物体色の定式化は、さらにメタメリズムの解析にも応用できる。分光的に異なる $\rho(\lambda)$ と $\rho'(\lambda)$ が、ある分光分布 $S'(\lambda)$ の照明下で等色のとき、 $\rho(\lambda)$ と $\rho'(\lambda)$ はメタマー（条件等色）と呼ばれる。照明光が $S'(\lambda)$ とは分光的に異なる $S(\lambda)$ に変化すれば、 $\rho(\lambda)$ と $\rho'(\lambda)$ とはもはや等色ではなくなる。照明光 $S'(\lambda)$ の下でのメタマーは $\rho(\lambda)$ 、 $\rho'(\lambda)$ 以外にも無数に存在するが、これらのメタマーは $S(\lambda)$ の下では色空間中の一定領域内に分散する。この領域の大きさは、照明光 $S(\lambda)$ と $S'(\lambda)$ の測色的差異を示すことになり、演色評価指数とも密接な関連を持っている。筆者らは、さきに線形計画法を用いてこの領域の計算を行ったが¹⁾、具体的には式(2)の制限条件に第一の照明光 $S'(\lambda)$ の下でメタマーである条件、すなわち、ある与えられた三刺激値 (X_0, Y_0, Z_0) を持つ条件

$$\begin{aligned} X_0 &= 100 \sum_{i=1}^n \rho_i S'_i \bar{x}_i / \sum_{i=1}^n S'_i \bar{y}_i \\ Y_0 &= 100 \sum_{i=1}^n \rho_i S'_i \bar{y}_i / \sum_{i=1}^n S'_i \bar{y}_i \quad \dots\dots\dots (4) \\ Z_0 &= 100 \sum_{i=1}^n \rho_i S'_i \bar{z}_i / \sum_{i=1}^n S'_i \bar{y}_i \end{aligned}$$

を追加すればよい。

図4は標準の光Aの下で $Y_0=10$ の灰色の条件等色が、標準の光 D_{65} に変化したときの色変化を CIE (x, y) 色度図で示している。図4で点線は $\rho(\lambda)$ の形に制限がない場合、破線は $A=0.03$ とした擬似物体色の場合、また実線は後者の領域の $Y_s=9, 10, 11$ での切断面を示している。

図5は図4中の点M、mを与える $\rho(\lambda)$ を示すが、おおむね現実的な形を持っている。メタマーの色変化は、標準

図4 式(1)の制限条件あり(破線)となし(点線)の場合で、条件等色 ($Y_0=10$ の灰色)が色変化する領域、照明光は標準の光Aから D_{65} へ変化、実線は $Y_s=9, 10, 11$ の切断面を示す。

図5 図4中の点M、mを与える $\rho(\lambda)$

の光Aと D_{65} 間の大きな測色的差異を反映して、現実の物体色でも図4に示されたように、かなり大きいものと考えられる。

参考文献

- (1) N. Ohta and G. Wyszecki: J. Opt. Soc. Am. **65** (1975) 327
- (2) R. H. Bingham and H. Hoerlin: J. Opt. Soc. Am. **37** (1947) 199
- (3) R. H. Morris: J. Opt. Soc. Am. **37** (1947) 669
- (4) W. L. Brewer and F. R. Holly, Jr.: J. Opt. Soc. Am. **38** (1948) 858
- (5) S. K. Park and F. O. Huck: Appl. Optics **16** (1978) 3107
- (6) W. S. Stiles, G. Wyszecki, and N. Ohta: J. Opt. Soc. Am. **67** (1978) 779
- (7) C. S. McCamy, H. Marcus, and J. G. Davidson: J. Appl. Phot. Eng. **2** (1976) 65
- (8) D. L. MacAdam: J. Opt. Soc. Am. **25** (1935) 249
- (9) D. L. MacAdam: J. Opt. Soc. Am. **25** (1935) 361
- (10) D. M. Makow and C. L. Sanders: Nature **276** (1978) 48
- (11) D. M. Makow: Color Res. Appl. **4** (1979) 25

(受付1982年3月1日)