蛍光材料の分光測色における相対積分球効率の決定

専門会員 湊 秀幸* 専門会員 南條 基* 専門会員 納谷 嘉信**

Determination of Relative Spectral Integrating Sphere Efficiency for the Colorimetry of the Fluorescent Materials

Hideyuki Minato (Fellow Member) Motoi Nanjo (Fellow Member)
(Electrotechnical Laboratory, Osaka Branch)
Yoshinobu Nayatani (Fellow Member)
(Osaka Electro-Communication University)

ABSTRACT

Two methods were proposed to determine accurately the relative spectral integrating sphere efficiency which plays an important role in the colorimetry for fluorescent materials by means of conventional color-measuring spectrophotometers.

The first method measures directly the relative spectral sphere efficiency by use of the irradiating light source and the reference white diffuser with the arrangement where either the fluorescent material or the standard white diffuser is placed alternately at the sample port of the integrating sphere. In this method the relative spectral sphere efficiency can be determined without using the spectral characteristics of the light source and the reference white diffuser.

The second method is an indirect estimation method which gives the efficiency by the calculation on the basis of the two quantities; the estimated value of the sphere wall reflectance based on the measurements where a light trap or a white diffuser is placed at a sphere port, and the ratio of the spectral sphere wall radiances when the standard white diffuser or the fluorescent material is placed alternately at the sample port. The accuracy of the second method was confirmed by comparing the values obtained from the method with the values directly measured by the first method. As a result, the color difference was less than 1.6 CIE LUV unit for several fluorescent materials.

Further, a simplified calculation method of the integrating sphere efficiency tried first by Billmeyer, Jr. et al. was also compared. As a result, this simplification method can include the error caused by neglecting the effect of the re-absorption and the re-emission of the fluorescence in addition to the error caused by the assumption of ideal integrating sphere. The errors of the colorimetric quantities are estimated to be more than 2.0 CIE LUV units for several fluorescent materials.

1. はじめに

筆者らは、ここ数年任意照明光下の蛍光材料の色を正確に予測する2分光器法による蛍光測色の研究を進めてきた^{1)~3)}。これらの研究に基づき、前報⁴⁾ではCIE提案簡易蛍光測色法⁵⁾の測色精度を検討した。その結論として、CIE提案簡易蛍光測色法では重複領域¹⁾の反射分光ラジアンズ・ファクタには、平均2~4%の誤差を生じる場合がある。またこの誤差は蛍光放射効率の推定にも影響する。しかしCIE標準光 D_{65} 下の測色を目的とした場合、試験光源としてキセノン光源を用いるCIE提案簡易蛍光測色法は、 D_{65} 下の全分光ラジアンズ・ファクタを平均約1%、測色値として、色差 $\Delta E_{uv}^* = 1.0$ 単位以内で予測し得ることを確認

した。

さて、これらの研究では、いずれも蛍光材料の照明・受光条件として0°照射・45°受光(0/45)条件を採用した。その理由は、蛍光材料面が照明光源によって直接照射されるため、後述する $D/0$ 条件のような複雑な補正手順を必要とせず、使用した照明光源の分光分布に対応する正確な測色データが得られることにあった。

一方、一般に市販の測色用分光光度計は積分球を使用し、照明・受光条件として拡散照明・0°受光($D/0$)条件であるものが多い⁶⁾。しかし、この型のものを蛍光測色に利用するにあたっては、積分球の内部塗装材料の反射特性が必ずしも分光的に一様とは限らないことや、紫外および可視の短波長域の放射を吸収し、広範囲の可視スペクトル域に及ぶ蛍光放射の放出による球内相互反射を考える必要がある。すなわち積分球を用いる蛍光測色で

* 電子技術総合研究所大阪支所
** 大阪電気通信大学

は、実際の試料用開口に入射する拡散光の分光分布が測定に用いる照明光源の分光分布と異なるため、試料用開口での照射光の分光分布を正確に把握する必要がある。このためには、積分球内相互反射の波長特性の正確な決定が重要となる。なお、前述の CIE 提案簡易蛍光測色法は、このような積分球内部の相互反射特性を推定する簡易的計算方式を示している。しかし(1)積分球内部の塗装材料の分光反射率は経時変化を生じること、(2)蛍光材料を球開口に置いたときの球内での蛍光の再吸収、再放射を含む相互反射測定についての理論的把握が、やや不十分であるなどを考慮すると、蛍光測色での積分球内相互反射特性の決定について実用的に十分正確な検討が望ましいと思われる。

以上の経緯から、本報では市販の積分球式分光光度計を用いた CIE 提案簡易蛍光測色法を実施することを考慮し、蛍光材料を含む積分球内部の相互反射特性を十分正確に決定する直接測定法と、球壁の反射率の測定に基づく間接的推定方法の手順を提案し、これらの原理と実験的検討結果を報告する。

2. 原理と手順

積分球を用いた蛍光材料の測定を考察する第一段階として、反射率測定に一般に使用されている開口を持つ積分球において、積分球へ入射する全光束と着目する開口上の光束の比（以後、これを積分球効率または球効率という）の Goebel⁹⁾ らの研究を略述する。それによると球内塗装材料が完全拡散体であり、積分球が理想的な球形である場合に、開口上に本研究の主題である（発光性の）蛍光材料とは異なった通常の反射物体を置いた場合を取り扱いその球効率 η_i を次式で与えている。

$$\eta_i = f_i \rho_w / (1 - \bar{\rho}_w) \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 ρ_w は球壁の反射率であり、また $\bar{\rho}_w$ は次式で表わされる球内部の平均反射率である。

$$\bar{\rho}_w = \rho_w \left(1 - \sum_{i=1}^n f_i \right) + \sum_{i=1}^n f_i \rho_i \quad \dots\dots\dots (2)$$

f_i は、 i 番目の開口の面積 a_i （開口は全部で n 個あるとする）と積分球の全面積 A の比 a_i/A であり、 ρ_i はその反射率を表わす。また球開口 i に設置された反射物体の反射光を受光すると、 $\eta_i \rho_i$ に比例する信号を検出するが、その反射率 ρ_i の測定は使用する光源の分光分布に関係なく、また $\bar{\rho}_w$ に波長特性があったとしても、一般に分光反射測定の条件では ρ_i の分光特性だけをとりえるように工夫されることは容易であることを示唆している。

さて、本章では、上記の Goebel の解析に基づき、きわめて一般的な積分球式測色装置の構成である 図 1 (a) のような積分球の開口に蛍光材料を置いた場合の球効率を考える。以下、これが(1)式のように表わされる球効率と異なること、さらに筆者らが提案する蛍光測色での相対球効率を決定する二つの方法の原理と手順を述べる。

2.1 蛍光測色における球効率

図 1 (a) は、筆者らが用いた 6 個の開口を有する積分球の構造を示し、市販のダブルビーム式分光光度計が採用しているものとはほぼ同じ構造である。同図において、分光分布 $S_0(\lambda)$ の試験光源から積分球へ光束 Φ_0 が入射開口③（面積比 f_3 ）を通して反射率 ρ_w の球壁に入射するものとする。開口①（面積比 f_1 ）に参照白板、開口②（面積比 f_2 ）に蛍光材料を置いたとき、任意の開口（面積比 f_i ）に入射する全光束 Φ_i は、前述の Goebel の解析⁹⁾ を参照すると次式で表わされる*。なお以下の諸式では誤解のおそれある

図 1 装置の概要 (a), (b)
①参照用開口、②試料用開口、③入射用開口、
④光トラップ用開口、⑤、⑥観測用開口、⑦観
測面限定用開口、 $L_1 \sim L_3$: レンズ M: パルス
モータ $m_0 \sim m_3$: 反射鏡、 S_0 : 照射光源

場合にだけ波長表示を付記して表現する。

$$\begin{aligned} \Phi_i &= f_i \rho_w \Phi_0 + f_i \bar{\rho}_w \rho_w \Phi_0 + f_i \bar{\rho}_w \bar{\rho}_w \rho_w \Phi_0 + \dots\dots\dots \\ &= f_i \rho_w \Phi_0 (1 + \bar{\rho}_w + \bar{\rho}_w^2 + \bar{\rho}_w^3 + \dots\dots\dots) \quad \dots\dots (3) \end{aligned}$$

$$\text{ただし、} \bar{\rho}_w = \rho_w \left(1 - \sum_{i=1}^n f_i \right) + f_1 \rho_1 + f_2 \rho_{t1},$$

$$\begin{aligned} \bar{\rho}_w &= \rho_w \left(1 - \sum_{i=1}^n f_i \right) + f_1 \rho_1 + f_2 \rho_{t2}, \\ &\dots\dots\dots \end{aligned}$$

また、

$$\begin{aligned} \rho_{t1}(\lambda) &= \rho_0(\lambda) + F(\lambda) \sum_{\mu} \rho_w(\mu) S_0(\mu) Q(\mu) \Delta\mu / \rho_w(\lambda) S_0(\lambda), \\ \rho_{t2}(\lambda) &= \rho_0(\lambda) + F(\lambda) \sum_{\mu} \bar{\rho}_w(\mu) \rho_w(\mu) S_0(\mu) Q(\mu) \Delta\mu / \bar{\rho}_w(\lambda) \\ &\quad \cdot \rho_w(\lambda) S_0(\lambda), \\ &\dots\dots\dots \end{aligned}$$

である。ここで、 ρ_1 は参照白板の反射率、 $\rho_0(\lambda)$ 、 $Q(\mu)$ 、 $F(\lambda)$ はそれぞれ蛍光材料の反射率、蛍光放射効率、蛍光放射の相対分光分布を表わし、 μ は蛍光放射に寄与する照射光の波長、 λ は蛍光放射に対応する波長である。また、反射率 $\rho_3 \sim \rho_6$ はゼロであるとする。したがって、(3)式と初期入射光束 Φ_0 の比から開口に蛍光材料が置かれた場合の球効率 $\eta(\lambda; S_0)$ は、形式的に次式で表わされる。

$$\begin{aligned} \eta(\lambda; S_0) &= [\Phi_i / \Phi_0] \\ &= f_i \rho_w (1 + \bar{\rho}_w + \bar{\rho}_w^2 + \bar{\rho}_w^3 + \dots\dots\dots) \quad \dots\dots (4) \end{aligned}$$

すなわち蛍光測色における球効率(4)式は、試験光源の分光分布 $S_0(\lambda)$ によって変化する点で(1)式と異なる。さらに(1)式は(4)式において $\bar{\rho}_w = \bar{\rho}_w = \bar{\rho}_w$ の場合にあたる。また(4)式は試験光源 $S_0(\lambda)$ による光束が積分球壁に入射し、球壁からの蛍光材料への照射によるその反射光と蛍光の放出、次にこれらの光束の球壁の反射による蛍光材料への照射、等々の逐次過程によって蛍光材料の照射光の分光分布が、 $S_0(\lambda)$ から変化していくことを表わしたものと考えてよい。したがって $\eta(\lambda; S_0)$ が測定により得られると、蛍光材料への積分球での照射光の分光分布が与えられたこととなる。

換言すれば、0/45条件の蛍光材料の測色において照射試験光源の分光分布が与えられたことに相当するので、蛍光材料の測色値

* ただし、ここでは図 1 (a) に示す積分球の形状の不完全さが無視でき、球内塗装材料は完全拡散体であると仮定する。

は前報⁹⁾で述べた手順によって得られることがわかる。すなわち、球効率の波長特性を与えることが積分球を利用した場合の蛍光測色の重要な問題である。

2.2 測定原理

本節では、蛍光測色における(4)式のような積分球効率の波長特性を正確に決定する直接測定法、ならびに積分球の幾何学的寸法と球壁の反射率の推定をもとにする積分球効率の間接的推定方法の2案の原理と手順を述べる。

(1) 直接測定法

いま図1(a)において、開口①に参照白板、開口②に標準白板を設定したとき、(1)、(2)式を参照して反射率 ρ_1 の参照白板の分光放射輝度に比例する測光出力 L_{rs} は次式で表わされる*。

$$L_{rs}(\lambda) = kS_0(\lambda)\eta_{rs}(\lambda)\rho_1(\lambda)R(\lambda)\Delta\lambda \quad \cdots\cdots\cdots(5)$$

ここで、 $\eta_{rs}(\lambda)$ は、積分球が参照白板-標準白板の場合の開口①での球効率、 k は比例定数であり、 $R(\lambda)$ は測定光学系の分光透過特性を含めた受光器の分光感度、 $\Delta\lambda$ は測定波長幅である。一方、開口②の標準白板を蛍光材料に置換した場合の開口①の参照白板の分光放射輝度に比例する測光出力 L_{rf} は、(4)式を参照すると次式で表わされる。

$$L_{rf}(\lambda; S_0) = kS_0(\lambda)\eta(\lambda; S_0)\rho_1(\lambda)R(\lambda)\Delta\lambda \quad \cdots\cdots\cdots(6)$$

次に図1(a)において、積分球だけを取り除き、図1(b)のような配置で、前述と同様の反射率 ρ_1 の参照白板を同一試験光源 $S_0(\lambda)$ で直接照射した場合、その参照白板の分光放射輝度に比例する測光出力 $L_r(\lambda)$ は次式で表わされる。

$$L_r(\lambda) = k'S_0(\lambda)\rho_1(\lambda)R(\lambda)\Delta\lambda \quad \cdots\cdots\cdots(7)$$

ただし、 k' は図1(b)の配置で決まる比例定数である。したがって積分球が参照白板-標準白板の場合の球効率 $\eta_{rs}(\lambda)$ は、(5)、(7)式より次式のように得られる。

$$\eta_{rs}(\lambda) = K[L_{rs}(\lambda)/L_r(\lambda)] \quad \cdots\cdots\cdots(8)$$

K は、 k 、 k' を含む比例定数である。また(6)、(7)式から積分球が参照白板-蛍光材料の場合の球効率 $\eta(\lambda; S_0)$ は、次式のように得られる。

$$\eta(\lambda; S_0) = K[L_{rf}(\lambda; S_0)/L_r(\lambda)] \quad \cdots\cdots\cdots(9)$$

さらに、 η_{rs} が(8)式のように決定されているとき、 $\eta(\lambda; S_0)$ は(5)、(6)、(8)式から次式のように得られる。

$$\eta(\lambda; S_0) = h_f \cdot \eta_{rs}(\lambda) \quad \cdots\cdots\cdots(10)$$

ただし、 $h_f = L_{rf}(\lambda; S_0)/L_{rs}(\lambda)$ である。したがって図1(a)、(b)のような配置換の複雑さを考慮すると、種々の蛍光材料の球効率を得たい場合には(10)式のように求めるほうが簡単である。なお本測定法では、拡散光入射と図1(b)のような45°入射における参照白板の相対分光反射特性の相違は、無視できるという仮定に基づいている。この仮定は、参照白板としてBaSO₄やMgOのような比較的拡散特性のよい材料を用いることにより、十分妥当であると推測される⁹⁾。

すなわち、本法の利点は、(8)~(10)式から伺えるように測定に用いる参照白板の反射率値、および照射光の分光分布値を必要とせず、簡単な輝度比を測定するだけで分光的な相対球効率が容易に得られることである。

(2) 間接的推定方法

本節では、まず球壁の反射率 ρ_w を求め、次に η_{rs} 、 $\eta(\lambda; S_0)$ などを間接的に推定する方法の手順を述べる。

さて、図1(a)において、開口④(面積比 f_4)は、通常、光トラップを設定することによって、試料の鏡面反射を含めない測定や、球壁の塗装材料とはほぼ同程度の白色拡散板を設定することによって、試料の鏡面反射を含めた測定に使用される**。ここでは、このような開口④を利用して、球壁の反射率 ρ_w が推定可能であることに着目する⁹⁾¹⁰⁾。

まず図1(a)の開口①および②には、それぞれ参照白板(ρ_1)と標準白板(ρ_2)を設定し、開口④に光トラップおよび白色拡散板(ρ_4)を設置したときの開口①の参照白板の輝度に比例する測光出力、 $L_{rs}(\lambda)$ および $L'_{rs}(\lambda)$ の測定から輝度比 h を求める。この輝度比 h は(1)および(2)、(5)式を用いると次式で表わせる。

$$\begin{aligned} h &= [L_{rs}(\lambda)/L'_{rs}(\lambda)] \\ &= [1 - \rho_w f_s - f_1 \rho_1 - f_2 \rho_2 - f_4 \rho_4] / \\ &\quad [1 - \rho_w f_s - f_1 \rho_1 - f_2 \rho_2] \quad \cdots\cdots\cdots(11) \end{aligned}$$

したがって、(11)式から球壁の反射率 ρ_w は次式で求まる。

$$\rho_w = [(1-h)(1-f_1 \rho_1 - f_2 \rho_2) - f_4 \rho_4] / [f_s(1-h)] \quad \cdots\cdots\cdots(12)$$

ただし、 $f_s = 1 - f_1 - f_2 - f_3 - f_4 - f_5 - f_6$ であり、 ρ_4 は上記のように開口④に用いる白色拡散板の反射率である。なお開口③、⑤、⑥および開口④が、光トラップの場合の反射率はゼロとする。

さらに、(1)、(2)式を参照すると、開口④に光トラップおよび白色拡散板を設置した場合における球効率 $\eta_{rs}(\lambda)$ 、 $\eta'_{rs}(\lambda)$ はそれぞれ次式となる。

$$\eta_{rs}(\lambda) = f_i \rho_w / (1 - \rho_w f_s - f_1 \rho_1 - f_2 \rho_2) \quad \cdots\cdots\cdots(13)$$

$$\eta'_{rs}(\lambda) = f_i \rho_w / (1 - \rho_w f_s - f_1 \rho_1 - f_2 \rho_2 - f_4 \rho_4) \quad \cdots\cdots\cdots(14)$$

次に開口①が参照白板、開口②が蛍光材料のとき、開口④に光トラップを設置した場合と、白色拡散板(ρ_4)を設置した場合の開口①の参照白板の輝度に比例する測光出力 $L_{rf}(\lambda; S_0)$ 、あるいは $L'_{rf}(\lambda; S_0)$ を測定する。さらに開口②の蛍光材料を標準白板に置換した場合の参照白板の輝度に比例する測光出力 $L_{rs}(\lambda)$ あるいは $L'_{rs}(\lambda)$ の測定から、開口④が光トラップおよび白色拡散板(ρ_4)の場合の球効率 $\eta(\lambda; S_0)$ 、 $\eta'(\lambda; S_0)$ は、前述の方法(1)の場合と同様にそれぞれ次式から求まる。

$$\eta(\lambda; S_0) = [L_{rf}(\lambda; S_0)/L_{rs}(\lambda)] \cdot \eta_{rs}(\lambda) \quad \cdots\cdots\cdots(15)$$

$$\eta'(\lambda; S_0) = [L'_{rf}(\lambda; S_0)/L'_{rs}(\lambda)] \cdot \eta'_{rs}(\lambda) \quad \cdots\cdots\cdots(16)$$

すなわちこの方法は、使用する積分球の球形の不完全さを無視し、その内部塗装材料の完全拡散性の仮定に基づく方法である。しかし、方法(1)の場合における図1(a)、(b)の配置換を省略できる利点がある。

2.3 蛍光材料の測色値推定への相対球効率の適用

図1(a)のような、積分球を用いる分光分布 $S_0(\lambda)$ の試験光源下に対応する蛍光材料の反射、および全分光ラジアンズ・ファクタ $\beta_0(\lambda)$ 、 $\beta_e(\lambda; S_0)$ の測定から、CIE提案簡易蛍光測色法によるCIE標準光 D_{65} (分光分布 $S_D(\lambda)$)下の蛍光材料の全分光ラジアンズ・ファクタ $\beta_e(\lambda; S_D)$ の推定は、上述の $\eta(\lambda; S_0)$ の相対値などを用い、次式のように得られる⁴⁾。

$$\begin{aligned} \beta_e(\lambda; S_D) &= \beta_0(\lambda) + [\beta_e(\lambda; S_0) - \beta_0(\lambda)] \\ &\quad \cdot \frac{S_0(\lambda)\eta(\lambda; S_0) \sum_{\mu} S_D(\mu)Q(\mu)\Delta\mu}{S_D(\lambda) \sum_{\mu} S_0(\mu)\eta(\mu; S_0)Q(\mu)\Delta\mu} \quad \cdots\cdots\cdots(17) \end{aligned}$$

* なお、開口③~⑥の反射率は前述のようにゼロとする。ここでは開口④が光トラップの場合($\rho_4 = 0$)に対応する諸量(L_{rs} 、 L'_{rs} 、 η_{rs} 、 $\eta(\lambda; S_0)$)で記述する。ただし、後述するように開口④が白色拡散板の場合の測定も行なわれる。

** 図1(a)において、開口④は試料(開口②)あるいは参照白板(開口①)表面の垂直線に対し、観測方向(開口⑤、⑥)と鏡像関係にある。したがって、開口④に白色拡散板が設置された場合には、光沢性試料などにおける鏡面反射光も含めて観測され、その測色結果は、開口④に光トラップを設置した場合とかなり異なることがある。

3. 測定と結果

3.1 装置の概要

図1(a)において、積分球は筆者らの蛍光測色装置³⁾に採用した積分球*であり、拡散照明・7°受光条件である。積分球とその各開口の寸法および面積比を表1に示す。積分球の内部塗装材料は硫酸バリウム（和光純薬製）である。測定に用いた参照白板は球内塗装材料とほぼ同一のものを使用した*。また標準白板はMERCK（ドイツ）製硫酸バリウム（Art. 1748 Bariumsulfat für Weißstandard DIN 5033）を圧縮して用い、同社の保証する反射率（dif./0）目盛を参照した。

表1 積分球などの寸法と面積比

項 目	寸 法 (mm)	面 積 比 ^(b)
積 分 球	198(直径) ^(a)	1.0000
参 照 用 開 口 ①	18×22	0.0031
試 料 用 開 口 ②	18×22	0.0031
入 射 用 開 口 ③	50(直径)	0.0152
光トラップ用開口④	46×34	0.0121
観 測 用 開 口 ⑤	8×16	0.0020
〃 ⑥	8×16	0.0020

(a) 最大の直径で示した。

(b) かなり厳密に推定した全球内表面積を基準にした。

さらにこの装置の特徴は次のようである。

(1) 図1(a)において、開口①の参照白板および開口②の蛍光材料（あるいは標準白板）のレンズ L_1 、および L_2 による結像位置に開口寸法より小さく限定した開口⑦を置き、分光器（プリズム一回析格子形）への球壁からの反射光の混入を防いだ。

(2) 開口①、②に対応する出射光は、反射鏡 m_0 をパルスモータ (M) によって駆動することにより、逐次比較測定（暗電流測定も含む）、あるいは両出射光を独立して測定できるようにした。これらの操作は、分光器の波長走査およびデータの収集を含めパーソナルコンピュータを用いた測定・制御装置で行なっている。

(3) 図1(a)の光学系から積分球部の脱着は、十分な再現性が得られるようにした。その理由は2.2節の(1)で述べた積分球効率の測定の場合を考慮し、図1(b)に示す配置を積分球を除いた後に設定可能にするためである。

3.2 測定結果

各種蛍光材料における積分球効率の測定の前に、筆者らは図1(a)の積分球式分光測色装置を用いて、種々の蛍光材料の反射分光ラジアン・ファクタ $\beta_0(\lambda)$ 、キセノン試験光源（分光分布 $S_X(\lambda)$ ）に基づく全分光ラジアン・ファクタ $\beta_t(\lambda; S_X)$ 、および蛍光放射効率 $Q(\mu)$ などを、CIE 提案簡易蛍光測色法⁴⁾⁵⁾の手順によって正確に決定した。しかし本報では、次章でとくに必要ある以外を除きこれらの提示を省略する。本節では2.2節の測定原理に基づく相対球効率の結果について述べる。

(1) 積分球が参照白板・標準白板の球効率

(a) 直接測定法 [I]

図2の(●-印、▲-印)で示す曲線は、図1(a)の開口①に参照白板、開口②に標準白板を設定した場合の直接測定法による相対球効率（560 nm の値を1にした）の結果を示す。これらの結果は、2.2節の(5)、(7)式に対応する光電流値を求め、(8)式のように決定した値である。なお同図 $\eta_{rs}(\lambda)$ (●-印)、 $\eta'_{rs}(\lambda)$ (▲-印)は、図1(a)の開口④が光トラップあるいは白色拡散板 (ρ_4) の場合に対応する。

* 日立R-607形分光光度計のもの。

図2 開口①が参照白板、開口②が標準白板の場合における相対積分球効率の波長特性

(b) 間接的推定方法 [II]

この方法では、まず積分球壁の反射率 ρ_w を決定するため、2.2節の(11)式の輝度比 h を測定した。図3の(●-印)で示す曲線は、図1(a)の開口①に参照白板、開口②に標準白板を設置した状態で、開口④に光トラップおよび白色拡散板 (ρ_4) を交互に設置したときの参照白板の輝度比 h の結果を示す。この輝度比 h と表1の各開口の面積比などを用い、2.2節の(12)式から計算した球壁の反射率 ρ_w は、図3の(○-印)の曲線で示す。なお(12)式に基づく ρ_w の計算において、開口④で光トラップと置換する白色拡散板の反射率 ρ_4 および参照白板の反射率 ρ_1 は、図1(a)の装置で標準白板と比較することによって別途決定した値を用いた。図4の(○-印)で示す曲線はその白色拡散板の反射率 ρ_4 を示し、また(×-印)で示す曲線は参照白板の反射率 ρ_1 を示す。

図3 輝度比 h の測定結果と球壁の反射率 ρ_w の推定結果

図4 参照白板の反射率 ρ_1 と開口④に用いた白色拡散板の反射率 ρ_4 の測定結果

次に図3, 図4に示す結果および表1の各開口の面積比を用い, 図1(a)の開口①, ②に参照白板および標準白板を設置する場合の球効率 η_{rs} , η'_{rs} は, それぞれ2.2節の(13), (14)式から推定した. これらの結果は上述の図2における(○印, ▽印)の曲線で示す.

(2) 積分球が参照白板-蛍光材料の球効率

この場合の球効率 $\eta(\lambda; S_0)$, $\eta'(\lambda; S_0)$ は, まず2.2節の(5)式, (6)式に対応する輝度の比を求め, これと図2に示した $\eta_{rs}(\lambda)$, $\eta'_{rs}(\lambda)$ を用いて, (10)式あるいは(15)式と(16)式から得られる. 図5は図1(a)の開口①に参照白板を固定し, 開口②にオレンジ色蛍光材料と標準白板を置いて測定した参照白板での輝度比の結果について示す(後述の他の3種類の蛍光材料についても同様に測定しているが, ここでは省略した). 同図の h_f , h'_f は図1(a)の開口④に光トラップ, および白色拡散板を設置した場合の輝度比を示す. また使用した試験光源はキセノン光源である.

図5 開口①に参照白板を固定し, 開口②に蛍光材料と標準白板を交互に設置した場合の参照白板における輝度比の波長特性 (オレンジ色蛍光材料の場合)

次に図6は, 図2に示した両方法による $\eta_{rs}(\lambda)$, $\eta'_{rs}(\lambda)$ と図5の輝度比から求めた直接測定法 (●印, ▲印) と, 間接的推定方法 (○印, ▽印) に基づく積分球効率 $\eta(\lambda; S_X)$, $\eta'(\lambda; S_X)$ の結果を示す (560 nm を1にした).

図6 開口①が参照白板, 開口②が蛍光材料の場合の相対積分球効率の波長特性 (オレンジ色蛍光材料の場合)

また $\eta(\lambda; S_X)$, $\eta'(\lambda; S_X)$ は図1(a)の開口④に光トラップ, および白色拡散板を設置した場合に対応する.

4. 検 討

4.1 測定精度の吟味

(1) 測定の再現精度

上述した積分球効率の決定における主な測定段階でのくり返し測定の再現精度を 表2 に示す. 同表に示す測定の再現精度は, 照射光源と受光器の安定性および分光器の波長設定精度などに起因する誤差によるものと考えられる. なお直接測定法における輝

度比 $[L_{rs}(\lambda)/L_r(\lambda)]$ の測定の再現精度は, 図1(a)の積分球から(b)の配置に置換する場合の光源と, 装置の設定精度に起因する誤差を含むため他の測定項目よりやや劣る. しかしこの輝度比の再現精度は, 後述のように蛍光測色値の補正の目的にはかなり満足し得るものと推測される.

表2 測定の再現性

方 法	測 定 項 目	相 対 精 度 (%)		
		350 nm	400 nm	560 nm
直接測定法	輝度比 $[L_{rs}/L_r](=\eta_{rs})^{(a)}$	±0.7	±0.5	±0.5
	輝度比 $h_f=[L_{rf}(\lambda; S_X)/L_{rs}(\lambda)]^{(b)}$	±0.5	±0.4	±0.4
間接的推定方法	輝度比 $h^{(c)}$	±0.2	±0.2	±0.2
	反射率 $\rho_4^{(c)}$	±0.2	±0.2	±0.2
	反射率 $\rho_1^{(c)}$	±0.2	±0.2	±0.2
	輝度比 $h_f=[L_{rf}(\lambda; S_X)/L_{rs}(\lambda)]^{(b)}$	±0.5	±0.4	±0.4

(a) ハロゲン電球を使用, (b) キセノン光源を使用, (c) ハロゲン電球と重水素ランプ (400 nm 以下) を使用.

(2) ρ_w , η_{rs} , $\eta(\lambda; S_0)$ の推定精度

(a) ρ_w の推定精度

2.2 節の(2)で述べた球壁の反射率 ρ_w の精度は, 主として図1(a)の開口④に, 光トラップと白色拡散板を置換して求める輝度比 h , 同開口の面積比 f_4 , および白色拡散板の反射率 ρ_4 などの測定誤差に依存する. すなわち2.2節の(12)式を参照すると球壁の反射率 ρ_w の相対精度はほぼ次式から推定される.

$$\left| \frac{d\rho_w}{\rho_w} \right| = \left| \left[\frac{h f_4 \rho_4}{(1-h)\{(1-h)(1-f_1\rho_1-f_2\rho_2)-f_4\rho_4\}} \right] \left[\frac{dh}{h} \right] + \left[\frac{f_4 \rho_4}{(1-h)(1-f_1\rho_1-f_2\rho_2)-f_4 \rho_4} \right] \left[\frac{d\rho_4}{\rho_4} \right] + \left[\frac{f_4\{(1-h)(1-f_1\rho_1-f_2\rho_2)-f_4\rho_4-f_s\rho_4\}}{\{(1-h)(1-f_1\rho_1-f_2\rho_2)-f_4\rho_4\}f_s} \right] \left[\frac{df_4}{f_4} \right] \right| \dots (18)$$

ここで, 輝度比 h の相対精度 $[dh/h]$ は, 表2に示すくり返し測定に基づく再現精度に対応する. 一方, ρ_4 の測定では, 反射率の基準として MERCK 社の保証する反射率目盛を参照したが, その正確さは不明である. したがって(18)式による ρ_w の精度推定の安全性を考慮し, ρ_4 の相対精度 $[d\rho_4/\rho_4]$ は約2%と仮定する. また開口④の面積比 f_4 の正確な推定は, 積分球の球形の不完全さを考慮するとやや困難である. したがって ρ_4 の場合と同様に精度推定の安全性を考慮し, f_4 の相対精度 (df_4/f_4) は約3%と仮定する.

以上のような3要因の相対精度と表1および図3, 図4の結果を参照し, (18)式から求めた反射率 ρ_w の相対精度 $(d\rho_w/\rho_w)$ は, 表3の(1)に示す. 同表より ρ_w の推定精度は通常の反射率測定と比較すると短波長域においてやや悪い. しかしすでに塗装されている球壁の反射率あるいは, その経時変化の直接的測定はかなり困難であることを考慮すると, 開口④で光トラップと白色拡散板を置換する ρ_w の推定方式はかなり有効である.

表3 ρ_w , η_{rs} , $\eta(\lambda; S_0)$ の推定精度

方 法	推 定 項 目	相 対 精 度 (%)		
		350 nm	400 nm	560 nm
間接的推定方法	(1) $\rho_w(\lambda)$	±0.7	±0.5	±0.3
	(2) $\eta_{rs}(\lambda)$	±7.1	±7.0	±5.6
	(3) $\eta(\lambda; S_X)$	±7.9	±7.4	±6.0
直接測定法	(4) $\eta_{rs}(\lambda)$	±0.7	±0.5	±0.5
	(5) $\eta(\lambda; S_X)$	±1.2	±0.9	±0.9

(b) $\eta_{rs}(\lambda)$ の推定精度

直接測定法における $\eta_{rs}(\lambda)$ の精度は、表 2 に示す輝度比 $[L_{rs}(\lambda)/L_r(\lambda)]$ のくり返し測定の見精度と同一と見られる。しかしこの見精度は $\eta_{rs}(\lambda)$ の精度として、また他方法との比較の意味で表 3 の(4)に改めて示した。

一方、間接的推定方法による $\eta_{rs}(\lambda)$ の精度は、2.2 節の(13)式の場合を参照するとほぼ次式から推定される。

$$\left| \frac{d\eta_{rs}}{\eta_{rs}} \right| = \left| \left[1 + \frac{\rho_w f_s}{1 - \rho_w f_s - f_1 \rho_1 - f_2 \rho_2} \right] \left(\frac{d\rho_w}{\rho_w} \right) \right| \dots\dots\dots (19)$$

すなわち、前述の ρ_w の相対精度 $[d\rho_w/\rho_w]$ を考慮し、(19)式から求めた $\eta_{rs}(\lambda)$ の相対精度 $(d\eta_{rs}/\eta_{rs})$ は表 3 の(2)に示す。同表より伺えるように $\eta_{rs}(\lambda)$ を得るための間接的推定方法は、球壁の反射率 ρ_w がかなり精度よく決定されても、得られる球効率 $\eta_{rs}(\lambda)$ の精度低下は免れにくい。

なお、直接測定法と間接的推定方法による $\eta_{rs}(\lambda)$ の波長特性の結果はすでに図 2 に合わせて示した。同図より両方法による結果は定性的にかなりよい一致の傾向にある。しかし両方法における短波長域での離れは相対偏差で最大約 7% であった。筆者らは、この離れが主として理想的積分球であることを仮定した理論式に基づく間接的推定方法の低精度に起因するものと考えた。

(c) $\eta(\lambda; S_0)$ の推定精度

積分球の開口①、②にそれぞれ参照白板、および蛍光材料を配置する場合の球効率 $\eta(\lambda; S_0)$ の精度は、両方法において 2.2 節の(10)式あるいは(15)式の場合を参照すると次式から推定される。

$$\left| \frac{d\eta(\lambda; S_0)}{\eta(\lambda; S_0)} \right| = \left| \frac{dh_f}{h_f} \right| + \left| \frac{d\eta_{rs}}{\eta_{rs}} \right| \dots\dots\dots (20)$$

したがって、表 2 に示す h_f の再現精度と前述の $\eta_{rs}(\lambda)$ の相対精度 $(d\eta_{rs}/\eta_{rs})$ を考慮し、(20)式のように求めた両方法による $\eta(\lambda; S_0)$ の相対精度 $[d\eta(\lambda; S_0)/\eta(\lambda; S_0)]$ は表 3 の(3)および(5)に示す。同表より直接測定法による球効率 $\eta(\lambda; S_0)$ は、かなり良好な精度で得られる。しかし間接的推定方法による $\eta(\lambda; S_0)$ は、当然(20)式からも伺えるように、同方法によって求まる $\eta_{rs}(\lambda)$ の低精度に依存する。すなわち図 6 に示した筆者らの両方法による $\eta(\lambda; S_0)$ の離れは、上述の図 2 に示す $\eta_{rs}(\lambda)$ の場合とほぼ同じ原因によるものと推定され両者の離れはかなり大きい。

4.2 $\eta(\lambda; S_0)$ の推定方法の違いによる測色精度の吟味

前節で述べたように、直接測定法による球効率 $\eta(\lambda; S_0)$ の推定精度は、蛍光測色値の補正の目的には十分満足し得るものと推測される。したがって本節では、直接測定法による $\eta(\lambda; S_0)$ を用いて(17)式のように得られる標準光下の測色値を基準とし、本報で述べた間接的推定方法と、すでに CIE 提案簡易蛍光測色法において、Billmeyer, Jr.⁵⁷⁾ らが示した球効率の簡易的計算方法による $\eta(\lambda; S_0)$ を用いた場合に生じる測色誤差ならびに、両方法の実用性の検討を述べる。

(1) 間接的推定方法の測色誤差

表 4 は、図 1(a)の積分球式分光装置において CIE 提案簡易蛍光測色法で得た各種蛍光材料の基礎データ (3.2 節および前報⁴⁾ 参照) に基づき、(17)式において直接測定法と間接的推定方法による $\eta(\lambda; S_x)$ (図 6 参照) を用いて計算した標準光 D_{65} 下の測色値の比較を全分光ラジアン・ファクタの平均偏差 $\overline{\Delta\beta_t}(\lambda; S_D)$ と色差 ΔE_{uv}^* (CIE 1976 LUV 色差方式) で示す。なお同表には、図 1(a)の装置を用いる測定において、開口④に光トラップを設置した場合と、白色拡散板を設置した場合 (試料表面の鏡面反

表 4 D_{65} 下の蛍光材料の測色値の推定において直接測定法(I)と間接的推定方法(II)に基づく相対球効率を用いた場合の測色値の比較結果

蛍光材料の種類	開口④：光トラップ		開口④：白色拡散板	
	$\overline{\Delta\beta_t}(\lambda; S_D)$	ΔE_{uv}^*	$\overline{\Delta\beta_t}(\lambda; S_D)$	ΔE_{uv}^*
green	0.004	0.6	0.004	0.6
yellow	0.005	0.7	0.005	0.7
orange	0.013	1.2	0.016	1.5
red	0.014	1.2	0.017	1.6

射成分を含める) の比較を合わせて示した。すなわち表 4 から伺えるように、間接的推定方法による $\eta(\lambda; S_x)$ を用いた場合の測色誤差は色差で約 $\Delta E_{uv}^* = 1.6$ 以内であると推定される。もしこの程度の色差が許容されるならば、間接的推定方法は図 1(a)、(b)の置換を必要とする直接測定法の実行不可能な場合の簡易化法として実用可能と思われる。

(2) 球効率の簡易的計算方法の測色誤差

この方法は 2.2 節の(15)、(16)式に対応する $\eta(\lambda; S_0)$, $\eta'(\lambda; S_0)$ を次式のように推定する (付録参照) Billmeyer, Jr.⁷⁾ らが試みた方法である。

$$\eta(\lambda; S_0) = f_2 \rho_w / [1 - \rho_w f_s - f_1 \rho_1 - f_2 \rho_t(\lambda; S_0)] \dots\dots\dots (21)$$

$$\eta'(\lambda; S_0) = f_2 \rho_w / [1 - \rho_w f_s - f_1 \rho_1 - f_2 \rho'_t(\lambda; S_0) - f_4 \rho_4] \dots\dots\dots (22)$$

ただし、 $\rho_t(\lambda; S_0)$, $\rho'_t(\lambda; S_0)$ は、図 1(a)の開口④に光トラップあるいは白色拡散板を設置し、試験光源 $S_0(\lambda)$ 下で実測される蛍光材料の全分光ラジアン・ファクタ $\beta_t(\lambda; S_0)$, $\beta'_t(\lambda; S_0)$ で近似する。またこの方法は付録に述べたように、積分球の開口に設置された蛍光材料の放出する蛍光の積分球内での再吸収・再放射 (重複領域¹²⁾) の逐次過程を無視する方法である。

図 7 積分球効率の簡易的計算方法と直接測定法の比較結果* (オレンジ色蛍光材料の場合)

図 7 はオレンジ色蛍光材料において、(21)、(22)式のように求めた相対球効率 (560 nm を 1 に標準化) と、図 6 に示した直接測定法による結果との離れを相対偏差で示す*。さらに表 5 は上記(1)の場合と同様に、直接測定法と簡易的計算方法(21)、(22)式で求めた $\eta(\lambda; S_x)$, $\eta'(\lambda; S_x)$ を用いて計算した D_{65} 下の測色値の比較を示す。また同表におけるかっこ内に示す数値は、前述の間接的推定方法の場合と比較した結果である。表 5 および図 7 を参照すると球効率の簡易的計算方法について次の結論が得られる。

すなわち、この方法による球効率の推定結果を用いた場合の測色誤差は蛍光材料の種類にもよるが、色差で $\Delta E_{uv}^* = 2.0$ 以上になることもあると推定される。これらの誤差の原因は、球効率の簡易的計算方法における理想的積分球を仮定する理論式の使用に基づく根本的な誤差、および積分球内における蛍光の再吸収・再

* 図 7 に示す偏差 $\Delta\eta$, $\Delta\eta'$ は $100 \times (\text{簡易的計算方法} - \text{直接測定法}) / \text{直接測定法}$ で計算した。

表 5 D_{65} 下の蛍光材料の測色値の推定において、直接測定法(I)と Billmeyer, Jr. らの試みた簡易的計算方法による球効率を用いた場合の測色値の比較結果

蛍光材料の種類	開口④：光トラップ		開口④：白色拡散板	
	$\Delta E_{uv}^*(\lambda; S_D)$	ΔE_{uv}^*	$\Delta E_{uv}^*(\lambda; S_D)$	ΔE_{uv}^*
green	0.004 (0.001)	0.6 (0.05)	0.004 (0.001)	0.5 (0.11)
yellow	0.005 (0.001)	0.7 (0.08)	0.006 (0.001)	0.8 (0.11)
orange	0.013 (0.004)	1.3 (0.05)	0.017 (0.003)	1.8 (0.32)
red	0.017 (0.004)	1.4 (0.22)	0.026 (0.008)	2.5 (0.91)

放射（重複領域¹⁾）の逐次過程の無視による誤差の重なりによるものと推定される。すなわちこの方法は、簡便性の点でかなり有効な場合があるが、厳密な蛍光測色値の比較の目的にはやや不適当な場合が存在すると思われる。

5. む す び

本報では、積分球式分光装置による蛍光分光測色の課題である積分球効率の正確な決定方法として、直接測定法と間接的推定方法の2案を提案し、その理論的基礎ならびに測定結果に基づく検討を述べた。

第1の方法は、試験光源と参照白板を用い、光源の分光分布が蛍光材料を設置した積分球で、どのように修正されるかを直接測定する方法である。この方法は測定に用いる試験光源の分光分布値および参照白板の反射率値を必要とせず、推定精度も良好であることを確認した。

一方、第2の方法は、積分球の光トラップ用開口の開閉を利用して球壁の反射率を求める測定と、積分球の試料用開口に蛍光材料と標準白板を交互に設置した場合の球壁の輝度比の測定から、蛍光材料を設置した場合の球効率を理論的に推定する方法である。この方法による結果は、前者の直接測定法の結果と比較検討した。その結果、間接的推定方法では色差で約 $\Delta E_{uv}^* = 1.6$ 以内の測色精度になると推定された。

さらに、第1の直接測定法の結果に基づき、Billmeyer, Jr. が試みた球効率の簡易的計算方法の場合の測色精度を検討した。その結果、この簡易的計算方法は理想的積分球であると仮定する理論式の使用に基づく根本的な誤差、および積分球内における蛍光の再吸収・再放射過程の無視による誤差が重なり、この誤差は色差で $\Delta E_{uv}^* = 2.0$ 以上になる場合があると推定された。

終わりに、本研究で使用した積分球の資料をいただいた日立製作所那珂工場馬場護郎氏に感謝の意を表します。

参 考 文 献

- (1) 湊, 南条, 納谷: 照学誌 **63**-12 (昭54) 783
- (2) 湊, 南条, 納谷: 照学誌 **64**-4 (昭55) 196
- (3) 湊, 南条, 納谷: 照学誌 **65**-4 (昭56) 138
- (4) 湊, 南条, 納谷: 照学誌 **65**-10 (昭56) 547
- (5) Billmeyer, F. W. Jr. Chong, T.-F.: Color Research and Application **5**-3 (1980) 156
- (6) 秋山, 高田, 西田: 色学誌 **4**-3 (昭55) 4
- (7) Alman, D. H., Billmeyer, F. W. Jr.: Color Research and Application **1**-3 (1976) 141
- (8) Goebel, D. G.: Appl. Optics **6**-1 (1967) 125
- (9) CIE Publication No. 46 (TC-2.3) (1979)
- (10) Taylor, A. H.: Sci. Papers Bur. Std. **S16** (1920) 421

<付 録> 積分球の開口に蛍光材料が置かれている場合の球効率の簡易的計算式の推定

いま、蛍光材料の放出する蛍光の積分球内における再吸収・再放射は起こらないと仮定すると、2.1節における $\bar{\rho}_{w1}$, $\bar{\rho}_{w2}$, $\bar{\rho}_{w3}$, ……、などは次のように表わされる。なお以下では、式の展開を詳細に明示するため、個々の量の波長表示を付記して表現する。

$$\begin{aligned}\bar{\rho}_{w1}(\lambda) &= \bar{\rho}_{w0}(\lambda) + f_2 F(\lambda) \sum_{\mu} \rho_w(\mu) S_0(\mu) Q(\mu) \Delta\mu / \rho_w(\lambda) S_0(\lambda) \\ \bar{\rho}_{w2}(\lambda) &= \bar{\rho}_{w0}(\lambda) + f_2 F(\lambda) \sum_{\mu} \bar{\rho}_{w0}(\mu) \rho_w(\mu) S_0(\mu) Q(\mu) \Delta\mu / \\ &\quad \bar{\rho}_{w1}(\lambda) \rho_w(\lambda) S_0(\lambda) \\ \bar{\rho}_{w3}(\lambda) &= \bar{\rho}_{w0}(\lambda) + f_2 F(\lambda) \sum_{\mu} \bar{\rho}_{w2}(\mu) \rho_w(\mu) S_0(\mu) Q(\mu) \Delta\mu / \\ &\quad \bar{\rho}_{w1}(\lambda) \bar{\rho}_{w2}(\lambda) \rho_w(\lambda) S_0(\lambda) \\ &\quad \dots\dots\dots\end{aligned}$$

ただし、 $\bar{\rho}_{w0}(\lambda) = \rho_w(\lambda) f_s + f_1 \rho_1(\lambda) + f_2 \rho_0(\lambda)$ である。

次に、これらを2.1節の(3)式に代入すると $\Phi_i(\lambda)$ は次式で表わされる。

$$\begin{aligned}\Phi_i(\lambda) &\propto f_i \rho_w(\lambda) S_0(\lambda) (1 + \bar{\rho}_{w0}(\lambda) + \bar{\rho}_{w0}^2(\lambda) \dots\dots) \\ &\quad + f_i (1 + \bar{\rho}_{w0}(\lambda) + \bar{\rho}_{w0}^2(\lambda) \dots\dots) \sum_{\mu} f_2 \rho_w(\mu) S_0(\mu) Q(\mu) \Delta\mu F(\lambda) \\ &\quad + f_i (1 + \bar{\rho}_{w0}(\lambda) + \bar{\rho}_{w0}^2(\lambda) \dots\dots) \\ &\quad \cdot \sum_{\mu} f_2 \bar{\rho}_{w0}(\mu) \rho_w(\mu) S_0(\mu) Q(\mu) \Delta\mu F(\lambda) \\ &\quad + f_i (1 + \bar{\rho}_{w0}(\lambda) + \bar{\rho}_{w0}^2(\lambda) \dots\dots) \\ &\quad \cdot \sum_{\mu} f_2 \bar{\rho}_{w0}^2(\mu) \rho_w(\mu) S_0(\mu) Q(\mu) \Delta\mu F(\lambda) \\ &\quad + \dots\dots\dots \\ &= f_i \rho_w(\lambda) S_0(\lambda) (1 + \bar{\rho}_{w0}(\lambda) + \bar{\rho}_{w0}^2(\lambda) \dots\dots) \\ &\quad + f_i (1 + \bar{\rho}_{w0}(\lambda) + \bar{\rho}_{w0}^2(\lambda) \dots\dots) \sum_{\mu} f_2 \rho_w(\mu) S_0(\mu) \\ &\quad \cdot (1 + \bar{\rho}_{w0}(\mu) + \bar{\rho}_{w0}^2(\mu) \dots\dots) Q(\mu) \Delta\mu F(\lambda) \dots\dots (A-1)\end{aligned}$$

ここで、 $\eta_i = f_i \rho_w / (1 - \bar{\rho}_{w0})$ と置くと (A-1) 式は次式で表わされる。

$$\Phi_i(\lambda) \propto S_0(\lambda) \eta_i(\lambda) \left\{ 1 + \frac{\sum_{\mu} \eta_2(\mu) S_0(\mu) Q(\mu) \Delta\mu F(\lambda)}{\rho_w(\lambda) S_0(\lambda)} \right\} \quad (A-2)$$

すなわち、(A-2) 式と初期入射光束 $\Phi_0(\lambda) \propto S_0(\lambda)$ の比から球効率 $\eta(\lambda; S_0)$ は次式で表わされる

$$\eta(\lambda; S_0) = \eta_i(\lambda) \left\{ 1 + \frac{\sum_{\mu} \eta_2(\mu) S_0(\mu) Q(\mu) \Delta\mu F(\lambda)}{\rho_w(\lambda) S_0(\lambda)} \right\} \dots\dots (A-3)$$

一方、試験光源 $S_0(\lambda)$ を用いて図1(a)の積分球の開口②で標準白板と置換して実測される蛍光材料の全分光ラジアンズ・ファクタに対応する量 $\rho_i(\lambda; S_0)$ を、積分球内における蛍光の再吸収・再放射は生じないとの仮定に従うと得られるものとして、次式で近似する。

$$\rho_i(\lambda; S_0) = \rho_0(\lambda) + \frac{\sum_{\mu} \eta_2(\mu) S_0(\mu) Q(\mu) \Delta\mu}{\eta(\lambda; S_0) S_0(\lambda)} F(\lambda) \dots\dots (A-4)$$

したがって、(A-4) 式から $F(\lambda) \sum_{\mu} \eta_2(\mu) S_0(\mu) Q(\mu) \Delta\mu = \{\rho_i(\lambda; S_0) - \rho_0(\lambda)\} \eta(\lambda; S_0) S_0(\lambda)$ の関係を用いて、これを (A-3) 式に代入すると開口 $i = 2$ に対応する積分球効率 $\eta(\lambda; S_0)$ は、次式のように表わされる

$$\begin{aligned}\eta(\lambda; S_0) &= \rho_w(\lambda) \eta_2(\lambda) / \{\rho_w(\lambda) - (\rho_i(\lambda; S_0) - \rho_0) \eta_2(\lambda)\} \\ &= f_2 \rho_w(\lambda) / \{1 - \rho_w(\lambda) f_s - f_1 \rho_1(\lambda) - f_2 \rho_i(\lambda; S_0)\}\end{aligned}$$

すなわち、4.2節の(2), (22)式における簡易的計算法による蛍光測色の場合の球効率は、重複領域における蛍光の再吸収・再放射を無視するが、放射された蛍光成分については、積分球の分光特性の影響を受けることを考慮したモデルであるといえる。

(受付1982年5月11日)