149. 精度評価可能な放射ネットワーク法による 軸対称形状黒体空洞壁面放射率分布のセルフコンシステント計算

石堂能成 湊 秀幸

(産業技術総合研究所 関西センター尼崎事業所)

黒体空洞の放射率計算のために様々な方法が提案されている。円筒、円錐など軸対象性をもつ円筒形状であれば、積分方程式としても一変数問題となるので、反復法をはじめとする積分方程式の数理的性質に依存した計算手法や、あるいはもうすこし複雑な形状のものでも放射伝達の性質に基づく追跡的方法、それをさらに確率的に評価したモンテカルロ法などで比較的容易に値をみいだせる。ことに後者は形状に対する可塑性に富み、かつ光線追跡法により鏡面反射を含む場合もあわせて扱うことができるため、今日よく用いられる方法である。

しかしながら、各計算方法についてその誤差がどのようなものであるかについて比較検討するためには、少なくとも理想モデル(規範モデル, Canonical Model)に対し、基本原理が初等関数など数値的性質のよくわかっている関数式であらわれ、誤差評価が明確な演算手続きによる計算法を明らかにしておくことが实际的である。本報告では、円筒、円錐など、軸対象系における壁面の放射率分布を、精度を保ち効率良く計算する方法を提案する。この方法は本質的には古くから知られている放射ネットワーク法^{1,2)}であるが、分割された微小な壁面要素における放射束を直接見積るのではなく、仮想的だが一樣かつ有限の面積をもつ円盤要素間での形態係数(Configuration FactorあるいはAngle Factor, CF)から間接的に導出し、精度評価を考慮できる形で効率良く定めるようにしたところにその特徴がある。以下その手順を箇条書きで示す。

- 1) 空洞を対称軸に垂直な面で任意の数の円環に分割する。底、絞り面については環状要素に分割する。問題は、この円環および環状要素における放射率を求める問題に帰着する。
- 2) 各切断面(円盤)を仮想的な黒体面とし、円盤間のCFを公式に基づいて定める。同時に、円盤および円環の面積も求めておく。
- 3) 2)の結果に、総和則、エネルギー保存則、および相反定理を用いて、実在する円環および底、絞り面の環状要素相互の形態係数を求める。これらはCFおよび面積比の積和のみで表される。
- 4) 円環相互の形態係数により、円環面が放射率 ϵ の灰状体であるときの実効放射率を表す式を定める。これは、円環の数に等しい次元をもつ連立一次方程式であるが、円環幅が無限小の時、相互反射積分方程式に一致するはずのものである。
- 5) 4)の連立方程式を、セルフコンシステント性の維持と初期値依存をさけるために、ガウス=ザイデル法を初めとする反復法によらず、ガウス=ヨルダン消去法で解く。なお、有限幅円環分割による打ち切り誤差の影響の検討に資するため、Banachの縮小写像の原理による事後誤差評価³⁾も行えるようにする。

本方法は壁面の性質が均等拡散反射に限られるが、形状は円筒、円錐だけでなく、円筒円錐、歯状壁面円筒へも適用可能である。また壁面に温度分布がある場合も対応できる。微小面要素における放射束を陽に扱わないため、他の方法で現れる折点、端点等での特異性がなく大域的に安定な解を得ることができる。図に絞りと底を持つ円筒形状壁面放射率分布の例を示す。比較のため、パラメータは文献4のBedfordらによる積分方程式の帯状近似反復法の計算例と同じにしている。底、筒、蓋すべて100分割である。壁面放射率の事後評価誤差は、筒状部分の長い円筒で底や絞りの要素分割を粗くした場合 10^{-2} 以下のオーダーになるが、底、蓋の要素分割が細かい場合、円錐の場合、著しい劣化が見られている。尚本計算法では円環相互のCFに対する桁落ちが予想されるがこの誤差評価では考慮していない(見積りは可能)。また丸め誤差の影響を考慮した演算³⁾も可能にしてあるが、これについては発表時に触れる。

図 絞り付円筒形状の場合の実効放射率の壁面分布特性。

$\epsilon = 0.9$, $L/D = 1.0$, $R_1/R_2 = 0.5, 0.8$ (文献4 pp. 694 Fig. 12.23 に対応)。

文献: 1) E. M. Sparrow and R. D. Cess, Radiation Heat Transfer, Hemisphere pub., chap. 4 (1978), and ホールマン, 伝熱工学 (下), 第8章, プレイン (1982), translated J. R. Holmann, Heat Transfer, MacGraw-Hill (1976). 2) 納谷ほか, 照学誌45, 219 (1961), 佐土根ほか, 電学関西支部連大, 10-7, 225 (1961), and 石野幸三, 室内照明設計法, 森北出版, 第5章 (1972). 3) 大石, 精度保証付き数値計算, コロナ社, pp. 33 (1999). 4) R. E. Bedford, in Theory & Practice of Radiation Thermometry, eds. D. DeWitt & G. Nutter, Chap. 12, John Wiley & Sons (1988). Self-consistent Calculation for Various-shape Circular Blackbody Cavities using Radiation Network Method with Guaranteed Accuracy. Yoshinari ISHIDO and Hideyuki MINATO