特異応力場の強さの2次元解析に基づく接着強度評価の妥当性

野田 尚昭*, 任 飛**, 高木 怜**, 坪井 健二**, 佐野 義一*, 高瀬 康*, 宮崎 達二郎***

Validity of the Adhesive Strength Evaluation Method Based on the Intensity of Singular Stress Field in Two-Dimensional Modelling

Nao-Aki NODA*, Fei REN**, Rei TAKAKI**, Kenji TSUBOI**, Yoshikazu SANO*, Yasushi TAKASE*, and Tatsujiro MIYAZAKI***

* 九州工業大学大学院工学研究院機械知能工学研究系 (〒804-8550 福岡県北九州市戸畑区仙水町1-1)

** 九州工業大学大学院工学府機械知能工学専攻 (〒804-8550 福岡県北九州市戸畑区仙水町1-1)

*** 琉球大学工学部工学科 (〒903-0213 沖縄県中原郡西原町千原1番地)

*Department of Mechanical Engineering, Kyushu Institute of Technology (1-1 Sensui-cho, Tobata-ku, Kitakyushu-shi, Fukuoka 804-8550)

**Department of Mechanical and Control Engineering, Graduate School of Engineering, Kyushu Institute of Technology (1-1 Sensui-cho, Tobata-ku, Kitakyushu-shi, Fukuoka 804-8550)

***Department of Mechanical Engineering, University of the Ryukyus (1 Senbaru, Nishihara-cho, Nakagami-gun, Okinawa 903-0213)

概要 著者らの先の研究では、2次元接着モデルを解析することで、接着強度がその特異応力場の強さ（以下 ISSF (Intensity of Singular Stress Field) と記す）の一定値で表されることが示された。本研究では、先に提案した FEM メッシュサイズに依存しない、2次元接着モデルの解析法を拡張することで、試験片の3次元形状を考慮して解析し、接着界面端部の ISSF の分布が正確に求められることを示した。得られた ISSF の分布と接着強度の関係を考察した結果、はく離が生じる際の ISSF の分布は接着層の厚さに依存せずほぼ一定になることを明らかにした。このことから2次元モデルによって接着強度を評価することの妥当性を明らかにした。

Abstract

Our previous study showed that adhesive strength can be expressed as a constant value of the intensity of singular stress field (ISSF) by using two-dimensional modelling. In this paper, by considering the three-dimensional (3D) geometry, the mesh-independent technique proposed in our previous study is applied to evaluate the ISSF distributions along the side of a butt-joint interface. The results show that the critical ISSF distributions are almost the same and are independent of the adhesive thickness. The validity of the 2D modelling is confirmed through the present analysis.

Key Words: Adhesion, Interface, Intensity of Singular Stress Field, 3D Butt Joint

Nomenclature

E_j	縦弾性係数 ($j=1$ は被着材, $j=2$ は接着剤)	r	特異点からの距離
$e_{\min}$	最小メッシュサイズ	W	試験片の幅
F_{σ}^{REF}	基準問題における無次元化された特異応力場の強さ (ISSF)	α, β	Dundurs の複合パラメータ
F_{σ}^{Side}	接着界面端における無次元化された ISSF	λ	特異性指数
G_j	横弾性係数 ($j=1$ は被着材, $j=2$ は接着剤)	σ_c	破断応力
h	接着層厚さ	σ_z^{FEM}	有限要素法により求めた応力 (FEM 応力)
ISSF	特異応力場の強さ (Intensity of singular stress field)	σ_z^{Real}	真の応力
$K_{\sigma c}$	破断時の ISSF	σ_z^{REF}	基準問題における応力
K_{σ}^{2D}	平面ひずみ問題における ISSF	σ_z^{Side}	3次元突合せ継手の接着界面端における応力
K_{σ}^{REF}	基準問題における ISSF	σ_z^{∞}	遠方における z 方向垂直応力
K_{σ}^{Side}	3次元モデルにおける ISSF	ν_j	ポアソン比 ($j=1$ は被着材, $j=2$ は接着剤)
$K_{\sigma c}^{Side}$	3次元モデルにおける破断時の ISSF		

1. 緒言

近年、電子機器の小型・高機能・高性能化に伴い、半導体のパッケージング技術は、ロジックやメモリ用途で伝送信号の高速化や小型・薄型化に対応するため構造が多様化し、その重要性も増している^{1),2)}。半導体パッケージングでは、半導体と基板の接続、樹脂による封止、半導体チップおよび配線の多層構造化などさまざまな異なる材料の組み

合わせによって構成された界面を数多く含んでいる。その信頼性を確保するためには、はく離強度の適切な評価が必要不可欠である^{3)~5)}。一般に、異材接着界面のはく離強度は、材料組み合わせ、荷重形式、接着条件などによって大きく変化する。実験的な評価では時間的、経済的負担が大きいため、簡便で実用的なはく離破壊基準、評価方法が求められる^{3)~7)}。

一般に、接着接合部材において被着材と接着剤の間の界

Fig. 1 Adhesive strength for S35C/Epoxy resin expressed as a constant critical ISSF $K_{\sigma c}$ by using 2D model with $W = 12.7$ mm

Fig. 2 3D butt joint

面では、接着端部で応力が無限大に発散するような特異応力場が形成され⁸⁾、はく離が生じ易い。先の研究で著者らは2次元接着モデル^{9),10)}を用い、接着層厚さが特異応力場の強さ (Intensity of Singular Stress Field, 以下 ISSF と表記する) に与える影響を考察した。接着層が薄くなると、接着端部の干渉により ISSF が小さくなり、接着強度が向上することを明らかにした^{9)~12)}。さらに、接着接合板の接着強度との関係を検討するため、炭素鋼 S35C (縦弾性係数 $E_1 = 210$ GPa, ポアソン比 $\nu_1 = 0.3$) をエポキシ系接着剤 (縦弾性係数 $E_2 = 3.14$ GPa, ポアソン比 $\nu_2 = 0.37$) で接着した試験片の破断時の ISSF (記号 $K_{\sigma c}$ で表す) を求めた^{13),14)}。

Fig. 1 は $K_{\sigma c}$ を接着層厚さ h で整理した結果である。図示するように接着強度は ISSF = 一定で整理することができる。また、単純重ね合わせ継手においても接着強度が ISSF = 一定で整理できることを示した¹⁵⁾。これらの研究ではいずれも2次元接着モデル^{9)~15)}を用いている。

本研究では実際の実験に用いられる試験片は Fig. 2 に示すように3次元形状を有していることに注目する。このような試験片の接着接合界面端部 (Fig. 2 における $|x| = W/2$, $|y| = W/2$, W : 試験片の幅) に沿って特異応力が生じているだけでなく、試験片のコーナー部 ($|x|, |y| = (W/2, W/2)$) においてより厳しい特異応力場が発生することが知られて

いる¹⁶⁾。Suzuki らは、Fig. 2(a) に示すような 3 次元突合せ継手試験片においてコーナー部 $(x, y) = (W/2, -W/2)$ を起点として破壊が起きていることを報告している^{17),18)}。先の研究で用いた接着接合板の解は 2 次元平面ひずみ問題の実質上の厳密解であるが、3 次元接着接合板においてどの範囲までその結果が適用できるかは明確ではない。そこで引張を受ける突合せ継手の 3 次元形状を考慮して特異応力場の解析を行い、接合界面端 $(|x| = W/2, |y| = W/2)$ で発生する特異応力の分布を調べる。そして接着継手の破壊条件と界面端部での特異応力場の強さ ISSF の分布との関係を考察する。3 次元接着モデルを解析することで、これまでの研究で用いてきた 2 次元接着モデル^{9)~15)} の解析から、接着強度を議論することの妥当性を明らかにする。

2. 有限要素法によって求めた 3 次元形状を考慮した試験片接着界面の応力分布について

本研究では、Fig. 3 の Suzuki ら^{17),18)} の試験片を対象として、有限要素法 (Finite Element Method, FEM) を用いた数値解析によって特異応力場の強さ ISSF の分布 (記号 $K_{\sigma_c}^{Side}(y)$ で表す) と接着強度との関係を検討する。まず Table 1 にその被着材および接着剤の機械的性質と後述する Dundurs parameter^{19),20)} α, β , 特異性指数^{19),20)} λ を示す。解析コードには市販の ANSYS 12.1 を用いており、Fig. 4 に解析モデルを示している。Fig. 4(a) は細かいメッシュで区切られたサブモデルを示しており、Fig. 4(b) は粗いメッシュで構成されたメインモデルを示している。本研究では、まず Fig. 4(b) のモデルを用いて解析を行い Fig. 4(a) のサブモデルの変位境界条件を求め、その変位境界条件を用いてサブモデルで解析を行った。サブモデルの z 方向の寸法を変化させたモデルを複数作成し、サブモデルの寸法を変化させても解析結果が変化しないことを確認した。解析モデルは Fig. 4 に示すような 8 節点六面体要素によって構成されている。また、解析モデルは Fig. 2(c), (d) に示すような 1/8 モデルで

解析を行っている。

はじめに、FEM で求めた 3 次元突合せ継手の界面の応力分布を示す。Fig. 5 は対称性を考慮して Fig. 2 の $x < 0, y < 0$ の部分に注目した 1/4 モデルにおける 3 次元接着接合柱の接着界面 $(|z| = h/2)$ での応力分布である。ここでは遠方での引張応力 $\sigma_z^\infty = 1$ MPa, $h/W = 0.1$ であり、Fig. 5(a) は最小メッシュサイズ $e_{\min} = 0.050$ mm, Fig. 5(b) は $e_{\min} = 0.025$ mm でその他の条件は同じである。Fig. 5(c) は Fig. 5(b) のコーナー部における応力分布の拡大図である。Fig. 5(a), (b) の比較からわかるように接着界面端部 $|x| = W/2$ および

Table 1. Material properties of adhesive and adherend¹³⁾

Material		Young's modulus E [GPa]	Poisson's ratio ν	α	β	λ
Adherend	S35C	210	0.30	0.969	0.199	0.685
Adhesive	Epoxy resin	3.14	0.37

Fig. 4 Analysis model

Fig. 3 Critical remote tensile stress σ_c for 3D butt joint with $W = 12.7$ mm obtained by Suzuki^{17),18)}

Fig. 5 FEM stress distributions $\sigma_z^{FEM}(x, y)$ along the interface $|z| = h/2$ for $h/W = 0.1$ obtained by FEM with minimum mesh size $e_{\min} = 0.050$ mm and $e_{\min} = 0.025$ mm

$|y| = W/2$ において特異応力場が発生し、FEMにより求めた応力（これを真の応力 σ^{Real} と区別してFEM応力 σ^{FEM} と記す）はメッシュに依存して異なるので正確には求められない。しかし、Fig. 5 からわかるように $0 \leq |x|, |y| < 0.9 \times W/2$ の範囲では、特異応力場の影響を受けないため応力 σ_z はメッシュに依存せず $\sigma_z^{FEM} \equiv 1$ となり正確に求められる。すなわち、この範囲ではFEM応力は $|\sigma_z^{FEM} - 1| < 0.002$ を満足しており、 $\sigma_z^{Real} \equiv \sigma_z^{FEM}$ であるので σ^{Real} と σ^{FEM} を区別する必要はない。

Fig. 6 に接着層厚さ $h/W = 0.01$ の接着界面端 ($x = W/2, 0 < y < W/2$) におけるFEM応力 $\sigma_z^{Side, FEM}$ を示す。Fig. 6 に示すようにメッシュ依存性が生じており、FEM応力 $\sigma_z^{Side, FEM}$ の値は真の応力 σ_z^{Real} と一致しないので σ_z^{Real} と σ_z^{FEM} を区別する必要がある。接着界面端の真の応力 σ_z^{Real} は常に無限大であるが、Fig. 6 の σ_z^{FEM} の値は、有限値となる。しかし、その有限値の大小から $(x, y) = (W/2, W/2)$ で最も厳しい特異応力 σ_z^{Real} が発生することが予想される。また、接着界面端でのFEM応力分布は9割の部分ではほぼ一定となり、 $|x/W| \geq 0.45$ あるいは $|y/W| \geq 0.45$ になると一度減少した後で急激に上昇する。接着界面端部 ($|x| = W/2, |y| = W/2$) だけでなく、接着界面端の真の応力は常に無限大 $\sigma_z^{Real} \rightarrow \infty$ となるので、以下では、応力の代わりにISSFに注目して、

FEMで精度良く解析する方法について説明する。

3. 3次元突合せ継手試験片の特異応力場の強さISSFの分布の解析方法とそのメッシュ非依存性

Fig. 2 に示すような3次元接着モデルを考えると、特異応力場の強さISSF（記号 $K_{\sigma}^{Side}(y)$ で表す²¹⁾）は、真の応力 $\sigma_z^{Side, Real}(r, y)$ から次式で定義される。これを記号 $K_{\sigma}^{Side}(y)$ で表す²¹⁾。

$$K_{\sigma}^{Side}(y) = \lim_{r \rightarrow 0} [r^{1-\lambda} \times \sigma_z^{Side, Real}(r, y)] \quad (1)$$
 次式で表される無次元値（記号 $F_{\sigma}^{Side}(y)$ で表す）もよく用いられる。

$$F_{\sigma}^{Side}(y) = \frac{K_{\sigma}^{Side}(y)}{\sigma_z^{\infty} W^{1-\lambda}} = \frac{\lim_{r \rightarrow 0} [r^{1-\lambda} \times \sigma_z^{Side, Real}(r, y)]}{\sigma_z^{\infty} W^{1-\lambda}} \quad (2)$$

ここで、 σ_z^{∞} は遠方における z 方向垂直応力である。式(1)で λ は特異性指数であり、式(3)の特性方程式^{19), 20)}を解くことによって得られる。記号 α と β はDundersの複合パラメータであり、被着材と接着剤のポアソン比 ν_j ($j = 1$ は被着材, $j = 2$ は接着剤を示す) と横弾性係数 G_j を用いて式(4), (5)によって定義される。 $\alpha(\alpha - 2\beta) > 0$ のとき、界面端部で真の応力 σ_z^{Real} は無限大となり、 $\sigma_z^{Real} \propto 1/r^{1-\lambda}$ ($\lambda < 1$) の特異性をもつことが知られている^{19), 20)}。

Table 2. Mesh independent analysis in Fig. 2

y/W	Smallest mesh size $e_{\min} = 3.13 \times 10^{-4}$ mm around the edge			Smallest mesh size $e_{\min} = 7.81 \times 10^{-5}$ mm around the edge		
	$\sigma_{z,h/W=0.01}^{Side,FEM}$	$\sigma_{z,h/W=1}^{Side,FEM}$	$\frac{\sigma_{z,h/W=0.01}^{Side,FEM}}{\sigma_{z,h/W=1}^{Side,FEM}}$	$\sigma_{z,h/W=0.01}^{Side,FEM}$	$\sigma_{z,h/W=1}^{Side,FEM}$	$\frac{\sigma_{z,h/W=0.01}^{Side,FEM}}{\sigma_{z,h/W=1}^{Side,FEM}}$
0.000	3.282	13.006	0.252	4.941	19.540	0.253
0.053	3.282	12.991	0.253	4.939	19.513	0.253
0.105	3.283	12.978	0.253	4.939	19.498	0.253
0.158	3.284	12.956	0.253	4.941	19.471	0.254
0.211	3.285	12.931	0.254	4.942	19.418	0.255
0.263	3.287	12.908	0.255	4.945	19.390	0.255
0.316	3.290	12.900	0.255	4.950	19.382	0.255
0.368	3.294	12.944	0.254	4.957	19.444	0.255
0.421	3.303	13.129	0.252	4.970	19.718	0.252
0.447	3.311	13.374	0.248	4.982	20.082	0.248
0.474	3.302	13.933	0.237	4.968	20.931	0.237
0.500	4.483	31.002	0.145	7.538	52.086	0.145

Table 3. Mesh independent ISSF ratio distribution
when $K_{\sigma,h/W=1}^{2D} = 0.413 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0.315}$ with $\sigma_z^{\infty} = \sigma = 1 \text{ MPa}$, $W = 1 \text{ mm}$

y/W	$e_{\min} = 3.13 \times 10^{-4}$ mm			$e_{\min} = 7.81 \times 10^{-5}$ mm		
	$\frac{K_{\sigma,h/W=0.01}^{Side}}{K_{\sigma,h/W=1}^{Side}}$	$\frac{K_{\sigma,h/W=1}^{Side}}{K_{\sigma,h/W=1}^{2D}}$	$K_{\sigma,h/W=0.01}^{Side}$	$\frac{K_{\sigma,h/W=0.01}^{Side}}{K_{\sigma,h/W=1}^{Side}}$	$\frac{K_{\sigma,h/W=1}^{Side}}{K_{\sigma,h/W=1}^{2D}}$	$K_{\sigma,h/W=0.01}^{Side}$
0.000	0.252	0.866	0.090	0.253	0.865	0.090
0.053	0.253	0.865	0.091	0.253	0.863	0.090
0.105	0.253	0.864	0.091	0.253	0.863	0.091
0.158	0.253	0.862	0.090	0.254	0.862	0.090
0.211	0.254	0.861	0.091	0.255	0.859	0.090
0.263	0.254	0.859	0.091	0.255	0.858	0.090
0.316	0.255	0.859	0.091	0.255	0.858	0.090
0.368	0.255	0.862	0.091	0.255	0.860	0.091
0.421	0.252	0.874	0.091	0.252	0.872	0.091
0.447	0.248	0.890	0.092	0.248	0.889	0.091
0.474	0.237	0.927	0.091	0.237	0.926	0.091
0.500	0.145	$\rightarrow \infty$	$\rightarrow \infty$	0.145	$\rightarrow \infty$	$\rightarrow \infty$

$$\left[\sin^2\left(\frac{\pi}{2}\lambda\right) - \lambda^2 \right]^2 \beta^2 + 2\lambda^2 \left[\sin^2\left(\frac{\pi}{2}\lambda\right) - \lambda^2 \right] \alpha\beta + \lambda^2 [\lambda^2 - 1] \alpha^2 + \frac{\sin^2(\lambda\pi)}{4} = 0 \quad (3)$$

$$\alpha = \frac{G_1(\kappa_2 + 1) - G_2(\kappa_1 + 1)}{G_1(\kappa_2 + 1) + G_2(\kappa_1 + 1)}, \quad \beta = \frac{G_1(\kappa_2 - 1) - G_2(\kappa_1 - 1)}{G_1(\kappa_2 + 1) + G_2(\kappa_1 + 1)} \quad (4)$$

$$\kappa_j = \begin{cases} \frac{3 - \nu_j}{1 + \nu_j} (\text{plane stress}) \\ 3 - 4\nu_j (\text{plane strain}) \end{cases} \quad (j=1,2) \quad (5)$$

FEM 応力 $\sigma_z^{Side,FEM}$ は通常メッシュサイズに影響するため、特異応力場の強さ ISSF を FEM 解析で求めるには工夫が必要になる。著者らは先の研究で^{9)~12)}、未知問題と基準問題を界面端部周辺でのメッシュパターンを揃えて FEM 解析し、未知問題と基準問題の FEM 応力の比に注目すれば、それが ISSF の比に一致することを明らかにした。ここで FEM 応力比の値に注目するのは、2つの問題のメッシュと材料組み合わせが同じであるため、誤差が打ち消されメッシュ依存性がなくなるためである^{9),10)}。未知問題の ISSF は、FEM 応力の比と厳密解のある基準問題の ISSF を掛け合わせることで求められる。FEM 応力の比については界面端部（第ゼロ節点）^{9)~12), 14)}でなくともよい（後述の Table

2, Table 3 参照）ことから、先の解析法は第ゼロ節点法²²⁾を包含する比例法^{23),24)}と呼ぶことができる。ここでは、Fig. 7(b) に示すような接着板 ($h/W = 1$) を基準問題として、このモデルの ISSF を体積法を用いて精度良く求める。基準問題 (K_{σ}^{REF} , F_{σ}^{REF} , $\sigma_z^{REF,FEM}(r)$) と未知問題 (K_{σ}^{3D} , F_{σ}^{3D} , $\sigma_z^{3D,FEM}(r)$) には以下の関係が成立する（式 (6) で基準問題と未知問題の特異性指数 λ と σ_z^{∞} は同じである）。

$$\frac{K_{\sigma}^{Side}}{K_{\sigma}^{REF}} = \frac{F_{\sigma}^{Side} \sigma_z^{\infty} W^{1-\lambda}}{F_{\sigma}^{REF} \sigma_z^{\infty} W^{1-\lambda}} = \frac{\lim_{r \rightarrow 0} [r^{1-\lambda} \times \sigma_z^{Side,Real}(r)]}{\lim_{r \rightarrow 0} [r^{1-\lambda} \times \sigma_z^{REF,Real}(r)]} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{r^{1-\lambda} \sigma_z^{Side,Real}(r)}{r^{1-\lambda} \sigma_z^{REF,Real}(r)} = \frac{\sigma_z^{Side,FEM}(0)}{\sigma_z^{REF,FEM}(0)} \quad (6)$$

$$\text{but } \sigma_z^{Side,FEM} \neq \sigma_z^{Side,Real}$$

先の研究ではこの方法を用いて Fig. 7(a) に示すような 2次元平面ひずみモデルの特異応力場の強さ K_{σ}^{2D} を求めた⁹⁾。この平面ひずみモデルは Fig. 7(b) に示すような 3次元モデルの一方方向の変位を固定したモデルに相当しており、FEM 解析でも Fig. 7(a) の問題と Fig. 7(b) の問題の解の結果は一致する。そこで、本研究では 3次元モデルで y 方向変位を拘束して平面ひずみ問題の解 K_{σ}^{2D} (Fig. 7(b)) を求め基準問題の解とする。

Fig. 7 Plane strain problem for 3D butt joint

Fig. 8 ISSF ratio of $K_{\sigma}^{3D}(y)/K_{\sigma}^{3D}(y)|_{h/W=1}$ Fig. 9 ISSF ratio of $K_{\sigma}^{2D}(y)/K_{\sigma}^{2D}(y)|_{h/W=1}$

Table 2 に接着層厚さ $h/W = 1$ と $h/W = 0.01$ の場合の接合界面端部での FEM 応力を示す。Table 2 に示すように、FEM 応力 $\sigma_{z,h/W=0.01}^{Side,FEM}$ 、 $\sigma_{z,h/W=1}^{Side,FEM}$ はメッシュサイズに依存して大きく変化するが、FEM 応力の比 $\sigma_{z,h/W=0.01}^{Side,FEM} / \sigma_{z,h/W=1}^{Side,FEM}$ はメッシュサイズに依らず、どの y/W に対しても 3 桁の精度を有する。すなわち応力比はメッシュに依存しないので、式 (6) に示すように、ISSF の比とみなすことができる^{9)~12),14)}。このように接着部の 3 次元形状を考慮しても応力比に注目することによって界面端部での ISSF を議論できることが明らかとなった。

Fig. 8 に Table 2 と同様にして求めた接着層厚さ h の試験

片に生じる ISSF と、 $h/W = 1$ のときの ISSF の比を示す。Fig. 8 より、この ISSF 比はコーナー部以外ではほぼ一定の値をとり、コーナー部に近づくとき減少する。また、接着層が薄くなるにつれて比の値が減少する。Fig. 9 に比較のため、 y 方向の変位を拘束し、平面ひずみ $\epsilon_y = 0$ とした 3 次元モデルにおける ISSF を示す。Fig. 9 に示すように $\epsilon_y = 0$ の場合では ISSF は y に依らず常に一定の値を示すことがわかる。この 3 次元モデルで $\epsilon_y = 0$ とした平面ひずみの解は Fig. 7(a) に示すような 2 次元モデルの結果^{9)~12),14)}と一致する。2 次元接着接合板 $h/W = 1$ の結果は体積力法によって得られており、実質上の厳密解として基準問題の解として用

いることができる。これを付録に示す。

4. 3次元突合せ継手試験片の特異応力場の強さ ISSF の分布

前節の Table 2 に示したように FEM 応力比 $\sigma_{z,h/W=0.01}^{Side,FEM} / \sigma_{z,h/W=1}^{Side,FEM}$ は FEM メッシュに依存せず、界面端のすべての範囲 ($|x/W| \leq 0.5$ および $|y/W| \leq 0.5$) で 3 桁の精度がある。よって、式 (6) に示すように特異応力場の強さ ISSF の比 $K_{\sigma,h/W=0.01}^{Side} / K_{\sigma,h/W=1}^{Side}$ とみなし得る。よって、これを Table 3 に ISSF の比として示す。

Table 3 には y 方向変位を拘束した 2 次元接着接合板 $h/W = 1$ の解を基準問題とした ISSF の比 $K_{\sigma}^{Side}(y) / K_{\sigma}^{2D}$ も併せて示す。コーナー部 ($y = W/2$) では大きな特異指数の異なる別の特異応力場が発生するため、ISSF の比 $K_{\sigma}^{Side}(y) / K_{\sigma}^{2D}$ は無限大に発散するが、コーナー部以外 $y < W/2$ では 3 桁の解析精度がある。2 次元接着接合板の ISSF 値は、 $\sigma_z^{\infty} = \sigma = 1$ MPa, $W = 1$ mm のとき、 $K_{\sigma,h/W=1}^{2D} = 0.413 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0.315}$ である。この結果を用いて ISSF の分布 $K_{\sigma}^{Side}(y)$ を求め Table 3 に $K_{\sigma,h/W=0.01}^{Side}$ の値として示す。 $y = W/2$ では $K_{\sigma,h/W=0.01}^{Side} / K_{\sigma,h/W=1}^{Side}$ および $K_{\sigma,h/W=1}^{2D}$ は有限値であるので、 $K_{\sigma,h/W=1}^{Side} / K_{\sigma,h/W=1}^{2D}$ が無限大に発散することで $K_{\sigma,h/W=0.01}^{Side}$ は無限大に発散する。

Fig. 10 ISSF distribution of 3D butt joint when $\sigma_z^{\infty} = 1$ MPa

Fig. 11 Critical ISSF distributions $K_{\sigma_c}^{3D}(y)$ when $\sigma_z^{\infty} = \sigma_c$

Fig. 10 に Table 3 と同様にして求めた $h/W = 0.01 \sim 1$ に対する ISSF の分布を示す。Fig. 10 よりコーナー部を除くほとんどの部分で ISSF はほぼ一定となるが、コーナー部に近づくとき ISSF は一旦減少に転じ、その後急激に増加しコーナー部で無限大に発散する。

Fig. 11 に破断時の ISSF の分布を示す。Fig. 11 は Fig. 3 の Suzuki^{17),18)} の接着強度の実験値 σ_c と Fig. 10 から式 (7) より求めたものである。

$$K_{\sigma_c}^{Side}(y) = F_{\sigma}^{Side}(y) \cdot \sigma_c W^{1-\lambda} \quad (7)$$

Fig. 11 の ISSF は h/W に依存せず大部分の範囲 $y/W = 0 \sim 0.4$ でほぼ一定であるが、この一定値は、Fig. 1 に示した 2 次元モデルによって得られた値 ($K_{\sigma_c} = 1.04 \pm 0.0643 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0.315}$) と一致する。Fig. 11 の ISSF はコーナー部 $y/W = 0.5$ で発散するため、Fig. 12 に破断時の ISSF の比の分布と $h/W = 1$ の結果の比でまとめたものを示す。ISSF の比は、 $y/W = 0 \sim 0.5$ で接着層厚さに関係なく一つに纏まっている。なお、 $y/W = 0.4 \sim 0.5$ の範囲ではやや ISSF の分布値に幅が見られるが、Fig. 11(b) に示すように $y/W \leq 0.4994$ では Table 2, Table 3 に示すように結果は、FEM メッシュに依存しない。よって、解析上の誤差は極めて小さく正しい値が求められていると考えられる。

Fig. 12 Critical ISSF ratio distribution $K_{\sigma_c}^{Side}(y)/K_{\sigma_c}^{Side}(y)|_{h/W=1}$ when $\sigma_z^\infty = \sigma_c$

Fig. 13 ISSF ratio $K_{\sigma}^{Side}(y)/K_{\sigma,h/W=1}^{Side}(y)$ focusing on the points at $(x, y) = (W/2, 0)$ and $(x, y) = (W/2, W/2)$

5. 2次元接着モデル解析で得られたISSFによる接着強度評価の妥当性

Fig. 11では接着コーナー部 $y/W = 0.5$ では、ISSFは発散し有限な値が得られない。一般に、コーナー部の特異応力場は実定数と角度依存関数からなるISSFと接着端部とは異なる特異性指数で表現できる²⁵⁾。コーナー部でISSFが発散するのは、この角度依存関数が $y/W = 0.5$ で無限大に発散するためである²⁵⁾。Fig. 11ではISSFはコーナー部に近付くと、急激に上昇している。実際、Fig. 2(b)に示す破面でも、実際、Fig. 2(b)に示す破面でも、コーナー部に黒い部分が見えているが、これは試験片の研磨された金属面にわずかに残る接着剤により光が乱反射して現れているもの(ミラー領域と呼ばれる^{17),18)}で、ここを起点にはく離が生じ、反対側のコーナーに向かって放射状の線状模様を伴って伝播している様子が確認される。よってコーナー部 $y/W = 0.5$ で接着強度を論じることは、ISSFが一定となる $y/W = 0 \sim 0.4$ と同様に重要である。

Fig. 13は $\sigma_z^\infty = \sigma$ 一定の下でのISSFを $h/W = 1$ のISSFを基準として示す。ここでは、特にコーナー部 $(x, y) = (W/2,$

$W/2)$ のISSFに注目しており、接着界面端の中心部 $(x, y) = (W/2, 0)$ のISSFと比較して示している。中心部とコーナー部のどちらのISSFも、接着層厚さ h/W が薄くなるにつれてISSFは減少する。ここで、ISSF比は接着層厚さ h/W によらず常に中心部のほうが大きい。 $h/W = 1$ のISSFを基準とするISSF比は、2つの接着界面 $z = \pm h/2$ のISSFの干渉の程度を表す。すなわち、その干渉効果はコーナー部においてより顕著に生じ、基準となる $h/W = 1$ のISSFからのより大きな減少として生じる。

Fig. 14に破断時のISSFの比を $h/W = 1$ のISSFを基準として示す。Fig. 14はFig. 3のSuzuki^{17),18)}の接着強度の実験値 σ_c とFig. 10から求めたものである。ここでも接着界面のコーナー部のISSF比 $K_{\sigma}^{Side}(W/2)/K_{\sigma,h/W=1}^{Side}(W/2)$ に注目しており、接着界面端の中央部のISSF比 $K_{\sigma}^{Side}(0)/K_{\sigma,h/W=1}^{Side}(0)$ と比較して示している。Fig. 14よりコーナー部 $y/W = 0.5$ に注目しても、中心部 $y/W = 0$ に注目しても、接着強度はISSF=一定で表されることが示された。コーナー部の特異応力場に関しては、Akinの特異要素を用いた方法²⁶⁾、保存積分を用いた方法²⁷⁾などの解析法が提案され、特定の形状、特定の材料組み合わせに関していくつか報告がなされ

Fig. 14 Critical ISSF ratio focusing on the points $(x, y) = (W/2, 0)$ and $(x, y) = (W/2, W/2)$

Fig. 15 Critical ISSF focusing on the points $(x, y) = (W/2, 0)$ and $(x, y) = (W/2, W/2)$

ている。著者らも最近、3次元接合体のコーナー部のISSFの簡便評価法を提案している²⁸⁾。その評価法で求めた破断時のコーナー部のISSF $K_{\sigma_c}^{Side}(W/2)$ を中央部のISSF $K_{\sigma_c}^{Side}(0)$ と同時にFig. 15に示す。 $K_{\sigma_c}^{Side}(0)$ および $K_{\sigma_c}^{Side}(W/2)$ は、に関係なく一定となっている。なお、Fig. 15のコーナー部のISSFに注目した結果では中央部のISSFに注目した場合よりやや右上がりの傾向が見られる。他の接着剤でも同様の傾向があるか否か今後検討する予定である。

Fig. 16にFig. 15に示した試験片の中央部とコーナー部での破断時のISSFの平均値から、逆に破断応力を求めたものを示す。破線はFig. 3に示した実験値である。Fig. 16より試験片の中心部とコーナー部のいずれのISSFの平均値からも実験値で得られた接着強度が得られる。Fig. 16からは本論文で取り扱った接着剤では中心部のISSFに注目する場合からの結果が精度が良いことがわかる。他の接着剤では逆の傾向が生じる可能性もあるので、この点については今後接着剤の種類を変えて検討する予定である。実際の接着面のはく離がコーナー部から生じるにもかかわらず2次元モデル解析で十分精度良く、接着強度を予測できる理由として、はく離が生じる際のISSFの分布がほぼ一本の曲線（す

Fig. 16 Critical tensile stress σ_c obtained from $K_{\sigma_c}^{Side}(0)$ and $K_{\sigma_c}^{Side}(W/2)$

なわちFig. 11やFig. 12)で表されるためと考えられる。3次元の特異応力場の解析は2次元解析に比べて複雑であり、計算時間も膨大となる。本論文の検討によって、コーナー部での複雑な解析方法を用いなくても、2次元モデルの解析で接着強度を十分に精度良く評価できることが示された。

6. 結 言

本研究では突合せ継手試験片が3次元形状を有することや、接着界面のコーナー部からはく離破壊が生じることを考慮して、試験片の特異応力場の強さISSFの分布を正確に求めた。また、これまでに提案した2次元モデルのISSFを用いる接着強度評価法の妥当性を検討した。得られた結果をまとめると以下ようになる。

- (1) 試験片の3次元形状を考慮した場合においても、接着層厚さの異なる試験片や平面ひずみ状態の試験片を基準問題として、接着界面端のFEM応力の比をとることにより、メッシュに依存しない値が得られる。すなわちISSFの分布を精度良く求める解析方法を示した。
- (2) 解析モデルにおいて3次元突合せ継手の横方向変位を拘束することにより、2次元平面ひずみの解が得

られる。その解として体積法による厳密解が存在するので、FEM 応力の比をとる方法を用いる際の基準問題として用いることができる。

- (3) 3次元突合せ継手の横方向変位をした平面ひずみの ISSF と、3次元試験片の通常の引張りにおける $\varepsilon_y \neq 0$ の ISSF を比べると、通常の引張りの ISSF は試験片の接着界面端の中央から約 90% の範囲で一定となり、その ISSF 値は 2次元平面ひずみの ISSF 値の約 80~90% 程度である (Table 3)。
- (4) 接着強度と ISSF の分布の関係を調べた結果、破断時の ISSF の分布は接着厚さに依らずほぼ一つの曲線で表され、その分布は試験片表面の接着端部のおよそ 90% の範囲で一定となる。
- (5) 接着強度は接着面のコーナー部の ISSF = 一定で整理される。また、接着界面端中央部の ISSF = 一定でも表され、その一定値は 2次元平面ひずみモデルによって得られるものと一致する。
- (6) 破断時の ISSF の平均値から破断応力を求めた結果、試験片の中心部とコーナー部のいずれにおいてもほぼ実験値と同じ値が得られた。このことから複雑な解析方法を用いず、2次元モデルの解析で十分精度良く接着強度を評価できることが示された。

(2018.1.6- 受理)

文 献

- 1) 安田雅昭：“電子機器用実装材料システム,” 日立化成テクニカルレポート, No. 40, pp. 1-12, 2003
- 2) 中村正志：“先端半導体用封止材料の技術動向,” パナソニック電工技報, Vol. **56**, No. 4, pp. 9-16, 2008
- 3) 渋谷忠弘：“異種材料接合端部のはく離発生強度の破壊力学的評価と電子デバイスへの適用,” エレクトロニクス実装学会誌, Vol. **7**, No. 7, pp. 639-644, 2004
- 4) 服部敏雄, 坂田荘司, 初田俊雄, 村上 元：“特異応力場パラメータを用いた接着界面強度評価,” 日本機械学会論文集 A 編, Vol. **54**, No. 499, pp. 597-603, 1988
- 5) 白鳥正樹：“電子デバイス実装における接合の諸問題,” 日本機械学会論文集 A 編, Vol. **60**, No. 577, pp. 1905-1912, 1994
- 6) 北村隆行, 渋谷忠弘, 上野貴司：“薄膜界面強度評価法の開発と先進 LSI 用銅薄膜のはく離への適用,” 日本機械学会論文集 A 編, Vol. **66**, No. 648, pp. 1568-1573, 2000
- 7) 渋谷忠弘, 鶴賀 哲, 于強, 白鳥正樹：“LSI 用サブミクロン薄膜のモード別界面のはく離発生条件,” 日本機械学会論文集 A 編, Vol. **69**, No. 685, pp. 1368-1373, 2003
- 8) 結城良治, 石川春雄, 岸本喜久雄, 許金泉：“界面の力学,” 培風館, 1993
- 9) 張玉, 野田尚昭, 高石謙太郎, 蘭欣：“接着接合板における接着層厚さが特異応力場の強さに与える影響,” 日本機械学会論文集 A 編, Vol. **77**, No. 774, pp. 360-372, 2011
- 10) 張玉, 野田尚昭, 高石謙太郎, 蘭欣：“接着接合板における接着層厚さが特異応力場の強さに与える影響 (面内曲げと引張りの比較),” 日本機械学会論文集 A 編, Vol. **77**, No. 784, pp. 2076-2086, 2011
- 11) Y. Zhang, N.-A. Noda, P. Wu, and M. Duan: “A mesh-independent technique to evaluate stress singularities in adhesive joints,” International Journal of Adhesion & Adhesives, Vol. **57**, pp. 105-117, 2015
- 12) Y. Zhang, N.-A. Noda, P. Wu, and M. Duan: “A mesh-independent technique to evaluate stress singularities in adhesive joints,” International Journal of Adhesion & Adhesives, Vol. **57**, pp. 105-117, 2015, the corrigendum of authorship is published in International Journal of Adhesion & Adhesives, Vol. **60**, p. 130, 2015
- 13) N.-A. Noda, T. Miyazaki, R. Li, T. Uchikoba, Y. Sano, and Y. Takase: “Debonding strength evaluation in terms of the intensity of singular stress at the interface corner with and without fictitious crack,” International Journal of Adhesion & Adhesives, Vol. **61**, pp. 46-64, 2015
- 14) 野田尚昭, 宮崎達二郎, 内木場卓巳, 李戎, 佐野義一, 高瀬 康：“接着接合板における特異応力の強さをを用いた接着強度の簡便な評価法について,” エレクトロニクス実装学会誌, Vol. **17**, No. 2, pp. 132-142, 2014
- 15) 宮崎達二郎, 野田尚昭, 李戎, 内木場卓巳, 佐野義一：“特異応力場の強さに基づく単純重ね合わせ継ぎ手のはく離破壊基準の検討,” エレクトロニクス実装学会誌, Vol. **16**, No. 2 (2013), pp. 143-151
- 16) 古口日出男：“三次元異材接合体角部の特異応力場の応力分布,” 日本機械学会論文集 A 編, Vol. **66**, No. 648, pp. 1597-1605, 2000
- 17) Y. Suzuki: “Adhesive Tensile Strengths of Scarf and Butt Joints of Steel Plates (Relation Between Adhesive Layer Thicknesses and Adhesive Strengths of Joints),” JSME International Journal, Vol. **30**, No. 265, pp. 1042-1051, 1987
- 18) 鈴木晴昭：“鋼のスカーフおよびバット継手の引張接着強度 (第 1 報, ぜい性接着剤の場合),” 日本機械学会論文集 A 編, Vol. **50**, No. 451, pp. 526-533, 1984
- 19) D. B. Bogy: “Edge-Bonded Dissimilar Orthogonal Elastic Wedges under Normal and Shear Loading,” Transaction of the ASME, Journal of Applied Mechanics, Vol. **35**, pp. 460-466, 1968
- 20) D. B. Bogy: “Two Edge-Bonded Elastic Wedges of Different Materials and Wedge Angles under Surface Traction,” Transaction of the ASME, Journal of Applied Mechanics, Vol. **38**, pp. 377-386, 1971
- 21) 陳玳珩, 西谷弘信：“板状接合試験片における特異応力場の強さ,” 日本機械学会論文集 A 編, Vol. **59**, No. 567, pp. 2682-2686, 1993

- 22) 西谷弘信, 川村壮司, 藤崎 渉, 福田孝之: “FEM による
板材の応力拡大係数と応力集中係数の高精度決定法,” 日本
機械学会論文集 A 編, Vol. **65**, No. 629, pp. 26–31, 1999
- 23) 村上敬宜: “有限要素法による応力拡大係数の簡便決定法,”
日本機械学会論文集, Vol. **42**, No. 360, pp. 2305–2315, 1976
- 24) 木須博行, 結城良治, 北川英夫: “境界要素法による表面き
裂の応力拡大係数の解析: 第 2 報, 応力拡大係数の精度よ
い決定法,” 日本機械学会論文集 A 編, Vol. **51**, No. 463, pp.
660–669, 1985
- 25) 古口日出男, 中島正人: “三層三次元異材接合体角部の特異
応力場に対する接着層厚さの影響: 外力が作用する場合,”
日本機械学会論文集 A 編, Vol. **76**, No. 768, pp. 1110–1118,
2010
- 26) 倉橋貴彦, 渡辺裕太郎, 近藤俊美, 古口日出男: “三次元特
異性オーダを用いた Akin 特異要素による異材接合体の界面
端角部近傍における特異応力場の評価 (四面体要素と特異
要素使用時の結果の比較),” 日本機械学会論文集, Vol. **80**,
- No. 809, DOI:10.1299/transjsme.2014 cm0017, 2014
- 27) 古口日出男, 横山洗幾, Luangarpa Chonlada: “保存積分によ
る三次元異材接合体界面端の特異応力場の強さ (積分半
径, 要素サイズおよび接合体幅の影響),” 日本機械学会論
文集, Vol. **82**, No. 83, DOI:10.1299/transjsme.15-00372, 2016
- 28) 宮崎達二郎, 井上卓真, 野田尚昭, 佐野義一: “3 次元異材
接合体の界面端角部に生じる特異応力場の近似評価法につ
いて,” 日本機械学会論文集, 印刷中

付録: 2 次元平面ひずみモデルにおける特異応力場の強さ

陳, 西谷²¹⁾ や野田^{9)~12),14)} らは Fig. 7(a) のような 2 次元
平面ひずみモデルの特異応力場の強さ ISSF について, 体積
法を用いて精度良く解析した。ここでは, 特異応力場が
生じる $\lambda < 1$ (Bad pair) の範囲だけでなく特異応力場が生じ
ない材料の組み合わせ $\lambda > 1$ (Good pair) についても解析を
行い, 結果を Table A1 と Fig. A1 に示す。Table A1 と Fig.

Table A1. F_σ at interface corner point in bonded plate

$\alpha \backslash \beta$	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4
-1.00	0.540	0.446	0.395	0.357	0.332	—	—	—	—
-0.95	0.643	0.491	0.422	0.381	0.349	—	—	—	—
-0.90	0.726	0.534	0.456	0.412	0.381	—	—	—	—
-0.80	1.000	0.636	0.538	0.487	0.450	—	—	—	—
-0.70	1.855	0.800	0.626	0.558	0.486	—	—	—	—
-0.60	3.291	1.000	0.724	0.638	0.559	0.505	—	—	—
-0.50	—	1.264	0.842	0.722	0.635	0.551	—	—	—
-0.40	—	1.467	1.000	0.822	0.718	0.615	—	—	—
-0.30	—	1.609	1.118	0.913	0.796	0.697	—	—	—
-0.20	—	1.690	1.153	1.000	0.889	0.797	0.404	—	—
-0.10	—	—	1.103	1.037	0.955	0.890	0.767	—	—
0.00	—	—	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	—	—
0.10	—	—	0.767	0.890	0.955	1.037	1.103	—	—
0.20	—	—	0.404	0.797	0.889	1.000	1.153	1.690	—
0.30	—	—	—	0.697	0.796	0.913	1.118	1.609	—
0.40	—	—	—	0.615	0.718	0.822	1.000	1.467	—
0.50	—	—	—	0.551	0.635	0.722	0.842	1.264	—
0.60	—	—	—	0.505	0.559	0.638	0.724	1.000	3.291
0.70	—	—	—	—	0.486	0.558	0.626	0.800	1.855
0.80	—	—	—	—	0.450	0.487	0.538	0.636	1.000
0.90	—	—	—	—	0.381	0.412	0.456	0.534	0.726
0.95	—	—	—	—	0.349	0.381	0.422	0.491	0.643
1.00	—	—	—	—	0.332	0.357	0.395	0.446	0.540

* In bold frame line: Bad pair and Equal pair

When $\lambda < 1$ (Bad pair), $F_\sigma < 1$ When $\lambda = 1$ (Equal pair), $F_\sigma = 1$ When $\lambda > 1$ (Good pair), $F_\sigma > 1$

Fig. A1 F_σ for bonded plate

A1 は $h/W \geq 1$ の場合に相当する。Fig. A1 には特異性指数 $\lambda > 1$ となる $F_{\sigma}^{2D} = K_{\sigma}^{2D}/(\sigma W^{1-\lambda})$ の範囲もあわせて示している。接着剤による接合界面端部の応力分布は、FEM では直接求めることができないが、寸法の異なる接着接合板の

ISSF の比ならば FEM で求めることができるので、どちらかの ISSF が既知であれば、求めたい問題の ISSF について知ることができる。

著者紹介

野田尚昭 (のだ なおあき)

1984 年九州大学大学院工学研究科機械工学専攻博士課程単位取得満期退学，工学博士。同年九州工業大学講師，87 年助教授，03 年教授。85 年リーハイ大学客員研究員，96 年山東工業大学客座教授，03 年華東交通大学兼職教授，05 年サリー大学客員研究員，08 年山東大学客座教授，10 年河南科技大学兼職教授。

佐野義一 (さの よしかず)

1964 年九州大学大学院機械工学専攻修士課程修了。同年，日立金属（株）若松工場に入社。02 年（株）日立金属若松技術顧問。04 年九州食上能力開発大学校特任教授，九州大学学術研究員。10 年より九州工業大学支援研究員。博士（工学）。技術士（金属・金属加工部門）。

任 飛 (にん ひ)

2014 年山東大学機械工学専攻修士課程修了。現在，九州工業大学大学院工学府機械知能工学専攻博士後期課程在学中。接着継手の強度評価に関する研究に従事。

高瀬 康 (たかせ やすし)

1985 年九州工業大学機械工学科勤務。93 年九州工業大学工学部設計生産工学科夜間主コース卒業。02 年技術専門職員。07 年強度研究用試験片の応力集中に関する研究で博士（工学）取得。

高木 怜 (たかき れい)

2017 年九州工業大学機械知能工学科卒業。現在，同大学大学院工学府機械知能工学専攻博士前期課程在学中。接着継手の強度評価に関する研究に従事。

宮崎達二郎 (みやざき たつじろう)

2003 年九州大学大学院機械科学専攻博士後期課程修了。博士（工学）。同年琉球大学工学部機械システム工学科講師。現在，准教授。金属疲労とその補修，接着接合材の強度に関する研究に従事。

坪井健二 (つばい けんじ)

現在，九州工業大学工学部機械知能工学科在学中。接着継手の強度評価に関する研究に従事。