熱流体シミュレーション技術

Numerical Simulation of Heat and Fluid Flow

中山 顕*

1. はじめに

最近では、熱流体関連の教科書にも、数値シミュレーションに関する一節を設けるものが珍しくなくなった。グラフィックス処理された計算結果をふんだんに載せた数値計算の入門書また解説書にいたっては、熱流体分野を専門としない者をも魅了するに充分である。私の研究室の書架にも数値解析に関する入門書、解説書の類が多くある。しかし、数値解析の初心者をして、ナビエ・ストークスの式が、プログラミングできるレベルに導くところに目標を設定し、成功している例は極めて少なく、その意味においてパタンカーの名著¹⁾「熱移動と流れの数値解析」(水谷・香月訳)は、高く評価される。物理現象を念頭に置いた有限差分法(有限体積法)は、従来の応用数学的議論になじめなかった多くの人達に歓迎されている。パソコンのパワーアップとパタンカーの名著による啓蒙がタイミング良く進行したことが、熱流動の数値シミュレーションの大衆化に大きく寄与した、というのが私の自論である。

本講では、種々の数値シミュレーション法に関するサーベイ的解説は行わない。読者が、これを機に熱流動の数値解析をパソコンで始められることを念頭に置き、ひとつの手法について、できる限り容易に、かついいいに解説したい。すなわち、パタンカーが推奨する有限体積法(コントロール・ボリューム法)を取り上げ、熱流体の数値シミュレーションの基礎から応用までを、著者らが公表したプログラム SUNSET²⁾に沿って、具体的

に述べてみたい。

2. 現象を支配する方程式の導出

熱流動現象を数学的に記述する上で、質量、運動量、エネルギーおよび各化学種の保存則を考える必要がある。しかし、目に見えない、運動量や熱エネルギーの輸送をイメージするのは容易ではない。幸いにも、流れに乗って各物理量が輸送される機構は、輸送の対象によらず同一であり、それ故、支配方程式も共通な形をしている。そこで、保存則を考える上で最もイメージしやすい、ある化学種(たとえば混合気中 CO_2 ガス)が輸送される場合のつり合いを例に考えてみよう。

Fig.1 に示すように、体積 $\Delta V (= \Delta x \Delta y \Delta z)$ を有する仮想の直方体(コントロール・ボリューム)を流動場中に置き、 CO_2 ガスの出入りを考える。今、混合気の密度を ρ 、また CO_2 ガスの質量分率(単位質量の混合気に含まれる CO_2 ガスの質量)を ϕ とすると、直方体の上流側の面($\Delta y \Delta z = \Delta V / \Delta x$)より単位時間に流入する CO_2 ガスの質量は、混合気の流れに乗って輸送されてくる“対流”分 $\rho \phi u \left(\frac{\Delta V}{\Delta x} \right)$ と(混合気の流れの有無に関わらず)濃度勾配を緩和すべく誘起される“拡散”分 $-\rho D \frac{\partial \phi}{\partial x} \left(\frac{\Delta V}{\Delta x} \right)$ の和で与えられる。さらに、 Δx 離れた下流側の面から流出する CO_2 ガスの質量をテイラー級数展開の最初の二項を用いて表し、両者を差し引きすると、単位時間に直方体より x 方向に流出する CO_2 ガスの質量

* Akira Nakayama

静岡大学 工学部 機械工学科 / Department of Mechanical Engineering, Shizuoka University.

が次のように求まる。

$$\left(\rho u \phi - \rho \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x}\right) \left(\frac{\Delta V}{\Delta x}\right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho u \phi - \rho \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x}\right) \left(\frac{\Delta V}{\Delta x}\right) \Delta x - \left(\rho u \phi - \rho \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x}\right) \left(\frac{\Delta V}{\Delta x}\right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho u \phi - \rho \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x}\right) \Delta V$$

これを三方向について実施すると、単位時間における正味流出量として以下が求まる。

$$\left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\rho u \phi - \rho \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho v \phi - \rho \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho w \phi - \rho \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial z}\right) \right] \Delta V$$

一方、化学反応により生成される単位時間、単位質量の混合気当たりの CO_2 ガスの質量を S とすれば、直方体内での単位時間当たりの生成量は $\rho S \Delta V$ となる。この生成量から正味流出量を引いたものが、単位時間に直方体内で増加する CO_2 ガスの質量 $\frac{\partial(\rho \phi \Delta V)}{\partial t}$ に相当するから、結局、 $\Delta V \rightarrow 0$ のもとで、以下の輸送方程式が導かれる。

$$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho u \phi - \rho \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho v \phi - \rho \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho w \phi - \rho \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial z}\right) = \rho S \quad (1)$$

(1)式は混合気中の CO_2 ガスの輸送を考え導いた物質移動の式であるが、今、質量分率 ϕ を 1、生成率 S を 0 と置くことで、混合気全体の質量の保存則、すなわち“連続の式”を導くことができる。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

同様に、 ϕ を一般従属変数、 Γ を一般拡散係数、 S を一般生成項として、そのつど、Tab.1 に示すように読み替えることで、式(1)を運動量の式（ナビエ・ストークスの式）およびエネルギーの式に対応させることができる。

ここで、 $\alpha = \frac{k}{\rho c_p} = \frac{\nu}{Pr}$ は熱拡散率、 S_h は単位時間、単位体積当たりの内部発熱量である。簡単のため、運動量の式中の体積力項、および粘性が変化する場合に出現する粘性項の一部を無視してある。なお、熱伝導の式は、エネルギーの式中の速度をすべて 0 とおくことで以下のように導かれる。

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\alpha \frac{\partial \phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\alpha \frac{\partial \phi}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\alpha \frac{\partial \phi}{\partial z}\right) = \frac{S_h}{\rho c} \quad (3)$$

3. 差分法の原理

ある領域で連続的に変化する分布を、領域内に散りばめた代表点における値の“ネットワーク”で近似し（連続的分布そのものではなく）、これら代表点の値を求め

Tab.1 Governing equations in a general form.

Governing equation	ϕ	Γ	S
Continuity	1	-	0
u -momentum	$u(2-)$	ν	$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}$
v -momentum	v	ν	$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y}$
w -momentum	w	ν	$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}$
Energy	T	α	$\frac{S_h}{\rho c_p}$

Fig.1 Derivation of transport equation.

Fig.2 Slab with internal heat generation.

ようとするのが差分法である。

今、Fig.2に示すような、一様に内部発熱する、厚みが $2H$ の板材内の定常熱伝導を考えよう。定常一次元問題であるから、式(3)より、

$$k \frac{d^2 T}{dx^2} + S_h = 0 \quad (4)$$

両端が一定温度 T_{wall} に保たれているとして、上式を解くと以下の厳密解を得る。

$$T = T_{wall} + \frac{S_h}{2k} (H^2 - x^2)$$

したがって、内部で到達する最高温度は以下となる。

$$T_{max} = T_{wall} + \frac{S_h}{2k} H^2 \quad (5)$$

次にこれを差分法で解いてみよう。中央部の厚さ H の領域（コントロール・ボリューム）にわたり、式(4)を積分する。

$$-k \frac{dT}{dx} \Big|_{x=H/2} + k \frac{dT}{dx} \Big|_{x=-H/2} = S_h H \quad (6)$$

(6)式は、コントロール・ボリュームの両面から熱伝導で流出する熱量とコントロール・ボリューム内の発熱量のつり合いを示していることが分かる（差分法の中でも、このようにコントロール・ボリュームにわたり積分する操作より差分式を導出する方法を、有限体積法またはコントロール・ボリューム法と呼ぶ）。無謀と思うであろうが、板断面の中央（ $x=0$ ）に、たったひとつ代表点を置き、その点の未知の温度を T_{max} で表示する。この T_{max} を用いて、上式左辺の二項を以下で近似する。

$$-k \frac{dT}{dx} \Big|_{x=H/2} = k \frac{dT}{dx} \Big|_{x=-H/2} = k \frac{T_{max} - T_{wall}}{H}$$

これを式(6)に代入し、

$$2k \frac{T_{max} - T_{wall}}{H} = S_h H$$

この代数式を T_{max} について解くと“厳密解”（式(5)）を得る。たった1点の代表点（格子点）を内部に置いただけで厳密解が得られたのは、たまたま解が放物線分布であったためで、一般には、期待する解の精度に応じて多数の代表点を分布させる。その代表点の数だけ代数式が得られるから、それらを連立させ、代表点の温度を決定する。

4. スタッガード格子

ところで、流れの数値解析における最大の難しさは、圧力場の取り扱いにある。運動量の式を解く際、必要となる圧力場の情報を、圧力とは一見関係がなさそうな連続の式(2)より引き出さなくてはならないところに難しさがある。パタンカーの有限体積法（SIMPLE法）は圧力そのものではなく、その補正量を従属変数とする“圧力補正式”を、連続の式の変形として扱う。

圧力補正式より得られる圧力の情報を、効果的に運動方程式中にフィードバックするには、各速度を圧力の定義点を囲むコントロール・ボリュームの検査面上で定義する、“スタッガード格子”を採用する必要がある。

すなわち、Fig.3に示すように、まずコントロール・ボリュームの検査面（実線）を、計算領域の境界面と重なるよう設定する。そして、コントロール・ボリュームの中心に圧力、温度などのスカラー量を、また検査面上に垂直に各速度成分を定義する。スタッガード格子配列では、各速度成分がその上流と下流の圧力差に強く支配されるという物理的効果を合理的に配慮しており、計算を暴走させる波状圧力場の形成を抑えている。

5. 差分式の導出

我々は熱流動を司る各支配方程式を一般形保存式(1)の形でおさえている。したがって、一般形保存式の差分形

Fig.3 Staggered grid system.

を求めておけば、Tab.1を対応させるだけで各支配方程式の差分形は判明するわけで、個別に差分形を考える必要はない。

差分式を導出するに当たり、Fig.4の実線で囲むコントロール・ボリューム $\Delta x \Delta y$ に注目する。大文字、 P (極), E (東), W (西), N (北) は隣接する定義点を示し、小文字は検査面を示す。 f_n, f_s, f_e および f_w は、検査面上の ϕ 値を内挿し求める際、必要となる係数で、等間隔格子の場合はすべて1/2となる。

式(1)を二次元非圧縮性流体 (ただし、温度差に起因する浮力は考慮) について書き直す。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(u\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) = S$$

これを、実線で囲むスカラー・コントロール・ボリューム $\Delta x \Delta y$ にわたり積分する。

Fig.4 Grid nomenclature.

$$\frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} \int_s^w \int_e^e \frac{\partial \phi}{\partial t} dx dy dt + \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} \int_s^w \int_e^e \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(u\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \right\} dx dy dt = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} \int_s^w \int_e^e S dx dy dt$$

なお、時間については積分したのち、時間刻みで除してある。各項は以下のように差分近似しうる。

非定常項

$$\frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} \int_s^w \int_e^e \frac{\partial \phi}{\partial t} dx dy dt = \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} (\phi_P - \phi_P^o)$$

空間輸送項

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} \int_s^w \int_e^e \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(u\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \right\} dx dy dt &= \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} \left\{ \left(u\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w^e \Delta y + \left(v\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_s^n \Delta x \right\} dt \\ &= f_t \left\{ \left(u\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w^e \Delta y + \left(v\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_s^n \Delta x \right\} + (1-f_t) \left\{ \left(u\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w^e \Delta y + \left(v\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_s^n \Delta x \right\}^o \end{aligned}$$

ソース項

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} \int_s^w \int_e^e S dx dy dt &= S_P \Delta x \Delta y \\ &= (SC_P + SP_P \phi_P) \Delta x \Delta y \end{aligned}$$

上添字 o は旧時刻の値を示し、上添字なしは新時刻の値を示す。 f_t は時間に関する重み係数で、 f_t が0が陽解法、1が完全陰解法そして1/2がクランク・ニコルソン法に対応する。時間刻みの自由度また計算の安定性の点から、バタンカーは陰解法を推奨している。計算の安定化を図るべく、ソース項には線形化 (ただし、 SP_P は0または負) が施されている。以上の項を式(1)に代入し、整理すると、以下の差分式が得られる。

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \quad (6)$$

$$a_E = -f_e F_e + \frac{\Gamma_e \Delta y}{(\delta x)_e},$$

$$a_W = f_w F_w + \frac{\Gamma_w \Delta y}{(\delta x)_w},$$

$$a_N = -f_n F_n + \frac{\Gamma_n \Delta x}{(\delta y)_n},$$

$$a_S = f_s F_s + \frac{\Gamma_s \Delta x}{(\delta y)_s} \quad (7a)$$

$$\begin{aligned} a_P &= \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} + a_E + a_W + a_N + a_S + F_e - F_w \\ &\quad + F_n - F_s - SP_P \Delta x \Delta y \end{aligned} \quad (7b)$$

$$b = SC_P \Delta x \Delta y + \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} \phi_P^o \quad (7c)$$

$$F_e = u_e \Delta y, F_w = u_w \Delta y, F_n = v_n \Delta x, F_s = v_s \Delta x \quad (7d)$$

上の一般差分式の ϕ , Γ および S をTab.1に示すエネルギー保存式に対応させれば、エネルギーの式の差分式が得られる。なお、 u および v 運動量の式について

Fig.5 Pressure control volume.

は、前述のように、それぞれ東西および南北にずらして考える。たとえば、 u 運動量の式については Fig.4 において波線で示すように、スカラー・コントロール・ボリュームの e 検査面をはさみスカラー定義点 E および P が東検査面および西検査面に位置するコントロール・ボリュームを考えればよい。

$$a_P u_P = a_E u_E + a_W u_W + a_N u_N + a_S u_S + \Delta y (p_w - p_e) + b \quad (8)$$

なお、圧力項については特別な配慮を要するため b から切り放して考える。添字はあくまでも各コントロール・ボリュームの極に相対的な位置関係を示している。したがって、式(6)と(8)において、同じ記号で書かれた係数間でも値が異なる点に留意してほしい。

注目する支配方程式に対して、差分式(6)を計算領域内部の個々の定義点について書き下ろすことにより、定義点の数だけの代数式が得られるから、これらを連立させて解けば、個々の定義点における ϕ の値が求まる。連立方程式の効果的解法として三項対角行列アルゴリズム (TDMA) がよく使用される。この解法の原理については他の書^{1),2)}を参考にしてほしい。

なお、対流が支配的な流動場を扱うにあたっては、対流項 (移流項) を修正する必要があるが、パタンカーは以下のハイブリッド法を提案している。

$$a_E = \max.(a_E, -F_e, 0), \quad a_W = \max.(a_W, F_w, 0), \\ a_N = \max.(a_N, -F_n, 0), \quad a_S = \max.(a_S, F_s, 0)$$

6. 圧力補正式の導出

流れの解析の難しさは圧力の取り扱いに集約されることは既に述べた。ここでは、連続の式より圧力場の情報を引き出すための圧力補正式を導くことで、SIMPLE法の核心に触れておこう。まず、下準備として、真の速度 u を仮の圧力場 $\bar{p}$ のもとで運動量の式(8)より得た予測値 $\bar{u}$ とその補正值 u' の和で表現する。

$$u = \bar{u} + u' \quad (9a)$$

真の圧力を同様に、

$$p = \bar{p} + p' \quad (9b)$$

この二式を u 運動量の式の差分式(8)に代入し、予測値 $\bar{u}$ と $\bar{p}$ のセットが (連続の式を満たすとは限らないが)、 u 運動量の式を満たす点に留意し、 $\bar{u}$ と $\bar{p}$ に付随する項を消去する。

$$a_P u'_P = \Delta y (p'_w - p'_e) + [a_E u'_E + a_W u'_W + a_N u'_N + a_S u'_S] \quad (10)$$

ここで、右辺では第一項目の圧力補正の項が支配的と考え第二項を無視する (繰り返し計算の過程において、このような曖昧な操作が許されるのは、対象としているのが補正量であり、いずれすべての補正量が 0 に収束すると予期しうるからである)。

$$u'_P = d_x (p'_w - p'_e) \quad \text{ここで、} d_x = \Delta y / a_P \quad (11)$$

v 運動量の式についても同様に考え、

$$v'_P = d_y (p'_s - p'_n) \quad \text{ここで、} d_y = \Delta x / a_P \quad (12)$$

以上の下準備のもとで、Fig.5 のスカラー・コントロール・ボリュームについて連続の式を考えよう。連続の式

の差分式は、式(6)に (Tab.1 に対応させ) $\phi=1$ および $SC_p=SP_p=0$ を代入し得られる。

$$F_e - F_w + F_n - F_s = 0 \quad (13)$$

ここで、先ほど同様に F を予測値と補正值に分解し書き直すと、

$$\begin{aligned} u'_e \Delta y - u'_w \Delta y + v'_n \Delta x - v'_s \Delta x \\ = \bar{F}_w - \bar{F}_e + \bar{F}_s - \bar{F}_n \end{aligned} \quad (14)$$

Fig.5 の位置関係に留意し、速度補正を圧力補正に置き換えると、一般形差分式(6)と全く同形の圧力補正式(15)が求まる。

$$a_F p'_F = a_E p'_E + a_W p'_W + a_N p'_N + a_S p'_S + b \quad (15)$$

ここで、

$$\begin{aligned} a_E &= \Delta y d_{x_e} & a_W &= \Delta y d_{x_w} \\ a_N &= \Delta x d_{y_n} & a_S &= \Delta x d_{y_s} \end{aligned} \quad (16a)$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S \quad (16b)$$

$$b = \bar{F}_w - \bar{F}_e + \bar{F}_s - \bar{F}_n \quad (16c)$$

圧力補正式(15)の境界条件はいたって簡単であり、これが SIMPLE 法の大きな利点のひとつとなっている。すなわち、境界での圧力が既知の場合はそこの圧力補正值 p' を 0 と置き、また、境界での速度が既知の場合は

Fig.6 Metal rod of rectangular cross-section.

Fig.7 Isotherms after 3 minutes of cooling.

式(11)および(12)に従い、境界に垂直な p' 勾配を 0 と置けばよい。

以上で、全ての差分式が導出された。これらの差分式を SIMPLE では、以下の手順で解く。

- ① u および v 運動量の式を解き $\bar{u}$, $\bar{v}$ を得る。
- ② この $\bar{u}$, $\bar{v}$ を用い、圧力補正式(15)より p' を得る。
- ③ 式 (9, 11, 12) を用いて速度場と圧力場を修正する。
- ④ エネルギーの式等のスカラー保存式を解く。
- ⑤ ①から④までを収束するまで繰り返す。

7. 応用例

本研究室で開発した熱流体解析用プログラム SUNSET (Solver for Unsteady Navier-Stokes Equation; Tow-Dimensional) は、これまでに国内外の多くの研究者および実務者に使用されてきている。以下に SUNSET の特徴を列挙してみよう。

- ① 平面問題および旋回流を伴う軸対象問題が扱える。
- ② 定常または非定常問題の指定ができる。
- ③ 任意の形状、初期および境界条件が設定でき、かつこれらの入力が非常に容易である。
- ④ 熱伝導、自然対流、強制対流および複合対流が扱える。
- ⑤ 層流と乱流が扱える (渦粘性モデルはユーザーが組み込む)。
- ⑥ 新たに支配方程式を加えたり容易にプログラムの拡張が図れる。

なお、今回は紙面の都合上触れられなかったが、現実

(a) Velocity vectors

(b) Pressure contours

(c) Turbulence kinetic energy contours

Fig.8 Turbulent flow around a car.

Fig.9 Swirling turbulent flow of hot fluid in a cylindrical chamber.

Fig.10 Mixed convective turbulent flow of hot fluid in a ventilated room.

の問題においては乱流場に遭遇することも多く、二方程式乱流モデルを組み込んだ改良版 SAINTS⁹⁾も公表されている。

非定常熱伝導問題の一例として Fig.6 に示す金属塊の冷却問題を考える。金属塊の初期温度、密度、比熱および熱伝導率をそれぞれ $T_{init}=1000^{\circ}\text{C}$, $\rho=7850\text{ kg/m}^3$, $c=460\text{ J/kg}^{\circ}\text{C}$, $k=52\text{ W/m}^{\circ}\text{C}$ とし、周囲冷却液温度は $T_B=100^{\circ}\text{C}$ と一定で、熱伝達率を $h=10^4\text{ W/m}^2\text{C}$ と仮定する。Fig.7 には中央の半断面において二次元性が仮定できるとし求めた、冷却3分後の等温線を示してある。

Fig.8 は速度 30 m/s ($=108\text{ km/hr}$) で高速道路を走る車の車体回りの乱流場を二次元モデルでシミュレートした例である。車体前方に高圧領域が、また後方に高乱れの領域が形成されているのが分かる。

Fig.9 および Fig.10 は複雑乱流を扱った例で、それぞれ軸対称流路内の旋回乱流および温風暖房時の複合対流の計算結果である。このように二次元性の制約はあるものの、かなり実際の状況に至るまでシミュレーションが可能である。

8. おわりに

ノート・パソコンで、熱流体の偏微分方程式群を解き、流線や等温線を即座にグラフ表示するというような状況を、十年前の私たちの何人が予測できたであろう。ちょ

(a) Velocity vectors

(b) Isotherms

っと前であれば、汎用機でしか処理できなかった熱流体解析用プログラムが、今や、パソコン・レベルでも十分処理できるようになった。私も、ここで紹介した二次元汎用プログラムとグラフィックスの入ったノート・パソコンは、学内外の研究打ち合わせの際いつも携える。

みなさんが数値シミュレーションを、より身近なものと感じられ、これを機にお手元のパソコンで熱流体のシミュレーションを始められることを期待しつつ、本講を閉じたい。

参考文献

- 1) S.V.Patankar (水谷・香月訳): コンピューターによる熱移動と流れの数値解析, 森北出版, (1985)
- 2) 香月正司, 中山顕: 熱流動の数値シミュレーション, 森北出版, (1990)
- 3) A.Nakayama: PC-Aided Numerical Heat Transfer and Convective Flow, CRC Press, Boca Raton, (1995) 177-250.

【執筆者紹介】

中山 顕(なかやま あきら)

1981年, イリノイ大学大学院博士課程修了。1982年, 静岡大学工学部機械工学科講師, 1983年, 助助教授, 1994年, 同教授。Ph. D.