高速フーリエ変換法を用いたセレーシヨンの評価

古田 昌伸*・中山 栄浩**

Journal of Japan Institute of Light Metals, Vol. 54, No. 2 (2004), pp. 51-56

Evaluation of serration using the fast Fourier transform method

Masanobu FURUTA* and Yoshihiro NAKAYAMA**

Fast Fourier Transform (FFT) method was applied in order to evaluate a repeated load drop (serration) observed in the load-time curves in the tensile test. 5083 aluminum alloy plates were tested in tension at temperatures between 203 K and 333 K using an Instron type tensile test machine. Changes in repeated load drops with the deformation temperature were characterized by a conventional method (mean amplitude ΔL_m and number N of load drops) and FFT method (maximum amplitude C_{max} and peak frequency f_p derived from the Fourier spectrum). C_{max} and f_p were compared with ΔL_m and N , respectively. The comparison showed the reasonable agreement between f_p and N , as well as that of C_{max} and ΔL_m . In evaluation of the serration using FFT method, there was no artificial reading error and reliable analysis could be carried out in a short time. Therefore it suggests that FFT method is suitable for the investigation of the serration.

(Received July 1, 2003)

Keywords: serration, Fast Fourier Transform method, peak frequency, maximum amplitude of spectrum, 5083 aluminum alloy

1. 緒 言

ある種のアルミニウム合金板材に塑性変形を加えると、板表面にひずみ模様が発生することがあり、これらの板材の引張試験ではひずみ模様の発生に対応して応力変動（セレーション）が観察される。セレーションが発生するひずみ（臨界ひずみ）や応力変動の大きさ（応力振幅）およびその発生頻度は、変形条件やマイクロ組織に依存して変化する^{1)~3)}ことが知られているが、なかでも測定が容易で明瞭な変形条件・マイクロ組織依存性を示す臨界ひずみは多くの研究者に取上げられてきた。一方、応力振幅や発生頻度に相当する値を用いてセレーションを検討した報告^{1),4)}もわずかにみられるが、それらの値の測定方法は種々様々で統一されていないことから、厳密な比較検討を行う際には支障をきたす。また、溶質原子の種類により応力変動の状態は特徴的に変化することも知られている^{1),2),5)}ので、マイクロ組織や変形条件がセレーションに及ぼす影響についてより詳細に考察するためには、合理的な方法に基づき定量的に評価された応力振幅や発生頻度を用いることが重要と思われる。

著者らは、応力振幅や発生頻度を用いてセレーションに関する検討を加えてきた³⁾が、これらの値を求める上で主に2つの問題点が挙げられた。すなわち、①変形条件やマイクロ組織に依存して、うねり状、鋸歯状あるいは両者が混在する複雑な応力変動が生ずるので、応力変動の状態を評価する際に誤差が入りやすい。②測定データの信頼性向上のため測定区間を広げると、データ処理に膨大な時間と手間が必要となる。

本研究では、代表的な波形解析法である高速フーリエ変換（Fast Fourier Transform; FFT）法を利用してセレーションの評価を試みた。具体的には、セレーションの変形温度依存性について、従来法とFFT法によるセレーション評価の比較を行うことにより検討を行った。その結果、上述した①および②の問題点がほぼ解消され、またFFT法はセレーション評価に適すると思われたので、以下に報告する。なお、FFT法の導入によるセレーションの詳細把握に伴い、多元系合金におけるセレーション発生原因（溶質原子の種類など）の特定なども期待されるが、この点に関しては機会を改めて報告する予定である。

2. フーリエ解析の基本

フーリエ変換の基礎理論や応用例は多くの文献^{6)~10)}に詳述されているので詳しい内容は省略するが、以下ではフーリエ解析の概念と高速フーリエ変換の特徴について簡単に説明する。

フーリエ変換では、任意の周期関数 $x(t)$ は特定の周波数を有する波の重ね合わせにより表すことができると仮定する。つまり、 $x(t)$ は式 (1) のフーリエ級数で与えられる。

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \left(a_k \cos \frac{2\pi k}{T} t + b_k \sin \frac{2\pi k}{T} t \right) \quad (1)$$

ここで、 t は時間、 T は周期、 a_0 , a_k および b_k はフーリエ係数と呼ばれ、次式で与えられる。

* 山梨大学大学院工学研究科大学院生（〒400-8511 山梨県甲府市武田4-3-11）。Graduate student, Graduate school of Engineering, University of Yamanashi (4-3-11, Takeda, Kofu-shi, Yamanashi, 400-8511). E-mail: g01ds010@ccn.yamanashi.ac.jp

** 山梨大学大学院医学工学総合研究部（甲府市）。Interdisciplinary Graduate School of Medicine and Engineering, University of Yamanashi (Kofu-shi, Yamanashi).

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) dt \quad (2)$$

$$a_k = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \cos \frac{2\pi k}{T} t dt \quad (3)$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \sin \frac{2\pi k}{T} t dt \quad (4)$$

また式 (1) を複素数を使って表すと式 (5) が得られる。

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k e^{i2\pi k t / T} \quad (5)$$

ここで、 C_k は複素フーリエ係数と呼ばれ、 $C_0 = a_0/2$ 、 $C_k = (a_k - ib_k)/2$ である。さらに C_k は次式で与えられる。

$$C_k = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{-i2\pi k t / T} dt \quad (6)$$

ところで、周期 T の周期関数 $x(t)$ は、 T が無限大に近づくとき非周期関数となる。フーリエ変換はこの非周期関数を周波数表示することで得られる。

式 (6) を式 (5) に代入し、 $T \rightarrow \infty$ とすると次に示すような周波数 f の関数 $X(f)$ を得る。

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-i2\pi f t} dt \quad (7)$$

式 (7) で定義される $X(f)$ が $x(t)$ のフーリエ変換である。しかし、コンピュータ等を用いた実際の解析では離散化された有限のデータが用いられる。そこで式 (6) における $x(t)$ を、時間間隔 Δt で離散化され、1 周期 (T) あたり N 個のサンプルを有する時間信号 $f(n)$ と仮定すると、次に示す離散フーリエ変換 (Discrete Fourier Transform; DFT) $F(k)$ が導かれる。

$$F(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} f(n) e^{-i2\pi k n / N}; \quad k=0, 1, \dots, N-1 \quad (8)$$

N 点の DFT では、 N^2 回の複素数の積和演算が必要となり大変な時間を必要とする。そこで、FFT のアルゴリズムを利用することにより、計算時間を飛躍的に短縮することができる。特に $N=2^n$ の場合、FFT による計算回数は $N \log_2 N$ となり、DFT との計算速度の比は $N^2 / N \log_2 N = N / \log_2 N$ となる。

3. 実験試料

セレーションに関する報告が多く、広い温度範囲で明瞭な応力変動を示す 5083 合金 (Si: 0.14, Fe: 0.19, Cu: 0.02, Mn: 0.69, Mg: 4.55, Cr: 0.11, Zn: 0.01, Ti: 0.02 (以上, mass%), Al: 残部) の板材 (板厚: 1 mm) を実験試料に用いた。均質化のため 613 K で 1.8×10^3 s 保持した後、氷水中に急冷した試料 (平均結晶粒径: 約 $19 \mu\text{m}$) を引張試験に供した。板材の圧延方向から平行に切出した JIS7 号相当 (標点間幅: 6 mm, 板厚: 1 mm, 標点間距離: 9.8 mm) の引張試験片について、インストロンタイプの試験機を用いて引張試験を行った。クロスヘッドスピード (CHS) が 8.3×10^{-3} mm/s (初期ひずみ速度: 8.5×10^{-4} /s) の条件で、203~333 K の温

度範囲について引張試験を実施した。引張試験の実施回数は 1 条件あたり 3 回としたが、必要に応じて適宜追加した。

4. 解析手順

本来、公称応力-公称ひずみ曲線に関してセレーションを評価することが適切と思われるが、インストロンタイプの試験機ではこれらの関係は荷重-時間曲線と実質的に同じ意味を持つ。そこで以下では、Fig. 1 に示す 273 K での引張試験結果を例に、荷重-時間曲線からフーリエスペクトルを求めるまでの方法および手順について説明する。また従来、セレーションの大きさを表すために応力振幅が用いられてきたが、同様の理由により以下では荷重振幅で示すこととした。なお、本研究における荷重取込み時間 (サンプリング時間) は 50 ms である。

4.1 解析区間の設定

本研究では、荷重変動の変形温度依存性に関する検討を通じて前述した問題点の克服を検討しているので、解析区間を広く設定することが望ましい。すなわち、①周期の長いうねり状の荷重変動 (低周波数) を適正に評価するため、および②解析対象である荷重変動の数を増やすことにより信頼性の高い評価を行うため、である。一方、先に述べたように、FFT ではデータ点数が 2^n (n : 正の整数) であることが解析を行う上で基本^{7), 11)} となる。このような理由により、本研究では図中に示す解析区間 (公称ひずみ換算で 5% から最大荷重点付近) を設定した。ここでのデータ点数は 2^{13} である。

4.2 解析データの前処理

荷重は変動を伴いながら加工硬化の影響により時間の経過に伴い逐次増大する。このような場合には解析開始および終了データの値が大きく異なり、いわゆるトレンドを有する。トレンドが顕著なデータについてフーリエ変換を施すと、低周波数のスペクトル評価に悪影響を及ぼすことが知られている¹²⁾。したがって、適切な方法によりトレンドを取除いた後にフーリエ変換を行う必要がある。トレンド除去には、移動

Fig. 1 Load-time (displacement) curve of 5083 aluminum alloy tested in tension at 273 K.

Fig. 2 Load fluctuation-time curve obtained by using trend reduction and rectangular window function method.

平均（区間平均）法や最小自乗法などが知られているが、本研究では作業効率の良さから移動平均法を採用した*1。

さらにフーリエ解析では、元データから解析対象データを切出す（抽出する）際に生ずる周期のずれに関連して、解析結果に誤差が現れることが知られており、この誤差を軽減するために窓関数が用いられる^{13),14)}。窓関数には多くの種類があるが、本研究では、時間に対する波形のひずみがなく、単純な、方形波窓を採用した。

移動平均法により求めた基準線（Fig. 1: smoothed line）に基づきトレンド除去を行い、方形波窓により解析データを切出したところ Fig. 2 に示す結果が得られた。図の縦軸は式（6）および式（7）中の $x(t)$ に相当する。

4.3 FFT 法

本研究では市販のグラフ作成ソフト（KaleidaGraph）に付属された機能を利用して FFT 処理を実行した。上述の前処理が施された荷重と時間の関係（Fig. 2）に FFT 処理を施すと式（5）に示した複素フーリエ係数 C_k (a_k と b_k) が得られる。一般に複素フーリエ係数の大きさ ($|C_k| = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$) は振幅スペクトルや絶対値スペクトルなどと呼ばれ、ある周波数を有する波の振幅を表す。x 軸に周波数 f , y 軸に振幅スペクトル C をプロットすると、Fig. 3 に示すフーリエスペクトルが得られる。図に示すように、0.02 Hz および 0.5 Hz 付近においてスペクトルが極大となる。このことはセレーションを構成する荷重変動の中で、これらの周波数を有する荷重変動が主要な成分であることを示している*2。時間軸は最長で 409.55 s ($=50 \text{ ms} \times (2^{13}-1)$) であるから、0.0024 Hz ($=1/409.55$) 以上の周波数成分が検討対象となるが、Fig. 3 や予備的検討の結果から、1.0 Hz 以下の周波数を有する波を検討対象とすれば、変形温度に依存する荷重変動の詳細を把握可能と考えられたので、以下では 1.0 Hz 以下のフーリエスペクトルについて検討を進めた。

Fig. 3 Fourier spectrum diagram obtained by Fast Fourier Transform method for load fluctuation-time curve shown in Fig. 2.

Fig. 4 Effects of deformation temperature on the load-time curves.

5. 実験結果および考察

5.1 FFT 法によるセレーション評価

従来の分類では、変形温度の上昇に伴い臨界ひずみが減少するセレーションを A タイプ、逆に増大する場合を B タイプ、両者の中間温度で臨界ひずみが温度に依存しないほぼゼロである場合を A+B タイプと呼び区別している。A タイプセレーションでは変動周期が長く緩やかな荷重変動（うねり成分）、B タイプでは規則的で急激な荷重変動（鋸歯成分）、A+B タイプではうねり成分と鋸歯成分とが混在する荷重変動を示すことが知られている。このような状況は Fig. 4 に示

*1 最小自乗法によりトレンドを除去した場合についても検討したが、移動平均法と同様な解析結果が得られることを確認した。

*2 1.0 や 1.5 Hz 付近におけるスペクトルも若干増加する傾向を示すが、これは周波数が 0.5 Hz である波の高調波成分である。

Fig. 5 Effects of deformation temperature on the Fourier spectrum diagrams.

す荷重-時間曲線でも同様に観察され、詳細は後述する (Fig. 6) が、臨界ひずみの温度依存性に基づき分類すると、213~253 K では A タイプ、263~303 K では A+B タイプ、308~328 K では B タイプのセレーションとなる。

Fig. 4 の荷重-時間曲線から求めたフーリエスペクトルを Fig. 5 に示す。セレーションが発生しない 203 K の変形温度では、基本周波数成分 ($0.0024=1/409.55$ Hz) 以外の周波数におけるスペクトルはゼロである。A タイプが発生する 233 K および 253 K の変形温度では、1.0 Hz 以下の周波数帯においてスペクトルが増大したが、なかでも、0.02 Hz 付近におけるスペクトルの増大が明瞭である。このことから、0.02 Hz 付近の周波数を有する荷重変動により、A タイプセレーションが特徴づけられていることが理解できる。一方 B タイプが発生する 318 K では、すべての周波数帯でスペクトルが増大するが、特に 0.3 ± 0.1 Hz の比較的広い周波数帯で増大傾向が明瞭であることから、B タイプセレーションは 0.3 Hz 付近の荷重変動により特徴づけて良いように思われる。また、この周波数帯内におけるスペクトルに変動がみられることも B タイプの特徴と思われる。A+B タイプの結果 (293 K や 263 K) をみると、温度低下に伴い上述の B タイプに関連するスペクトルは高周波数側へシフト (293 K で約 0.4 Hz、263 K で約 0.6 Hz) し、またその振幅スペクトルは減少するが、A タイプに関連するスペクトルは振幅が増大傾向を示すものの周波数は 0.02 Hz 付近ではほぼ一定である。詳細は後述するが、B タイプに関連するスペクトルが温度上昇に伴い低周波数側にシフトする現象は、1 回の荷重変動に伴う降下量に関連すると考えられる。また、B タイプが支配的と考えられる 318 K の変形温度においても、0.02 Hz 付近のスペクトルが増大していることから、B タイプにはうねり成分 (A タイプ) も混在している状況が示唆される。

このように FFT 法を用いると、荷重の変動状態およびその温度依存性を詳細に把握することが可能と思われた。一般に

Fig. 6 Changes in peak frequency f_p and number of load drop N with deformation temperature.

波形解析における定量評価では、2 乗平均値やパワースペクトル密度関数などを用いる^{(15)~(17)} ことが多いが、以下ではフーリエスペクトルから得られる振幅の最大値 (最大振幅スペクトル: C_{max}) とその値を示す周波数 (ピーク周波数: f_p) の 2 つ^{*3} を取上げ、従来の評価法との比較を行った。

5.2 従来法と FFT 法による比較

変形温度の上昇に伴う f_p の変化を、従来法による発生頻度 N と比較して Fig. 6 に示す。図中の N は、28~32% の公称ひずみ範囲において生ずる荷重の変動回数を読み取り、1% ひずみあたりの発生回数に換算した値である。

213 から 263 K における f_p はほぼ一定で 0.02 Hz 付近の値を示すことから、この温度範囲ではうねり成分に関連した A タイプセレーションが支配的であるといえる。273 や 283 K に至ると、B タイプに関連する周波数帯 (0.3~0.6 Hz) における振幅スペクトルが増大し、A タイプ (0.02 Hz 付近) の振幅スペクトルとほぼ同等となるため、試料によってピーク周波数が変動 (2 極化) する傾向を示す。温度が 293 K に達すると、B タイプに関連する周波数帯での振幅スペクトルが増大する結果、 f_p は 0.4 Hz 付近の値となる。ここで、「A タイプ = うねり状、B タイプ = 鋸歯状の荷重変動」を仮定すると、 f_p の変化に基づき各タイプのセレーションが発生する温度範囲を定めることができる。図に示した臨界ひずみの変化に基づく温度範囲との比較では、 f_p から求めた A+B タイプの温度範囲が狭くなる傾向を示すものの両者は良い一致を示すことから、 f_p はセレーションのタイプを検討可能な重要な値であると考えられる。

293 K 以上の変形温度では、温度上昇に伴い B タイプに関連する f_p は減少するが、この現象は荷重変動幅の増大 (Fig.

*3 荷重 (応力) の変動幅とその発生頻度を用いてセレーションの評価が行われてきた経緯を考慮して、この 2 つの値を選んだ。

Fig. 7 Changes in maximum amplitude of spectrum C_{max} and mean amplitude of load drop ΔL_m with deformation temperature.

7 参照) から説明することができる。Fig. 1 (拡大図) に示したように、鋸歯状の荷重変動では、急激な荷重降下が始まったレベルまで荷重が回復した時点で後続の荷重降下が生ずる。試験機や試験片の剛性あるいは変形速度などに関連するが、このような荷重変動では時間（変位）に対する荷重の降下および上昇割合はほぼ一定であるため、荷重降下量の増加に伴い変動周期は増大することになる。

一方従来法による発生頻度 N をみると、223 K から 253 K まで緩やかに増大し、263 K 付近でピーク値を示した後、変形温度の上昇に伴い低下した。 f_p との比較では、特に 283 K 以下の変形温度で両者の変化が相違するようであるが、これは N と f_p の測定範囲が一致しないこと以上に、両者の定義に起因する現象と思われる。前述のように、荷重の変動周期と無関係に変動回数を計測することにより N を求めたのに対して、 f_p はフーリエ変換の解析対象に含まれる様々な周波数成分（変動周期）を有する荷重変動の中で寄与度が最も高い荷重変動の周波数を表している。本研究の荷重変動について考えてみると、 N はうねりあるいは鋸歯成分と無関係にすべての荷重変動を評価対象とするのに対して、 f_p はうねりあるいは鋸歯成分のいずれかを評価することになる。特に、うねり成分の中に鋸歯成分が混在し逐次鋸歯成分が増大する変形温度（A から A+B への変化）では、 N は増大するのにに対して f_p はうねり成分（A : 0.02 Hz 付近）のみを捉えるために一定となる。他方鋸歯成分がうねり成分より顕著となる変形温度（A+B から B への変化）では、 N はうねり成分を捉えることが困難となり鋸歯成分のみが計測される状況になるので、 f_p と同等な変化を示すと思われる。

ところで、本研究のように変形速度が一定の引張試験では、次式により N (1% strain⁻¹) を f_p (Hz) に換算することができる。

$$f_p = N \times \frac{\text{CHS}}{\text{GL}} \times 100 \quad (9)$$

ここで、CHS はクロスヘッドスピード (8.33×10^{-3} mm/s)、GL は試験片の標点間距離 (9.8 mm) である。

結果は省略するが、Fig. 6 の N を式 (9) により換算した

Fig. 8 Plots of contribution ratios (W_A : A-type, W_B : B-type) against deformation temperature.

ところ、283 K 以上の変形温度では N と f_p は良好な一致を示すことが確認された。

最大振幅スペクトル C_{max} および従来法による荷重振幅 ΔL_m を変形温度に対してプロットすると Fig. 7 に示す関係が得られた。 C_{max} と ΔL_m の絶対値は大きく異なり、また高温での C_{max} には比較的大きな変動がみられるが、これは両者の定義に起因すると考えられる。 ΔL_m は測定範囲（公称ひずみ：28~32%）に含まれるすべての荷重変動の単純平均を表すのに対して、 C_{max} は最も寄与度が高い荷重変動（周波数 f_p ）の振幅スペクトルであるので、両者の値が一致しないのは当然といえる。また、振幅スペクトル (Fig. 5) から明らかにように、高温での C_{max} は f_p に対応して敏感に変化するが、平均値で与えられる ΔL_m は変動し難いと考えられる。しかし両者は、いずれも荷重変動の大きさに関連する値なので、変形温度に対しては類似の変化を示すことが予想され、実験結果にも同様な傾向が確認される。なお、213 および 328 K で ΔL_m あるいは C_{max} が大きく減少するのは、臨界ひずみの増大に伴う変化である。

以上から、従来法の ΔL_m (あるいは $\Delta \sigma_m$) による評価をフーリエ変換の C_{max} で置き換えることは妥当であると考えられる。すなわち、「A タイプ = うねり状、B タイプ = 鋸歯状の荷重変動」を仮定すると、A および B タイプの荷重変動はピーク周波数 f_p (A タイプ : 0.02 Hz 付近, B タイプ : 0.3~0.6 Hz) とそれぞれの最大振幅スペクトル C_{max} で特徴付けられることが明らかとなった。

ところで、 f_p や C_{max} は最も主要な周波数成分を有する荷重変動に関する情報しか与えない。このことが f_p と ϵ_c によるセレーション分類（温度範囲）で微妙な相違を生じた一因とも考えられる。また、変形温度に伴い A および B タイプの混在状況が変化することを考えると、両者の存在割合を表す値を用いて検討することが必要と思われる。そこで、以下の方法により両者の寄与度を求め検討を進めた。

$$W_A = \frac{\sum_{f=0.0048}^{0.1} C_f}{\sum_{f=0.0048}^{1.0} C_f} \quad (10)$$

$$W_B = \frac{\sum_{f=f_p-0.05}^{f_p+0.05} C_f}{\sum_{f=0.0048}^{1.0} C_f} \quad (11)$$

ここで、 C_f は周波数 f (Hz) の振幅スペクトルである。AタイプについてはFig. 5およびFig. 6の結果から0.0048~0.1 Hz、Bタイプについては f_p が変形温度に依存して変化することを考慮して $f_p-0.05 \sim f_p+0.05$ Hzの周波数範囲において振幅スペクトルの和を求め、検討対象全体(0.0048~1.0 Hz)に対する割合を式(10)および式(11)で計算することにより、AおよびBタイプセレーションの寄与度を評価した。なお、基本周波数(0.0024 Hz)は対象から除外したので、総和 Σ の下極限値は0.0048となる。

W_A や W_B の変形温度に対する変化と従来法(ϵ_c)および f_p に基づき求めたセレーションの分類(温度範囲)をFig. 8に示す。図に示した W_A および W_B の変化から、変形温度を3つの範囲に分類することができる。すなわち、①温度上昇に伴い W_A は低下するが W_B はほぼ一定(ゼロ)である温度範囲(213~243 K)、② W_A が減少する中で、 W_B が突如増大しその後一定となる温度範囲(253~303 K)、③ W_A および W_B がともに緩やかに増大する温度範囲(308~328 K)、である。これらの3つの温度範囲は、従来法(ϵ_c)によるセレーションの分類と非常に良く一致する。従来、セレーション形態が ϵ_c の温度依存性で分類されてきた経緯を考えると、フーリエ変換により求められた W_A や W_B あるいは f_p などの特性値を用いて同様な評価が行えることは、セレーション評価に関する新たな提案のひとつと思われる。

6. 結 言

フーリエ変換を用いてセレーションの評価を試みた。5083合金で測定された荷重変動の変形温度依存性を評価対象と

し、従来法との比較を交えながらフーリエ変換法による荷重変動評価の可能性を検討した結果、次の結論を得た。

(1) フーリエ変換で得られるピーク周波数 f_p と最大振幅スペクトル C_{max} を従来法による発生頻度 N および荷重振幅 ΔL_m と比較検討した結果、 N を f_p で ΔL_m を C_{max} で置き換えると荷重の変動状況を把握可能であることが明らかとなった。また臨界ひずみ ϵ_c の変形温度依存性との比較から、 f_p あるいは荷重変動の寄与度 W_A や W_B を用いてセレーション形態の分類が可能であることが明らかとなった。

(2) フーリエ変換を用いた荷重変動の評価では、人為的な読取り誤差がなく、信頼性の高い解析が短時間で行えることが明らかとなった。つまり、フーリエ変換はセレーション評価に対して有用な手段であると思われる。

本研究は、社団法人日本アルミニウム協会、社団法人軽金属奨学会および財団法人天田金属加工機械技術振興財団より助成頂いた。また、実験試料をご提供頂いたスカイアルミニウム株式会社佐久間尚幸氏ならびに高速フーリエ変換の適用にあたり有益なご助言を頂いた山梨大学工学部清水毅氏に深甚なる謝意を申し添える。

参 考 文 献

- 1) 池野 進, 渡辺徹也, 多々静夫: 日本金属学会誌, **47** (1983), 231.
- 2) 小林俊郎, 新家光雄, 池田浩一: 軽金属, **36** (1986), 555.
- 3) 中山栄浩, 成毛康一郎: 軽金属, **51** (2001), 346.
- 4) H. Fujita, T. Tabata: Acta Met., **25** (1977), 793.
- 5) 金谷輝人, 吉岡和樹, 田代 勤: 軽金属, **47** (1997), 110.
- 6) J. W. Cooley, J. W. Tukey: Math. Comp. **19** (1965), 297.
- 7) 高橋秀俊: 情報処理, **14** (1973), 616.
- 8) 日野幹雄: スペクトル解析, 朝倉書店 (1977), 9.
- 9) J. S. Bendat, A. G. Piersol: ランダムデータの統計処理, 培風館 (1971), 296.
- 10) 南 茂夫: 科学計測のための波形データ処理, CQ出版社 (1986), 140.
- 11) 参考文献9) の304頁.
- 12) 参考文献9) の285頁.
- 13) 参考文献10) の170頁.
- 14) 佐川雅彦: 高速フーリエ変換とその応用, 昭晃堂 (1992), 80.
- 15) 参考文献9) の14頁.
- 16) 伊藤 学, 伯野元彦: 土木学会誌, **55** (1970), 108.
- 17) 尾上 賢: 日本機械学会誌, **77** (1974), 644.