Mg 基 LPSO 相におけるキンク帯形成の結晶塑性解析

Crystal plasticity finite element analysis of kink banding in Mg-based LPSO phase

眞山 剛^{1*}・大橋 鉄也²Tsuyoshi MAYAMA^{1*} and Tetsuya OHASHI²

1. はじめに

長周期積層構造 (LPSO) 相を含有するマグネシウム (Mg) 合金 (LPSO 型 Mg 合金) は, 従来の Mg 合金と比較して著しく高い強度を示すことから, Mg 合金の構造材料としての応用を拡大し得る軽金属材料である^{1)–3)}。具体的には, 急速凝固 Mg₉₇Zn₁Y₂ 合金の固化成型材では室温降伏応力 600 MPa 以上¹⁾, 通常の溶解鋳造後に押出加工を施した Mg-Zn-Y 系合金でも室温降伏応力は 350 MPa を大きく超える²⁾。多くの商用 Mg 合金素形材の室温降伏応力が 250 MPa に満たない⁴⁾ことを考えると, LPSO 型 Mg 合金が Mg 合金として極めて高強度であることがわかる。LPSO 型 Mg 合金の強度発現機構についての理解は未だに不十分であるが, 他の Mg 合金と比較した際の組織的特徴として, 塑性加工後の LPSO 相には多量のキンク帯が導入されている点が挙げられ, その導入により強度が著しく上昇し得ることを示唆する実験結果が報告されている^{5), 6)}。このことは, 加工プロセスにおけるキンク帯形成を積極的に活用した材料特性制御の可能性を示すものであり, その実現には LPSO 相におけるキンク帯形成機構と力学特性発現機構の理解が必要である。

キンク帯とは, 塑性変形の局所化により形成される変形帯の一形態であり, 活動変形機構の剪断方向と垂直に局所化した領域である⁷⁾。このような変形の局所化は, 特に塑性異方性の強い材料において顕著であり, 最密六方晶 (HCP) 金属^{8)–13)}, 繊維強化複合材料^{14)–17)}, 層状構造を持つ材料^{18)–20)}等において頻繁に観察され, 大きな結晶方位変動を伴うことも特徴である。また, 塑性異方性が比較的弱い立方晶金属の単結晶においても変形初期においてキンク帯が形成されることが古くから知られているが^{21)–23)}, そのような場合は大きな粒内方位差を伴う顕著な局所化にまで発達することはほとんどない。

キンク帯の形成過程の詳細や影響因子を系統的に調査するためには, 結晶粒内の不均一変形を表現可能な数値解析手法が有用である。特に材料の微視的変形機構を陽に考慮した結晶塑性構成則を有限要素法に導入した結晶塑性有限要素法^{24)–26)}は, すべりの局所化により発達するキンク帯の形成を表現可能であり, FCC 単結晶を対象とした解析が実施され

ている^{27), 28)}。また, 圧縮負荷を受ける HCP 単結晶や LPSO 相単結晶を想定した数値解析も報告されており, その微視的素過程と影響因子が明らかになりつつある^{29), 30)}。

本稿では, これまで比較的報告の少ない引張負荷および剪断負荷を受ける Mg 基 LPSO 相単結晶におけるキンク帯形成に関する結晶塑性有限要素解析の結果について紹介する。

2. 引張負荷を受ける単結晶におけるキンク帯形成・成長解析

本章では, マイクロ材料試験法^{31)–33)}により実施された 18R-LPSO 構造を持つ Mg-Zn-Y 合金単結晶の引張試験結果を紹介した後, 実験に対応する結晶塑性解析の結果を示す³⁴⁾。

図 1(a) は, マイクロ材料試験に使用した標点間の断面積 $20 \times 20 \mu\text{m}$ を持つマイクロ材料試験片の光学顕微鏡写真を示している。この試料を図中の模式図に示すように, $[0001]$ 方向から $[1120]$ 方向に 14° 傾いた方向を負荷軸として引張試験を実施した。図 1(b) はマイクロ材料試験により得られた応力-ひずみ曲線であり, 応力が 160 MPa 程度に到達すると急激に低下し, さらに急激に応力が増減した後, 50% を超える公称ひずみまで 80~100 MPa 程度の流動応力で変形する挙動を示している。図 1(c) は 6.4% 変形時の形状を示す光学顕微鏡像であり, 試料表面には引張方向と 33° 傾いた変形の集中領域が確認されている。ここで, 変形の集中が底面すべり系の活動により生じたキンク帯に対応するものであり, その境界が対称傾角粒界であると仮定すると, 図 1(d) に示す模式図のように表現することができる。また, このように変形初期においてすべりが局所化しているにも関わらず, 図 1(b) に示すように公称ひずみ 50% を超える大きな延性を発現しており, 57% 変形後の試料は図 1(e) に示すような形状に変化している。引張変形においてすべりが局所化してネッキングが生じた場合, 局所化箇所が硬化しなければ, さらなるすべりの蓄積が局所化領域で生じて破断に至る。局所化箇所の硬化は, 転位の蓄積による加工硬化, もしくは結晶格子回転により活動すべり系の分解剪断応力が下がる幾何学的硬化の可能性があるが, 以下では, 後者の可能性について本実験に対応する数値解析の結果を示し, 実験的に観察された変形挙動をキンク帯の形成・成長と関連付けて解釈する。

¹ 熊本大学工学部マテリアル工学科 (〒860-8555 熊本県熊本市中央区黒髪2-39-1) Department of Materials Science and Engineering, Kumamoto University (2-39-1 Kurokami, Chuo-ku Kumamoto-shi, Kumamoto 860-8555)

² 北見工業大学 (北見市) Kitami Institute of Technology (Kitami-shi, Hokkaido)

* 責任著者 E-mail: mayama@kumamoto-u.ac.jp

受付日: 2019年10月16日 受理日: 2020年1月14日

10

図1 マイクロ引張試験結果³⁴⁾。(a) マイクロ材料試験片、(b) 応力-ひずみ曲線、公称ひずみ (c) 6.4%および (e) 57%における光学顕微鏡観察像、(d) 公称ひずみ6.4%の変形帯をキンク帯と仮定した場合の模式図

2.1 解析手法・解析モデル

本解析ではPeirceらにより提案された速度依存型結晶塑性構成則²⁴⁾を導入した大変形有限要素法を用いた。Mg基LPSO構造は底面の積層と溶質元素の濃化が同期した結晶構造を持つが、ここでは近似的に2H構造を持つHCP金属と同様に取り扱うことにする。すべり系 α の剪断ひずみ速度 $\dot{\gamma}^{(\alpha)}$ が次式で得られると仮定する。

$$\dot{\gamma}^{(\alpha)} = \dot{\gamma}_0 \operatorname{sgn}(\tau^{(\alpha)}) \left| \frac{\tau^{(\alpha)}}{g^{(\alpha)}} \right|^{1/m} \quad (1)$$

ここで、 $\tau^{(\alpha)}$ 、 m 、および $\dot{\gamma}_0$ は、それぞれすべり系 α の分解剪断応力、ひずみ速度依存性指数、および参照剪断速度を表す。速度依存性指数は $m=0.02$ を用いた。臨界分解剪断応力(CRSS)に対応する参照応力 $g^{(\alpha)}$ の発展則としては、MgおよびMg合金の結晶塑性解析でしばしば用いられている以下のモデル^{35), 36)}を使用した。

$$\dot{g}^{(\alpha)} = \sum_{\beta} \frac{d\hat{\tau}^{(\alpha)}}{d\Gamma} \Omega^{(\alpha\beta)} |\dot{\gamma}^{(\beta)}| \quad (2)$$

ここで、 $\Omega^{(\alpha\beta)}$ はすべり系間の相互作用を表現する係数であるが、本研究ではすべての組合せで $\Omega^{(\alpha\beta)}=1$ と仮定した。また、

式(2)中の $\hat{\tau}^{(\alpha)}$ は、累積すべり量 Γ の関数であるVoce型硬化則を用いた。

$$\hat{\tau}^{(\alpha)} = \tau_0^{(\alpha)} + \left(\tau_1^{(\alpha)} + \theta_1^{(\alpha)} \Gamma \right) \left\{ 1 - \exp \left(- \frac{\theta_0^{(\alpha)} \Gamma}{\tau_1^{(\alpha)}} \right) \right\} \quad (3)$$

ここで、 $\tau_0^{(\alpha)}$ 、 $\tau_1^{(\alpha)}$ 、 $\theta_0^{(\alpha)}$ 、および $\theta_1^{(\alpha)}$ は材料パラメータであり、図1(b)に示した応力-ひずみ挙動の実験結果に基づき、それぞれ35 MPa、 10^{-4} MPa、10 MPa、および30 MPaと同定した。なお、今回は実験的に底面すべり系の活動のみが確認されたため、数値解析においても底面すべり系のみを考慮して上記材料パラメータを用いたが、非底面すべり系の活動も考慮する際には各変形機構に対して材料パラメータを同定する必要がある。弾性特性としてはTaneら³⁷⁾が報告している18R-LPSO構造を持つMg-Zn-Y合金単結晶の異方性弾性定数($C_{11}=67.7$ GPa, $C_{33}=72.9$ GPa, $C_{12}=28.3$ GPa, $C_{13}=19.5$ GPa, $C_{44}=21.5$ GPa)を用いた。

図2は本解析で用いた解析モデルの模式図を示している。モデル形状および初期結晶方位はマイクロ材料試験片と一致させている。この解析モデルに対して、引張負荷を強制変位により与えた。

図2 引張負荷解析モデル³⁴⁾

2.2 解析結果

結晶塑性解析により得られた応力-ひずみ曲線を図3(a)中に○印で示している。実線で示した実験結果と同様に、降伏後の急激な応力の低下、およびその後のほぼ一定の流動応力による変形挙動が再現されている。図3(b)は応力の急激な低下前後の底面すべり分布を示している。急激な応力低下直後の $\varepsilon=6\%$ において、試料中央から右上および左下に底面すべりが局所的に累積した帯状の領域が見られ、その領域は初期結晶方位における底面と垂直に近い領域に分布している。これらの特徴は図1(d)に示した模式図と同様であり、キンクモードのすべりの局所化により形成されたものである。また、図3(c)は流動応力がほぼ一定のひずみ域における底面すべり分布の発達を示しており、変形初期において試料中央付近に局所化していた底面すべりの累積領域が、変形に伴い試料の左右両側に拡大していることがわかる。この拡大過程においても、底面すべりの分布はキンク帯の特徴を有しており、流動応力がほぼ一定のひずみ域における変形はキンク帯の成長により担われていると表現することもできる。図3(c)のひずみ量 $\varepsilon=50\%$ における変形形状を図1(e)に示した実験観察結果と比較すると、計算結果では試験片中央部から左右対称にすべりの蓄積箇所が分布しているのに対して、実験結果では右側に蓄積箇所がずれている。これは実験的には不可避免的に導入される初期不均一性の有無によるものと考えられる。

2.3 キンク帯形成機構

図4(a)の●印は、変形に伴う試料中央における角度 ϕ の変化を示している。ここで角度 ϕ は、c軸と負荷軸間の角度として定義している。破線で示した応力-ひずみ曲線と角度 ϕ の変化を比較すると、変形初期において角度 ϕ は徐々に小さくなる傾向を示しているが、応力が急激な低下を示すと同時に角度 ϕ が著しく増加していることがわかる。図4(b)に示した角度 ϕ 分布からは、応力の急激な減少後の $\varepsilon=6\%$ において、図3(b)で底面すべりの著しい累積を示した領域において角度 ϕ が大きい値を示していることがわかる。このことは、底面すべりが結晶格子の大きな回転をもたらしたことを

図3 引張負荷解析結果³⁴⁾。(a) 応力-ひずみ挙動、(b)、(c) 変形形状と底面すべり分布 図4 キンク帯形成時の角度 ϕ 変化³⁴⁾。(a) 試料中央部における角度変化、(b) 角度分布

10

図5 キンク帯形成時のシュミットファクター変化³⁴⁾。(a) 試料中央部における変化, (b) シュミットファクター分布

示している。図5(a)の●印は、変形に伴う試料中央における底面すべり系のシュミットファクター変化を示している。この図より、底面すべり系のシュミットファクターも応力の急激な低下に伴い著しく増加していることがわかる。図5(b)に示すシュミットファクター分布も、角度 ϕ 分布と同様の分布を示している。図4および図5より、底面すべりが局所的に累積した領域における大きな結晶格子回転がシュミットファクターの著しい増加をもたらし、図3(a)の応力-ひずみ挙動における負荷応力の急激な低下が生じたと解釈できる。

2.4 キンク帯成長機構

図6(a)は $\epsilon=10\%$ から $\epsilon=50\%$ における角度 ϕ 分布の変化を示している。 $\epsilon=10\%$ では試料中央付近の狭い帯状領域に限定されていた角度 ϕ の大きな領域が、変形に伴い左右の領域に拡大し、 $\epsilon=50\%$ では試験片平行部全体にわたって大きな角度 ϕ を示している。図6(b)は図6(a)の点0から点1を結ぶ破線に沿った角度 ϕ のラインプロファイルを示している。変形に伴い最大 60° 程度まで角度 ϕ が上昇した領域が、試料中心付近から両側に拡大していることがわかる。図7(a)は $\epsilon=10\%$ から $\epsilon=50\%$ における底面すべり系のシュミットファクター分布の変化を示している。 $\epsilon=10\%$ では試料中央付近の帯状領域において最大値を示すのに対して、 $\epsilon=50\%$ では試験片平行部の左右端付近に最大領域が移動していることがわかる。図7(b)は図7(a)の点0から点1を結ぶ破線に沿ったシュミットファクターのラインプロファイルを示している。この図からも変形に伴い最大シュミットファクターを示す領域が、試料中央から両側に移動していることがわかる。

図6および図7より、流動応力がほぼ一定で変形する領域におけるキンク帯の成長過程は以下のように説明される。ま

図6 キンク帯成長時の角度 ϕ 発達³⁴⁾。(a) 角度 ϕ 分布, (b) 角度 ϕ のラインプロファイル変化

図7 キンク帯成長時の底面すべり系シュミットファクターの変化³⁴⁾。(a) シュミットファクター分布, (b) シュミットファクターのラインプロファイル変化

ず、試料中央付近における初期キンク帯では、周辺領域よりもシュミットファクターが大きいいため底面すべりが継続する。その後、さらなる結晶格子回転によりシュミットファクターが低下すると、シュミットファクターが最大となった隣接領域の底面すべり系の活動が顕著となる。この隣接領域への活動領域の移動は、試料中心付近から左右両側に伝播する。このようなキンク帯の成長により、すべりの過度な累積に起因する早期破壊が回避され、今回の負荷方向における高い延性の発現に至ったものと考えられる。

3. 剪断負荷を受ける単結晶におけるキンク帯形成解析

剪断負荷は素形材製造過程において不可避免的に付与される負荷モードである。LPSO型Mg合金が塑性加工により高強度を発現することから、剪断負荷下におけるキンク帯形成に関

する理解は重要である。そこで本章では、初期不均一性を有するMg基LPSO相を対象として、純粋剪断負荷を受けた際のキンク帯形成過程を数値的に調査した結果を紹介する。

3.1 解析手法・解析モデル

本章の解析においても2.1節に示した結晶塑性有限要素法を用いた数値解析を実施したが、解析結果の評価指標として幾何学的に必要な(GN)転位密度³⁸⁾を用いた。すべり系 α のGN転位密度は、結晶塑性有限要素解析により得られるすべり量 $\gamma^{(\alpha)}$ の空間分布を用いて見積もられる量であり、その刃状成分 $\rho_{\text{GNedge}}^{(\alpha)}$ およびらせん成分 $\rho_{\text{GNScrew}}^{(\alpha)}$ は次式により定義される。

$$\rho_{\text{GNedge}}^{(\alpha)} = -\frac{1}{\tilde{b}} \frac{\partial \gamma^{(\alpha)}}{\partial \xi^{(\alpha)}}, \quad \rho_{\text{GNScrew}}^{(\alpha)} = \frac{1}{\tilde{b}} \frac{\partial \gamma^{(\alpha)}}{\partial \zeta^{(\alpha)}} \quad (4)$$

ここで、 $\tilde{b}$ はバーガースベクトルの大きさ、 $\xi^{(\alpha)}$ および $\zeta^{(\alpha)}$ は、それぞれすべり面上ですべり方向に平行な方向と垂直な方向である。

図8は単結晶モデルによる純粋剪断解析の模式図を示している。試料寸法は、 $20 \times 20 \times 1 \mu\text{m}$ の板状とし、20節点8積分点ソリッド要素で均一に要素分割している。初期結晶方位は、x-y平面と柱面が平行であり、さらにc軸とx軸方向を一致させた方位とした。純粋剪断負荷においてキンク帯が形成されるためには、その起点となり得る何らかの初期不均一性を導入する必要がある。本解析では初期不均一性として底面すべり系の初期CRSSが周囲（以下、マトリックス）よりも低い円状領域（以下、軟質領域）を試料中心部に配置した。不均一領域の精密な形状に本質的な重要性はないのでここではボクセルモデルを用いて領域形状を与えている。ただし3.2節の最後に触れるように、不均一領域の大まかな形状（広がり方）とキンク帯形成には密接な関係がある。本稿では等方的な形状である円状領域の場合について述べる。

この試料のx軸およびy軸に垂直な側面に純粋x-y剪断変形となる方向に変位を与えた。以上の条件で変形解析を実施すると、塑性変形はすべり方向がy軸方向と一致する底面すべり系が支配的に活動し、他のすべり方向を有する底面すべり系2モードはほとんど活動しない。以降では、支配的に活動した底面すべり系のGN転位密度やすべり量のみを示す。

3.2 解析結果

図9および図10は解析により得られた底面すべり系のGN転位刃状成分密度の発達を示している。図9の剪断ひずみ ε_{xy}

図8 純粋剪断解析モデル

$= 0.07\%$ においてマトリックス／軟質領域界面近傍にGN転位密度の高い領域が現れ、さらに剪断ひずみ量が増加すると、図10に示すようにマトリックス領域内においてもGN転位密度の高い帯状領域が形成されている。剪断ひずみ $\varepsilon_{xy} = 0.3\%$ においては、底面に対して垂直な方向にGN転位帯が正負対となって形成されている。

図11(a), (b)は、それぞれ底面すべり分布および剪断応力

図9 変形初期における底面すべり系のGN転位密度分布発達

図10 キンク帯形成を示す底面すべり系のGN転位密度分布発達

τ_{xy} 分布の発達を示している。変形初期 $\varepsilon_{xy} = 0.08\%$ において、軟質領域に集中していた底面すべりが、剪断ひずみの増加に伴い軟質領域の上下左右へも累積している。これは、軟質層の塑性変形により応力分布が不均一になったことにより、図 11(b) に示すように、剪断応力 τ_{xy} が軟質領域の上下左右で比較的高くなったことによる。底面すべりの分布が剪断方向に沿って不均一になった結果、GN 転位の刃状成分が図 9、図 10 に示したように発達したものと考えられる。

図 8 に示した初期結晶方位と図 11(a) に示した $\varepsilon_{xy} = 0.3\%$ における底面すべりの分布より、支配的に活動している底面すべり系の剪断方向と垂直に、周囲よりもすべり量の大きな領域が広がっており、キンク帯に相当するひずみの局所化領域としての特徴を示している。また、このキンク帯は図 10 に示した GN 刃状転位帯に挟まれた領域としても表現することができる。

図 11(a) に示されているように、底面すべりが大きくなった領域は軟質領域から上下に伸びる帯状領域にも広がっている。塑性剪断ひずみが大きな領域が帯状に広がり、その帯の伸びる方向がバーガースベクトルの方向（この場合は y 軸に

平行な方向）に近い時、このような変形領域は一般的に剪断帯と呼ばれる。すなわち、図 11(a) に見られる上下方向に伸びる帯状領域は剪断帯に相当するものである。この場合、塑性剪断ひずみの空間的な勾配（バーガースベクトル方向の勾配）は小さいので顕著な GN 転位の蓄積は起きない。

図 12(a) は、マトリックス中に軟質領域を 10 か所配置した解析モデルに対して実施した純粋剪断解析の結果を示している。剪断ひずみの増加に伴い、多数の高密度 GN 刃状転位帯が形成することがわかる。これらはいずれも、図 10 に示した GN 転位帯と同様にキンク帯に相当するものである。

以上では、円状不均一領域を含む板状モデルを用いたキンク帯形成を示したが、その形成は不均一領域の形状に強く依存する。たとえば、不均一領域の形状を円状から楕円状にすると、剪断負荷のもとで形成される変形帯は楕円の長軸方向と c 軸方向との角度に依存して、剪断帯またはキンク帯が卓越したもの、それらの混在するものなど様々に変化する。また図 8 に示した板状モデルから離れ、z 軸方向の寸法を大きくしてゆくと、観察される現象はさらに複雑になる。さらにまた、初期結晶方位もキンク帯形成に著しい影響を及ぼす。剪断負荷下におけるキンク帯形成の詳細な理解には、さらに系統的な数値解析が必要である。

4. おわりに

本稿では Mg 基 LPSO 相において頻繁に観察される、大きな粒内方位差の発達を伴うキンク帯の形成過程に関する結晶塑性有限要素解析について紹介した。本解析では LPSO 相単結晶を対象としたが、軽量構造材料として応用される際に有用

図 11 塑性変形に伴う (a) 底面すべり分布および (b) 剪断応力分布の変化

図 12 複数の不均一性を含むモデルを用いた純粋剪断解析の結果

な知見を得るためには、 α -Mg/LPSO二相合金多結晶体の変形を対象として、さまざまな影響因子の寄与を調べる必要がある。そのためには、加工硬化則の精密化、寸法依存性の考慮、さらには材料パラメータの系統的な同定手法の確立等、検討すべき課題は多い。

一方、Mg基LPSO相におけるキンク帯の多くはその界面が非常にシャープであり、界面近傍で急激な結晶方位変化を示す。また、いったん形成されたキンク帯が後続負荷を受けても容易に移動や消滅はせず、それ故に力学特性に影響を及ぼしていると考えられる。このような現象を本質的に理解するためには、溶質元素の影響を含めた原子スケール挙動の把握が不可欠であると考えられる。さらに、電子顕微鏡観察や原子シミュレーション等から得られる知見を結晶塑性解析に取り込み、巨視的な力学挙動を定量的に再現することも挑戦的な課題である。

謝 辞

本稿で紹介した内容の一部は、科学研究費補助金新学術領域研究「ミルフィーユ構造の材料科学」(18H05480, 19H05133) および「シンクロ型LPSO構造の材料科学」(23109009, 26109717) の補助を受けて実施しました。また、本稿の第2章で紹介した引張負荷下におけるキンク帯形成の共同研究者であり、本稿執筆においてもデータを提供して頂いた熊本大学の高木康介氏、峯洋二教授、高島和希教授およびUniversity of BirminghamのDr. Y. L. Chiuに謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) Y. Kawamura, K. Hayashi, A. Inoue and T. Masumoto: *Mater. Trans.*, **42** (2001), 1172-1176, 10.2320/matertrans.42.1172
- 2) S. Yoshimoto, M. Yamasaki and Y. Kawamura: *Mater. Trans.*, **47** (2006), 959-965.
- 3) M. Yamasaki, M. Sasaki, M. Nishijima, K. Hiraga and Y. Kawamura: *Acta Mater.*, **55** (2007), 6798-6805.
- 4) マグネシウム加工技術, 日本塑性加工学会編, コロナ社, (2004).
- 5) K. Hagihara, Z. Li, M. Yamasaki, Y. Kawamura and T. Nakano: *Acta Mater.*, **163** (2019), 226-239.
- 6) K. Hagihara, M. Yamasaki, Y. Kawamura and T. Nakano: *Mater. Sci. Eng. A*, **763** (2019), 138163.
- 7) R.J. Asaro and J. Rice: *J. Mech. Phys. Solids*, **25** (1977), 309-338.
- 8) E. Orowan: *Nature*, **149** (1942), 643-644.
- 9) J.B. Hess and C.S. Barrett: *Metals Trans.*, **185** (1949) 599-606.
- 10) J.J. Gilman: *Trans. AIME*, **200** (1954), 621-629.
- 11) H. Yoshinaga and R. Horiuchi: *Trans. JIM*, **3** (1962), 220-226.
- 12) A.G. Zhou, S. Basu and M.W. Barsoum: *Acta Mater.*, **56** (2008), 60-67.
- 13) K. Hagihara, T. Mayama, M. Honnami, M. Yamasaki, H. Izuno, T. Okamoto, T. Ohashi, T. Nakano and Y. Kawamura: *Int. J. Plasticity*, **77** (2016), 174-191.
- 14) A.G. Evans and W.F. Adler: *Acta Metall.*, **26** (1978), 725-738.
- 15) B. Budiansky and N.A. Fleck: *J. Mech. Phys. Solids*, **41** (1993), 183-211.
- 16) S. Narayanan and L.S. Schadler: *Composites Sci. Tech.*, **59** (1999), 2201-2213.
- 17) T.J. Vogler and S. Kyriakides: *Int. J. Solids Struct.*, **38** (2001), 2639-2651.
- 18) M.A. Wadee and R. Edmunds: *J. Mech. Phys. Solids*, **53** (2005), 2017-2035.
- 19) T.J. Nizolek, M.R. Begley, R.J. McCabe, J.T. Avallone, N.A. Mara, I.J. Beyerlein and T.M. Pollock: *Acta Mater.*, **133** (2017), 303-315.
- 20) L. Zhao, Q. Guo, Z. Li, D.-B. Xiong, S. Osovski, Y. Su and D. Zhang: *Int. J. Plasticity*, **116** (2019), 265-279.
- 21) C.S. Barrett and L.H. Levenson: *Trans. AIME*, **135** (1939), 327-352.
- 22) R.W. Cahn: *J. Inst. Metals*, **79** (1951), 129-158.
- 23) K. Higashida, J. Takamura and N. Narita: *Mater. Sci. Eng.*, **81** (1986), 239-258.
- 24) D. Peirce, R. J. Asaro and A. Needleman: *Acta Metall.*, **31** (1983), 1951-1976.
- 25) 黒田充紀, 志澤一之: 塑性と加工, **43** (2002), 299-309.
- 26) F. Roters, P. Eisenlohr, L. Hatcherli, D.D. Tjahjanto, T.R. Bieler and D. Raabe: *Acta Mater.*, **58** (2010), 1152-1211.
- 27) T. Ohashi: *Mater. Trans.*, **31** (1990), 456-462.
- 28) S. Forest: *Acta Mater.*, **46** (1998), 3265-3281.
- 29) T. Mayama, T. Ohashi, Y. Tadano and K. Hagihara: *Mater. Trans.*, **56** (2015), 963-972.
- 30) Y. Kimura, R. Ueta and K. Shizawa: *Procedia Manuf.*, **15** (2018), 1825-1832.
- 31) Y. Mine, R. Maezono, H. Oda, M. Yamasaki, Y. Kawamura and K. Takashima: *Mater. Trans.*, **56** (2015), 952-956.
- 32) Y. Mine, K. Koga, O. Kraft and K. Takashima: *Scr. Mater.*, **113** (2016), 176-179.
- 33) Y. Mine, S. Nakamichi, K. Koga, K. Takashima and O. Kraft: *Mater. Sci. Eng. A*, **675** (2016), 181-191.
- 34) K. Takagi, T. Mayama, Y. Mine, Y.L. Chiu and K. Takashima: *J. Alloys Compounds*, **806** (2019), 1384-1393.
- 35) S.R. Agnew, M.H. Yoo and C.N. Tomé: *Acta Mater.*, **49** (2001), 4277-4289.
- 36) A. Prakash, S.M. Weygand and H. Riedel: *Comp. Mater. Sci.*, **45** (2009), 744-750.
- 37) M. Tane, Y. Nagai, H. Kimizuka, K. Hagihara and Y. Kawamura: *Acta Mater.*, **61** (2013), 6338-6351.
- 38) T. Ohashi: *Philos. Mag. Letters*, **75** (1997), 51-57.