工業用純チタン KS-50 の鍛造製品の品質に関する統計的研究

井上正義* 岡本春雄*
草道英武 宮本一雄

Statistical study on the quality of the KS-50 commercially pure titanium forgings
(UDC 621.73 : 621.771 : 669.295)

INOUE Masayoshi* OKAMOTO Haruo*
KUSAMICHI Hidetake* MIYAMOTO Kazuo*

In 1949, KOBE STEEL WORKS- LTD. started the study on titanium in co-operation with Dr. Nishimura and Dr. Kushima of Kyoto University and Dr. Asada of Osaka University. This study was industrialized in 1959 at Takasago Plant of the same company. The annual capacity of titanium ingot production then was 360 tons. Since then, improvement and modernization of technology and equipments have been carried out and at present, the production capacity of this plant is more than 600 tons.

The statistics shows that during the past two years, about 80 per cents of total consumption of titanium sponge was made by KOBE STEEL who melted it into ingot. In the United States, the aircraft and missile industries consumes 95 per cents or more of the total production of titanium mill products. In this country, however, the most of the titanium production goes to chemical industries, such as petrochemical, petroleum refining, synthetic fibre, urea, paper and pulp, sodium and other industries. In this connection, the most of the titanium products of the KOBE STEEL is what so called commercially pure titanium, in which "KS-50" is the most popular.

This report is to explain the properties of "KS-50."

By statistical means, it was clarified the quality standard of the metal forgings and that this standard is satisfactorily useful for manufacturing KS-50 titanium sheet, which has the metallurgical uniformity.

The analysis of variance for regression of yield strength, tensile ductilities and oxygen contents upon tensile strength was made, and we obtained the conclusive evidence at 0.01 probability level that the regression factor can be distinguished from residual errors

But, no relation was observed between tensile strength and iron contents of commercially pure "KS-50" titanium forgings.

Data obtained from the above-mentioned experiment are as follows:

Average of tensile strength:	39.6 kg/mm ²
Its standard deviation:	1.56 kg/mm ²
Average of elongation:	34.9%
Its standard deviation:	4.5%
Co-relation co-efficient between them:	-0.43%
The equation of regression line for yield (y) to tensile strength (x):	$y = 0.97x - 8.1$
For elongation (y) to tensile strength (x):	$y = 84.9 - 1.26x$
For oxygen contents (y) to tensile strength (x):	$y = 30.5x - 490$

From the calculation for the 95 per cent confidence intervals of population average in tensile properties and chemical compositions for the "KS-50" forgings, the following data were obtained:

For tensile strength: $39.4 \text{ kg/mm}^2 < \mu < 39.9 \text{ kg/mm}^2$

* 株式会社神戸製鋼所高砂工場 Kobe Steel Works, Ltd. Takasago plant

For yield strength: $30.1 \text{ kg/mm}^2 < \mu < 30.7 \text{ kg/mm}^2$
 For elongation: $34.2\% < \mu < 35.6\%$
 For oxygen contents: $0.069\% < \mu < 0.075\%$
 (Received Mar. 11, 1961)

1. 緒 言

工業用純チタンKS-50についての統計的研究によつて明らかとなつた品質標準については、わが国はもちろん、米、英、ドイツ、スイスおよびスエーデンなど、海外諸国においても講演活動をつうじて、世界の主要チタン市場にも紹介してきた。

その結果、著者の所属する株式会社神戸製鋼所の製品であるKS-50工業用純チタン（化学工業向け純チタン）は、品質の安定した工業用純チタン製品品種の1つであることが認められた。

新製品を世界市場に進出させるためには、需要者の信用を高めることが何よりも大切なことで、そのためには原料から製品出荷まで一貫して、生産工程の徹底管理が必要であり、これを実施すれば、おのずとその製品の品質が安定してくることが統計的に証明され、いかなるサービスよりも顧客の信用を高める因となる。

本報告は、この趣旨に則り、チタンの市場をより広く

することを目的とし、神戸製鋼所高砂工場で生産している工業用純チタンKS-50の最近の鍛圧製品の品質についての統計的研究結果をとりまとめ報告したものである。

2. 最近の KS-50 鍛圧製品の抗張性質

高砂工場で最近生産した約 150 t のチタンKS-50鍛圧製品について調査した抗張性質および化学組式の統計的解析データから得られる品質標準、すなわち平均値、標準偏差、母平均の95%信頼区間および平均値の $\pm 3\sigma$ と $\pm 4\sigma$ 区間を示すと Table 1 のとおりである。

但し、引張試験片の鍛造比は2.4~4.8、試験片の採取方向は鍛造方向に直角方向である。（Table 1）（Sheet 1~7）

抗張性質の特性値の標準偏差 σ は加工度（鍛造比）が大きくなるに従つて小さくなると考えられる。また、加工度により平均値 $\bar{x}$ も変化する。

これらの事実を考慮した上で、Table 1 の各性質の示す数値を検討しなければならない。そのため更に鍛圧製

Table 1 Quality standard of the KS-50 commercially pure titanium forgings

Properties (unit)	$\bar{x}-4\sigma$	$\bar{x}-3\sigma$	$\bar{x}$ Average	$\bar{x}+3\sigma$	$\bar{x}+4\sigma$	σ Sample standard denation	$<\mu<$ 95 percent confidence interval of population mean
Ultimate tensile strength (kg/mm ²)	33.4	35.0	39.6	44.3	45.9	1.59	$39.4 < \mu < 39.9$
Yield strength 0.2 percent offset (kg/mm ²)	22.6	24.5	30.4	36.3	38.2	1.96	$30.1 < \mu < 30.7$
Elongation in 50mm (%)	16.8	21.3	34.9	48.5	53.0	4.52	$34.2 < \mu < 35.6$
Reduction of Area (%)	54.6	57.8	67.2	76.6	79.8	3.14	$63.8 < \mu < 67.7$
Brinell Hardness 3t Load	101	117	126	145	151	6.20	$125 < \mu < 127$
Oxygen Content (ppm)	80	240	720	1200	1360	160	$690 < \mu < 750$
Iron Content (ppm)	220	300	540	780	860	80	$530 < \mu < 55.0$

品の抗張性質の技術的意義をはつきりするため、これと対応するシートの抗張性質を比較検討した結果について概説しよう。

3. 鍛圧製品とこれと対応あるシートの抗張性質に関する比較研究

KS-50 スラブを熱間および冷間圧延して、KS-50シートを生産した場合、スラブとシートとの抗張性質の対応関係をシート約30 tについて調査した結果は **Table 2**に示すとおりである。

但し、シートの引張試験片の採取方向は圧延方向に直角方向である。

Table 2 を解析した結果、次の結論を得ている。なお下記の計算式中の数値記号において、添字 1 はスラブに、添字 2 はシートに対応するものである。

(1) 抗張力の不偏分散の有意差の F 検定の結果は次のとおり。

$$V_1 = \frac{\sum (x_1 - \bar{x}_1)^2}{\phi_1} = \frac{n_1 \sigma_1^2}{n_1 - 1} = \frac{34 \times 1.63^2}{33} = 2.74$$

$$V_2 = \frac{\sum (x_2 - \bar{x}_2)^2}{\phi_2} = \frac{n_2 \sigma_2^2}{n_2 - 1} = \frac{113 \times 1.45^2}{112} = 2.12$$

$$F_0 = \frac{V_1}{V_2} = 1.29$$

5%の有意水準では $F_{34}^{114} = 1.54$

すなわちスラブの引張強さの標準偏差はシートのそれと比較して大きいとはいえない。

(2) 伸びに関して F 検定の結果は、 $F_0 = 5.85^{**}$ 、1%有意水準で、 $F_{34}^{114} = 1.85$ であるから伸びの標準偏差がシートにおいてはスラブより小さくなっているということがはつきりいえる。

(3) スラブおよびシートの引張強さの平均値の差を t 検定すると

$$V = \frac{\sum (x_1 - \bar{x}_1)^2 + \sum (x_2 - \bar{x}_2)^2}{\phi_1 + \phi_2} = \frac{n_1 \sigma_1^2 + n_2 \sigma_2^2}{n_1 + n_2 - 2} = 2.26$$

標準偏差の推定値： $\sigma_e = \sqrt{V} = 1.5$

$$t_0 = \frac{\bar{x}_2 - \bar{x}_1}{\sigma_e \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} = 8.2^{**}$$

すなわち 1%有意水準で、スラブの引張強さよりもシートのそれが大きくなっているといえる。

(4) スラブおよびシートの伸びの平均値の差の検定の結果は

$$c = \frac{\frac{V_1}{n_1}}{\frac{V_1}{n_1} + \frac{V_2}{n_2}} = 0.95$$

$$\frac{1}{\phi} = \frac{c^2}{n_1 - 1} + \frac{(1 - c)^2}{n_2 - 1} = 0.0274$$

$$\therefore \phi = 36.5$$

$$|\bar{x}_1 - \bar{x}_2| = 4.8$$

$$t(\phi, 0.01) \sqrt{\frac{V_1}{n_1} + \frac{V_2}{n_2}} = 2.750 \sqrt{0.5898} = 2.11$$

$$\therefore |\bar{x}_1 - \bar{x}_2| < t \sqrt{\frac{V_1}{n_1} + \frac{V_2}{n_2}}$$

すなわち 1%の有意水準で、シートの伸びの平均値はスラブのそれより大きいといえる。

(5) スラブの引張強さおよび伸びの母平均の信頼区間は既に **Table 1** に示したので、シートについてのみ **Table 2** のデータから解析して得たものを示すと **Table 3** のとおりである。

以上、スラブとシートの抗張性質について対応を求め、試験片の加工度が重要な意味を持っていることを明

Sheet 1 Frequency calculation sheet

No. of Cell	Mid-Point	Frequency	Characteristics : Tensile Strength
			Quality : KS-50
			Products : Forgings
			Heat No. : 1-159
			Average : 39.6 kg/mm ²
			Sample Standard
			Deviation : 1.56 kg/mm ²
1	35.5		
2	36.5		
3	37.5		
4	38.5		
5	39.5		
6	40.5		
7	41.5		
8	42.5		
9	43.5		

Sheec 2 Frequency calculation sheet

No. of Cell	Mid-Point	Frequency	Characteristics
1	370		Quality : KS-50 Products : Forgings
2	420		
3	470		
4	520		Heat No. : 1-159
5	570		Average : 540
6	620		
7	670		Sample Standard Deviation : 80
8	720		
9	770		

Sheec 3 Frequency calculation sheet

No. of Cell	Mid-Point	Frequency	Characteristics : Elongation
1	24.5		Quality : KS-50 Products : Forgings
2	26.5		
3	28.5		
4	30.5		Heat No. : 1-159
5	32.5		
6	34.5		Average : 34.9 kg/mm ²
7	36.5		
8	38.5		Sample Standard Deviation : 4.52 kg/mm ²
9	40.5		
10	42.5		
11	44.5		
12	46.5		

Sheec 4 Frequency calculation sheet

No. of Cell	Mid-Point	Frequency	Characteristics : Reduction of area
1	56.5		Quality : KS-50 Products : Forgings
2	58.5		
3	60.5		
4	62.5		Heat No. : 1-159
5	64.5		
6	66.5		Average : 67.2 %
7	68.5		
8	70.5		Sample Standard Deviation : 3.14 %
9	72.5		

Sheet 7 Frequency calculation sheet

No. of Cell	Mid-Point	Frequency	Characteristics : Brinell Hardness Number
1	114		Quality : KS-50 Products : Forgings Heat No. : 1 - 159 Average : 126 Sample Standard Deviation : 6.2
2	117		
3	120		
4	123		
5	126		
6	129		
7	132		
8	135		
9	138		
10	141		

Sheet 6 Frequency calculation sheet

No. of Cell	Mid-Point	Frequency	Characteristics : Oxygen Contents
1	150		Quality : KS-50 Products : Forgings Heat No. : 1 - 159 Average : 720 Sample Standard Deviation : 160
2	250		
3	350		
4	450		
5	550		
6	650		
7	750		
8	850		
9	950		
10	1050		
11	1150		
12	1250		
13	1350		

Sheet 5 Frequency calculation sheet

No. of Cell	Mid-Point	Frequency	Characteristics : Yield Strength
1	26.5		Quality : KS-50 Products : Forgings Heat No. : 1 - 159 Average : 30.4 kg/mm ² Sample Standard Deviation : 1.96 kg/mm ²
2	27.5		
3	28.5		
4	29.5		
5	30.5		
6	31.5		
7	32.5		
8	33.5		
9	34.5		
10	35.5		

Table 2 Comparison table for the defference in mean variabilities between the two samples—KS-50 commercially pure titanium forgings and sheets

Properties	Products	$\bar{x}-3\sigma$	$\bar{x}$	$\bar{x}+3\sigma$	σ
U.T.S. (kg/mm ²)	Forgings Sheet	34. 5 37. 5	39. 4 41. 8)**	44. 3 46. 1	1. 63 1. 45)
Elong (%)	Forgings Sheet	22. 3 34. 6	35. 2 40. 0)**	48. 1 45. 4	4. 30 1. 80)**

Remarks :) no significance in the test.
)** on the 0.01 probability level, the test results is significant.

Table 10 The 95 percent confidence intervals of population averages in the tensile properties of sheets

Properties	95 percent interval
U.T.S. (kg/mm ²)	41. 5< μ <42. 1
Elongation (%)	39. 7< μ <40. 3

Table 4 Calculation chart for correlating yield strength to tensile strength—KS-50 commercially pure titanium forgings

y	x	35. 5	36. 5	37. 5	38. 5	39. 5	40. 5	41. 5	42. 5	43. 5	f_Y	Yf_Y	Y^2f_Y	ΣXf	$(\Sigma Xf)_Y$
	Y	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4					
	- 6														
	- 5														
26. 5	- 4	1	1	1	1						4	-16	64	-10	40
27. 5	- 3		1	6	9	2					18	-54	162	24	72
28. 5	- 2	1		2	7	5	1				16	-32	64	-14	28
29. 5	- 1			4	12	12		3			31	-31	31	-14	14
30. 5	0			1	8	10	7	2			28	0	0	1	0
31. 5	1				4	10	11	7			32	32	32	21	21
32. 5	2					3	6	4	1	1	15	30	60	21	42
33. 5	3						1	4	3		8	24	72	18	54
34. 5	4							1	1	3	5	20	80	17	68
35. 5	5							1		1	2	10	50	6	30
	6														
fx		2	2	14	41	42	26	22	5	5	159	-17	615	22	369
xfx		- 8	- 6	-28	-41	0	26	44	15	20	22				
x ² fx		32	18	56	41	0	26	88	45	80	386				
ΣYf		- 6	- 7	-30	53	-12	24	33	15	19	-17				
$(\Sigma Yf)X$		24	21	60	53	0	24	65	45	76	369				

らかにすると共に、KS-50 チタン鍛圧製品の抗張性質の品質標準として、Table 1 に示したそれぞれの数値の技術的検討を加える助けとした。

これらのデータは、チタン全ミル製品ばかりでなく、チタン鋳塊生産の工程管理上も重要な意義を有する。更にそれだけにとどまらず、これらの製品の規格作製上も極めて重要な意義を有するものであると考える。

4. KS-50 鍛圧製品の引張強さに対する耐力、伸び、絞り、硬サ、酸素含有量および鉄含有量の回帰分析

KS-50 チタン鍛圧製品の抗張性質および化学組成に関する品質標準については、既に述べたとおりである。これらの特性値の Histogram をみてもすべて正規分布をしていると考えてよい。これらの要因間にはどのような相関々係があるか、また回帰直線はどうかを検討した。

5. 引張強さと耐力、伸び、絞り、硬サ、酸素含有量および鉄含有量との回帰関係

相関および回帰分散分析の手順ならびにその結果を示

Fig. 1 The regression line of yield strength on tensile strength and the range of error for KS-50 commercially pure titanium forgings

$y \pm \sqrt{V_{y \cdot x}}$: The range of error at 63 percent level of confidence

Fig. 3 The regression line of reduction of area upon tensile strength and the range of error for KS-50 commercially pure titanium forgings

$y \pm \sqrt{V_{y \cdot x}}$: The range of error at 63 percent level of confidence

Fig. 2 The regression line of elongation upon tensile strength and range of error for KS-50 commercially pure titanium forgings

$y \pm \sqrt{V_{y \cdot x}}$: The range of error at 63 percent level of confidence

Fig. 4 The regression line of B.H.N. upon tensile strength and the range of error for KS-50 commercially pure titanium forgings

$y \pm \sqrt{V_{y \cdot x}}$: The range of error at 63 percent level of confidence

Fig. 5 The regression line of oxygen contents upon tensile strength and the range of error for KS-50 commercially pure titanium forgings $y \pm \sqrt{V_{y \cdot x}}$: The range of error at 63 percent level of confidence

Fig. 6 Scatter diagram which shows no relation between tensile strength and iron contents for KS-50 commercially pure titanium forgings

Table 5 Analysis of variance table for the regression of yield strength on tensile strength

Source of Variation	Sums of Squares	Degrees of Freedom	Mean Squares	F Observation
Regression	350	1	350	224**
Residual Error	253	157	162	
Total	613	158		

** Significant at 0.01 level

すと次のとおりである。それらの相関表と分散分析表を **Table 4～15** に、Scatter diagram と回帰直線および $\pm\sqrt{V_{y \cdot x}}$ 線を記入したものは **Fig. 1～6** に示し、また以上の結果を **Table 16** に総括して示した。

引張強さと鉄分との間には回帰関係が認められなかったが、その他のものは1%の有意水準で回帰関係が認められた。

5.1 引張強さ－耐力の回帰関係 (**Table 4** 参照)

相関係数の算出と無相関の検定

$$S_{(XX)} = \sum X^2 f_X - (\sum Xf)^2 / n = 383$$

$$S_{(XY)} = \sum (\sum Yf)X - (\sum Xf)(\sum Yf_Y) / n = 371$$

$$S_{(YY)} = \sum Y^2 f_Y - (\sum Yf)^2 / n = 613$$

$$r = \frac{S_{(XY)}}{\sqrt{S_{(XX)} S_{(YY)}}} = 0.765^{**}$$

$$r(157, 0.01) = \frac{2.58}{\sqrt{160}} = 0.205$$

母相関係数の推定

$$r = 0.765 \text{ に対する } Z \text{ の値は } 1.009$$

母相関係数の95%信頼区間は

$$Z(\text{下限}) = 1.009 - 1.96 / \sqrt{156} = 1.009 - 0.156 = 0.853$$

$$Z(\text{上限}) = 1.009 + 0.156 = 1.165$$

これから ρ であらわすと、下限 = 0.69, 上限 = 0.82

$$S_{(xx)} = 383, S_{(xy)} = 371, S_{(yy)} = 613$$

回帰にもとづく平方和 S_R を求める

$$S_R = \frac{[S_{(xy)}]^2}{S_{(xx)}} = \frac{371^2}{383} = 360$$

回帰からの平方和(残り) $S_{y \cdot x}$ を求める

$$S_{y \cdot x} = S_{(yy)} - S_R = 613 - 360 = 253$$

自由度は: 総 $\phi = n - 1 = 158$

$$\text{回帰 } \phi_R = 1$$

Table 6 Calculation chart for correlating elongation to tensile strength—KS-50 commercially pure titanium forgings

x y	X Y	35.5	36.5	37.5	38.5	39.5	40.5	41.5	42.5	43.5	f_Y	Yf_Y	Y^2f_Y	$\sum xf$	$(\sum xf)^2$
		-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4					
24.5	-6														
26.5	-5														
28.5	-4														
30.5	-3														
32.5	-2														
34.5	-1														
36.5	0														
38.5	1														
40.5	2														
42.5	3														
44.5	4														
46.5	5														
f_X	6														
Xf_X															
X^2f_X															
$\sum Yf$															
$(\sum Yf)X$															

Table 7 Analysis of variance table for the regression of elongation on tensile strength

Source of Variation	Sums of Squares	Degrees of Freedom	Mean Squares	F. Observation
Regression	610	1	610	36.4**
Residual Error	2637	157	16.8	
Total	3247	158		

** Significant at 0.01 level

$$\text{残 } \phi_{yx} = n - 2 = 157$$

分散分析表を作る

(Table 5 参照)

$$F(1, 150, 0.01) = 6.81$$

回帰にもとづく分散は回帰からの分散に較べて高度に有意である。

回帰による変動は有意であるから回帰線の推定を行なう。

$$b = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} = \frac{371}{383} = 0.97$$

$$\bar{x} = 39.6 \quad \bar{y} = 30.4$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x} = -8.1$$

$$\therefore y = 0.97x - 8.1$$

残差不偏分散は

$$V_{y \cdot x} = \frac{S_{y \cdot x}}{n - 2} = \frac{253}{157} = 1.62$$

$$\sqrt{V_{y \cdot x}} = 1.27 \approx 1.3$$

5.2 引張強さ一伸びの回帰関係 (Table 6 参照)

相関係数の算出と無相関の検定

$$S_{xx} = S_{(XX)} = 383$$

$$S_{xy} = S_{(XY)} \times 2 = 2\{-238 - (22)(29)/159\} = -484$$

$$S_{yy} = S_{(YY)} \times 4 = 4\{817 - (29)^2/159\} = 3247$$

$$r = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx} S_{yy}}} = \frac{-484}{\sqrt{383 \times 3247}} = \frac{-484}{11.1 \times 100} = -0.434 \approx -0.43^{**}$$

母相関係数の推定

$$r = -0.43, \text{ 有意水準 } 1\% \text{ で相関は有意}$$

95%の信頼限界は

$$\rho \text{ の下限} = -0.55, \quad \rho \text{ の上限} = -0.26$$

回帰にもとづく平方和 S_R を求める

$$S_R = \frac{[S_{xy}]^2}{S_{xx}} = \frac{(-484)^2}{383} = 610$$

Table 8 Calculation chart for correlating reduction of area to tensile strength—KS-50 commercially pure titanium forgings

x	y	X	35.5	36.5	37.5	38.5	39.5	40.5	41.5	42.5	43.5	fy	Yfy	Y ² fy	Σxf	(Σxf) Y
			- 4	- 3	- 2	- 1	0	1	2	3	4					
56.5	- 6															
58.5	- 5											1	1	- 5	25	4
60.5	- 4											1	1	- 4	16	4
62.5	- 3	1					2		3	1	1	8	- 24	72	9	- 27
64.5	- 2					1	3	1	3	2	1	11	- 22	44	16	- 32
66.5	1				1	3	3	5	6	1	1	20	- 20	20	19	- 19
68.5	0					3	10	9	7			29	0	0	20	0
70.5	1				6	19	20	10	3			58	58	58	- 15	- 15
72.5	2	1	2	4	10	3				1		21	42	84	25	- 50
	3			3	5	1	1					10	30	90	- 10	- 30
	4															
	5															
	6															
fx			2	2	14	41	42	26	22	5	5	159	55	409	22	- 209
Xfx			- 8	- 6	- 28	- 41	0	26	44	15	20	22				
X ² fx			32	18	56	41	0	26	88	45	80	386				
ΣYf			- 1	4	22	49	14	6	- 18	- 6	- 15	55				
(ΣYf) X			4	- 12	- 44	- 49	0	6	- 36	- 18	- 60	- 209				

Table 9 Analysis of variance table for the regression of reduction of area on tensile strength

Source of Variation	Sums of Squares	Degrees of Freedom	Mean Squares	F. Observation
Regression	490	1	490	72.3*
Residual Error	1070	157	6.8	
Total	1560	158		

* * Significant at 0.01 level.

回帰からの平方和 $S_{y \cdot x}$ を求める

$$S_{y \cdot x} = S(y \cdot y) - S_R = 3247 - 610 = 2637$$

分散分析表を作る

(Table 7 参照)

回帰にもとづく分散は回帰からの分散に較べて高度に有意である。

回帰線の推定

$$b = \frac{S(xy)}{S(xx)} = \frac{-484}{383} = -1.26$$

$$\bar{x} = 39.6, \quad \bar{y} = 34.9$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x} = 34.9 + 50.0 = 84.9$$

$$\therefore y = 84.9 - 1.26x$$

残差不偏分散は

$$V_{y \cdot x} = \frac{S_{y \cdot x}}{n-2} = \frac{2637}{157} = 16.8$$

$$\sqrt{V_{y \cdot x}} = 4.1$$

5.3 引張強さ一絞りの回帰関係

(Table 8 参照)

相関係数の算出と無相関の検定

$$S(xx) = 383$$

$$S(xy) = -433$$

$$S(yy) = 1560$$

$$r = -0.560^{**}$$

母相関係数の推定

$$\rho \text{ の下限} = -0.658, \quad \rho \text{ の上限} = -0.444$$

回帰にもとづく平方和 S_R を求めると

$$S_R = 490$$

回帰からの平方和(残り) $S_{y \cdot x}$ を求めると

$$S_{y \cdot x} = 1070$$

分散分析表を作る

(Table 9 参照)

回帰にもとづく分散は回帰からの分散に較べて高度に有意である。

Table 10 Calculation chart for correlating hardness (B.H.N.) to tensile strength—KS-50 commercially pure titanium forgings

y	x	X	35.5	36.5	37.5	38.5	39.5	40.5	41.5	42.5	43.5	fy	Yfy	Y ² fy	Σxf	(Σxf) Y
			- 4	- 3	- 2	- 1	0	1	2	3	4					
		- 6														
		- 5														
114		- 4				1	3			1		5	-20	80	- 2	8
117		- 3					5	4		1		10	-35	90	- 3	9
120		- 2				3	10	7	3	3	1	27	-54	108	- 4	8
123		- 1		1		2	5	9	4	3	1	25	-25	25	1	- 1
126		0	1	1		4	3	7	4	6		26	0	0	- 2	0
129		1	1			4	5	6	5	7		23	23	23	- 8	- 8
132		2					9	3	5	3	2	24	48	96	16	32
135		3						5	4			2	11	33	12	36
138		4						1	1	1	1	4	16	64	7	28
141		5					1			3		4	20	100	5	25
		6														
fx			2	2	14	41	42	26	22	5	5	159	11	685	22	137
Xfx			- 8	- 6	-28	-41	0	26	44	15	20	22				
X ² fx			32	18	56	41	0	26	88	45	80	386				
ΣYf			1	- 1	- 8	-24	- 4	21	15	- 3	14	11				
(ΣYf) X			- 4	3	16	24	0	21	30	- 9	56	137				

Table 11 Analysis of variance table for the regression of B.H.N. upon tensile strength

Source of Variation	Sums of Squares	Degrees of Freedom	Mean quares	F. Observation
Regression	430	1	430	10.1**
Residual Error	6726	157	42.8	
Total	7156	158		

回帰線の推定

$$b = -1.13$$
$$\bar{x} = 39.6, \bar{y} = 67.2$$
$$a = 111.8$$
$$\therefore y = 111.8 - 1.13x$$

残差不偏分散は

$$V_{y \cdot x} = 6.8$$
$$\sqrt{V_{y \cdot x}} = 2.6$$

5.4 引張強さ—硬サ (B.H.N.) の回帰関係

(Table 10 参照)

相関係数の算出と無相関の検定

$$S_{(xx)} = 383$$
$$S_{(xy)} = 406.5$$
$$(S_{yy}) = 7156$$
$$r = 0.266^{**}$$

母相関係数の推定

$$\rho \text{ の下限} = 0.114, \rho \text{ の上限} = 0.403$$

回帰にもとづく平方和 S_R を求める

$$S_R = 430$$

回帰からの平方和 $S_{y \cdot x}$ を求める

$$S_{y \cdot x} = 7156 - 430 = 6726$$

分散分析表を作る

(Table 11参照)

回帰による分散は回帰からの分散に較べて高度に有意である。

回帰線の推定

$$b = 1.06$$
$$\bar{x} = 39.6, \bar{y} = 126$$
$$a = 84$$
$$\therefore y = 84 + 1.06x$$

残差不偏分散は

$$V_{y \cdot x} = 42.8$$
$$\sqrt{V_{y \cdot x}} = 6.5$$

Table 12 Calculation chart for correlating oxygen content to tensile strength—KS-50 commercially pure titanium forgings

y	x	Y	X	35.5	36.5	37.5	38.5	39.5	40.5	41.5	42.5	43.5	fy	Yfy	Y ² fy	ΣXf	(ΣXf) ²
				-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4					
150	-6						1						1	-6	36	-1	6
250	-5												0	0	0	0	0
350	-4							1		2			3	-12	48	4	-16
450	-3												0	0	0	0	0
550	-2					2	7	3					12	-24	48	11	22
650	-1	1				2	11	11	4	5		1	35	-35	30	-1	1
750	0				2	6	10	10	4	6	2		40	0	0	-6	0
850	1							2	2	2	1	1	8	8	8	13	13
950	2					1	2	2	2	1	1		9	18	36	3	6
1050	3							1			1	1	3	9	27	7	21
1150	4												0	0	0	0	0
1250	5									1			1	5	25	2	10
1350	6											1	1	6	36	4	24
fx				1	2	11	31	30	12	17	5	4	113	-31	299	14	87
Xfx				-4	-6	-22	-31	0	12	34	15	16	14				
X ² fx				16	18	44	31	0	12	68	45	64	298				
ΣYf				-1	0	-4	27	-12	2	-4	6	9	-31				
(ΣYf) X				4	0	8	27	0	2	-8	18	36	87				

Table 13 Analysis of variance table for the regression of oxygen content on tensile strength

Source of Variance	Sums of Squares	Degrees of Freedom	Mean Squares	F. Observation
Regression	27.6×100^2	1	27.6×100^2	12**
Residual Error	262.9×100^2	113	2.3×100^2	
Total	290.5×100^2	114		

5.5 引張強さ—酸素含有量の回帰関係

(Table 12参照)

相関係数の算出と無相関の検定

$$S_{xx} = 296.3$$

$$S_{xy} = 9.080$$

$$S_{yy} = 2,905.00$$

$$r = 0.310^{**}$$

母相関係数の推定

$$\rho \text{ の下限} = 0.134, \rho \text{ の上限} = 0.466$$

回帰にもとづく平方和 S_R を求める

$$S_R = 27.6 \times 100^2$$

回帰からの平方和 $S_{y \cdot x}$ を求める

$$S_{y \cdot x} = 262.9 \times 10^2$$

分散分析表を作る

(Table 13参照)

回帰にもとづく分散は回帰からの分散に較べて高度に有意である。

回帰線の推定

$$b = 30.5$$

$$\bar{x} = 39.6, \bar{y} = 720$$

$$a = -490$$

$$\therefore y = 30.5x - 490$$

残差不偏分散は

$$V_{y \cdot x} = 2.3 \times 100^2$$

$$\sqrt{V_{y \cdot x}} = 150$$

5.6 引張強さ—鉄含有量の回帰関係

(Table 14参照)

相関係数の算出と無相関の検定

$$S_{xx} = 377.5$$

$$S_{xy} = 9.65$$

$$S_{yy} = 10600$$

$$r = 4.8 \times 10^{-4}$$

$$r(100, 0.1) = 0.1638$$

すなわち 10% の有意水準でも相関があるとはいえない

Table 14 Calculation chart for correlating iron content to tensile strength—KS-50 commercially pure titanium forgings

$x \backslash y$		35.5	36.5	37.5	38.5	39.5	40.5	41.5	42.5	43.5	f_y	Yf_y	Y^2f_y	$\sum Xf$	$(\sum Xf)/Y$
		X - 4	- 3	- 2	- 1	0	1	2	3	4					
	- 6														
	- 5														
	- 4														
370	- 3				2		1	1			4	-12	36	1	- 3
420	- 2			2	3	5	2		1		13	26	52	- 2	4
470	- 1			2	6	6	4	2			-20	20	20	- 2	2
520	0			3	10	14	8	12		1	48	0	0	20	0
570	1	1	1	3	5	5	6	5	1	2	29	29	29	9	9
620	2	1	1	3	7	2	2	1	3	1	21	42	84	- 3	- 6
670	3			1	3	5	1	1		1	12	36	108	2	6
720	4				1	2					3	12	48	- 1	- 4
770	5				1	1					2	10	50	- 1	- 5
	6														
f_x		2	2	14	38	40	24	22	5	5	152	71	427	23	3
$\sum Xf_x$		- 8	- 6	-28	-38	0	24	44	15	20	23				
$\sum X^2f_x$		32	18	56	38	0	24	88	45	80	381				
$\sum Yf$		3	3	6	19	21	2	5	5	7	71				
$(\sum Yf) X$		-12	- 9	-12	-19	0	2	10	15	28	3				

Table 15 Analysis of variance table for the regression of iron content on tensile strength

Source of Variance	Sums of Sures	Degrees of Freedom	Mean Sures	F. Observation
Regression	0.246	1	0.246	0.0035 < 1
Residual Error	10600	150	71	
Total	10630	151		

Table 16 Results of correlation study for the KS-50 commercially pure titanium forgings.
The average and standard deviation of ultimate tensile strength are 39.6kg/mm² and 1.56g/mm² respectively

$x \backslash y$	Yield Strength (kg/mm ²)	Elongation (%)	Reduction of Area (%)	BHN	Oxygen Contents ppm	Iron Contents ppm
$\bar{x}$ mean value	30.4	34.9	67.2	126	720	540
σ standard deviation	1.96	4.5	3.1	6.2	160	80
r correlation coeff.	0.76	-0.43	-0.56	0.27	0.31	4.8×10^{-4}
95 percent confidence interval of population average of correl. coeff.	0.82	-0.26	-0.44	0.40	0.47	
	0.69	-0.55	-0.66	0.11	0.13	
Equation of regression line:			$y_c = a + bx$			
b slope	0.97	-1.26	-1.13	1.06	30.5	
a intercept	-8.1	84.9	111.8	84	- 490	
V_{yx} unvaiaesd estimate of variance for error	1.62	16.8	6.8	42.8	2.3×100^2	
$\sqrt{V_{y \cdot x}}$ standard error of estimate	1.3	4.1	2.6	6.5	150	

しい。

回帰にもとづく平方和 S_R を求める

$$S_R = 0.246$$

回帰からの平方和 $S_{y \cdot x}$ を求める

$$S_{y \cdot x} = 10500$$

分散分析表を作る

(Table 15 参照)

回帰による分散は回帰からの分散に較べて有意といえない。

(Table 16 参照)

6. 結 言

工業用純チタンKS-50の鍛圧製品の抗張性質の品質標準に関する統計的研究結果を述べた。これにより品質の均一さの程度を知ることができる。また引張強さに対する耐力、伸び、絞り、硬さ、酸素含有量は回帰分析の結果、高度に有意の関係があることを明らかにし、Scatter diagram を示した。又引張強さに対する鉄含有量の影響は回帰分析の結果有意でないことを明らかにした。

時効現象シンポジウムのご案内

世話人代表

橋 口 隆 吉・理化学研究所

文京区上富士前町 31 (941—1141 内線32)

三 島 良 績・東大・工学部

文京区本富士町 (921—2121)

日 時 昭昭 36 年 7 月 3 日, 4 日 (月, 火) *10時~18時

会 場 虎ノ門・共済会館

プ ロ グ ラ ム (講師敬称略)

7 月 3 日

橋 口 隆 吉: あいさつ 「原子炉材料の放射線損傷」国際会議の報告
幸 田 成 康: 時効現象の問題点

——— 昼 食 ———

竹 山 太 郎: 時効現象の直接観察と物性から見た時効過程
木 村 宏: 面心立方合金の焼入状態と拡散の機構
間 庭 秀 世: 時効現象の熱力学的取り扱いと格子欠陥

7 月 4 日

河 野 修: 低温時効と加工により生じた格子欠陥 (主として面心立方合金の)
太 田 陸 奥 雄: Al 合金の時効に及ぼす Mn の影響

——— 昼 食 ———

角 野 浩 二: 安定析出相形成過程と格子欠陥
三 島 良 績: 時効過程の実例と格子欠陥
白 石 健 介: 時効と照射効果

(入場無料)

——— 講演概要は当日配布 ———