VNA解-有限要素交代繰返し法を用いた円孔と表面き裂の干渉評価*

-大型船用ディーゼル主機関クランクシャフトへの適用

西岡 俊久** 廣岡 佑亮*** 元 瑛 峻***
周 廣 勤*** 藤 本 岳 洋**

Evaluation of Interference between Surface Crack and Hole
Using VNA Solution - Finite Element Alternating Method

By Toshihisa Nishioka, Yusuke Hirooka, Youngjun Won, Guangqin Zhou, Takehiro Fujimoto

Generally, crack shape which exists in a three-dimensional structure, can be approximated as part of an elliptical crack. High precision evaluations of the stress intensity factor are necessary for the prediction of growth, and unstable fracture of the crack, in such a structure. However, it is difficult to obtain the high precision stress intensity factor if element subdivision is not made fine. This, in the singularity vicinity; such as a crack front. In general, numerical methods for analysis, use such as the Finite Element Method or Boundary Element Method. Also, using general numerical method for analysis, the calculation time becomes very large, to analyze interference problem of the crack group, requiring complicated element subdivision. By using Finite Element-Alternating Method, it is possible to obtain the solution with good accuracy and without completely modeling the crack.

In this study, we evaluated by this method, the interference degree between a surface crack and the oil hole in the crank shaft.

1. 緒言

近年、自動車や船舶等の車軸が破断し、破壊に至る事故が発生している。疲労き裂によって発生する事故の中でも、円孔を含んだ構造物中に表面き裂が発生し、き裂が円孔と干渉することにより破壊に至る場合がある。このような構造物中のき裂の成長や不安定破壊の予測には応力拡大係数の高精度評価が必要である。しかし、有限要素法や境界要素法などの一般的な数値解析手法では、き裂前縁などの特異点近傍において要素分割を細かくしなければ高精度の応力拡大係数値を得ることはできない⁽¹⁾。そこで、本研究では、無限体中のだ円き裂前縁の力学量を高精度に評価できるVNA解を応用したVNA解-有限要素交代繰返し法を用いて、円孔が表面き裂に及ぼす影響の有無、円孔の位置や外力の作用形式が疲労き裂成長に及ぼす影響を明らかにする。解析対象としては、大型船用ディーゼル主機関のクランクシャフトを想定した。

2. 有限要素交代繰返し法

2. 1 だ円き裂の一般解 (VNA解) 図1に示すよ

*原稿受付 平成21年2月23日。

**正会員 神戸大学大学院 (神戸市東灘区築港5-1-1)

***神戸大学大学院 (神戸市東灘区築港5-1-1)

うな無限体中に存在する単数だ円き裂の解析解²⁾について述べる。だ円き裂面上に作用する任意の応力分布 $\sigma_{3\alpha}^{(0)}$ ($\alpha=1,2,3$) は次式のように級数展開できる。

$$\sigma_{3\alpha}^{(0)} = \sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^1 \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^m A_{\alpha,m-n,n}^{(i,j)} x_1^{2m-2n+i} x_2^{2n+j}; (\alpha=1,2,3) \quad (1)$$

ここで、 $A_{\alpha,m-n,n}^{(i,j)}$ は未定係数であり (i,j) はそれぞれ x_1, x_2 軸に対する荷重の対称性を表す0または1の値をとるパラメータである。Mは任意の整数で式(1)に対する完全多項式の次数 $M_c=2M+1$ との関係があり、項数Nと $N=(M+1)(2M+3)$ の関係がある。不完全多項式の次数と項数はMばかりでなく (i,j) にも依存する。また、 (i,j) の対称性を考慮すると調和応力関数 f_α は次のようになる。

$$f_\alpha = \sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^1 \sum_{k=0}^M \sum_{l=0}^k C_{\alpha,k-l,l}^{(i,j)} F_{2k-2l+i,2l+j}; (\alpha=1,2,3) \quad (2)$$

ここで、 $C_{\alpha,k-l,l}^{(i,j)}$ は未定係数で、 $F_{2k-2l+i,2l+j}$ はポテンシャル関数を示す。コンマは添字 k と l を区別するために便宜上用いられる。式(1)中の係数 $A_{\alpha,m-n,n}^{(i,j)}$ と式(2)中の $C_{\alpha,k-l,l}^{(i,j)}$ の関係をマトリックス表示すると

$$\{A\} = [B] \{C\} \quad (3)$$

となる。ここで、 $[B]$ はだ円関数に関する行列式を表す。式(1)で与えられる任意荷重に対して、式(3)を解くことによって定数 $\{C\}$ を得ることが出来る。

この係数 $\{C\}$ を用いると、最終的に各モードの応力拡大係数 K_I, K_{II}, K_{III} は以下の式(4)~(6)で表される。式中、 θ はだ円角、 μ は横弾性係数、 ν はポアソン比、 a_1, a_2 はそれぞれき裂長軸長さ、き裂短軸長さを表す。以上の導出の詳細は文献⁽²⁾に示されている。

$$K_I = 8\mu \left(\frac{\pi}{a_1 a_2} \right)^{1/2} A^{1/4} \frac{1}{a_1 a_2} H_3 \quad (4)$$

$$K_{II} = 8\mu \left(\frac{\pi}{a_1 a_2} \right)^{1/2} A^{-1/4} \frac{1}{a_1 a_2} [H_1 a_2 \cos \theta + H_2 a_1 \sin \theta] \quad (5)$$

$$K_{III} = 8\mu \left(\frac{\pi}{a_1 a_2} \right)^{1/2} A^{-1/4} \frac{(1-\nu)}{a_1 a_2} [H_2 a_2 \cos \theta - H_1 a_1 \sin \theta] \quad (6)$$

$$H_\alpha = \sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^1 \sum_{k=0}^M \sum_{l=0}^k (-2)^{2k+i+j} (2k+i+j+1)! \cdot \left(\frac{\cos \theta}{a_1} \right)^{2k-2l+i} \left(\frac{\sin \theta}{a_2} \right)^{2l+i} \cdot C_{\alpha, k-l, l}^{(i, j)} ; (\alpha=1, 2, 3) \quad (7)$$

図1 無限体中に存在する単数だ円き裂

2. 2 VNA解-有限要素交代繰返し法 き裂同士
の干渉問題等を解析するには、複雑な要素分割が必要となるため、演算負荷が非常に大きくなる。この問題に対し、Nishiokaらは重ね合わせの原理に基づくVNA解-有限要素交代繰返し法を開発している⁽²⁾⁻⁽⁶⁾。有限要素交代繰返し法は、任意次数の多項式で表される分布荷重が作用するだ円き裂の一般解（無限体中に存

在する単数だ円き裂についての解析解）と、有限要素解析を重ね合わせ、繰返し計算することによって、自由表面（構造物の外表面とき裂面）での力学境界条件を完全に満たしながら、有限体中のき裂前縁に沿って高効率・高精度の応力拡大係数(SIFs)を求めることができる。この手法は、き裂を含まない有限要素解析のもとで、想定したき裂に対する応力拡大係数を求めるものであるため、容易に複数のき裂干渉問題や固体表面き裂が存在する三次元構造物の強度評価の解析が可能となっている。

2. 3 基本手順 有限要素交代繰返し法の手順を図2に示す。最初の有限要素解析は、初期荷重下でき裂を含まない有限要素モデルの解析を実施し、前ステップにより得られるき裂面上の応力分布に基づくだ円き裂の一般解を計算し、この一般解により解析モデル外表面での応力を求める。き裂面の応力自由表面条件を満たすために、その応力値を反転した境界条件を解析モデルに与え、再び新たな有限要素解析を実施する。前ステップにおいて得られた結果は、再びだ円き裂の一般解を求めるためのき裂面上の残差応力として提供される。この残差応力がき裂面上の初期応力と比較して十分小さくなるまで、有限要素解析とだ円き裂の一般解による解析との間で交代繰返し計算を行う。

図2 重ね合わせの原理に基づく計算手順

2. 4 解析手順 解析手順のフローチャートを図3に示す. 以下の手順によりき裂周辺の応力分布も求めることができる.
- Step (0) 対象とする問題について, き裂を含まない有限要素モデルの解析を実施する.
- Step (1) き裂の位置, サイズなどのデータを入力する.
- Step (2) き裂面上の荷重を算出する補間点を決定する.
- Step (3) 計算効率を向上させるため, 繰返し計算で用いる基本データを計算する.
- Step (4) Step(0)で得た補間点における応力を計算する.
- Step (5) き裂面での自由境界条件を満たすために, Step(4)で得られた応力を反転させ, 式(1)の係数 $\{A\}$ を求める.
- Step (6) 求めた $\{A\}$ を用いて式(3)より係数 $\{C\}$ を得る.
- Step (7) 係数 $\{C\}$ を得ることで, き裂面荷重寄与分の応力拡大係数 (SIF) が求められる.
- Step (8) 外表面の自由境界条件を満たすように, Step(5)の荷重条件下での表面力を計算し, それを反転させ, 等価な節点力 (等価節点力) を計算する.
- Step (9) Step(8)の節点力条件下で, Step(0)の有限要素解析を実施する.
- Step (10) Step(4)と同様に, 補間点での応力を決定する.
- Step (11) Step(10)で求めた応力が十分小さければ, Step(12)を経て計算を終了する. それ以外であれば, 再び Step(5)へ戻って計算を繰り返す.
- Step (12) 各繰返し計算で求めた応力拡大係数の総和を求める.

図3 有限要素交代繰返し法の計算手順

だ円き裂の一般解では, だ円形全体に対して残留応力 σ_{33}^R の応力分布を与える必要がある. しかし, 表面半だ円き裂のような部分だ円き裂に対しては実在しないだ円部分の取り扱いを考える必要がある. 本報では, 文献⁽⁷⁾の数値実験結果より, σ_{33}^R を図4に示す仮想残留応力分布 σ_{33}^R を仮定した⁽⁷⁾.

図4 表面き裂と仮想残留応力分布

3. ディーゼル主機関クランクシャフト

3. 1 クランクシャフト破壊現象 図5はディーゼル主機関クランクシャフトの折損破面である. 中心に存在する円孔は, 油孔であり, 潤滑油を流すために存在している. 図5中には初期き裂から中央の油孔に向かってき裂前縁跡が認められる. この破壊現象では, 油孔の影響や燃焼圧力の影響により疲労き裂が成長し破壊に至っていると推察される. この破壊現象を VNA 解-有限要素交代繰返し法を用いて解析し, き裂の成長度合いや外力の作用条件がき裂成長にどのような影響を与えるかを明らかにする.

図5 クランクシャフト折損破面

図6 破面拡大図とき裂前縁のだ円角度の定義

図5のき裂前縁履歴跡を拡大した図を図6に示す。図6では、き裂発生箇所から近いき裂前縁跡を順にNo.1～No.6($n=1\sim6$)と定義し、交代繰返し法による解析でも、そのき裂前縁跡に沿ってき裂位置を変化させた。混合モード荷重下におけるクランクシャフト折損破面に対して各き裂前縁の各位置での応力拡大係数を評価する。さらに、だ円き裂前縁の角度の定義を同図に示す。

3. 2 解析モデル寸法 解析モデルとしたディーゼル機関の主要は、シリンダー数が7気筒の4サイクル・ディーゼル機関であり、馬力 1600[PS]、回転数 285[rpm]である⁽⁸⁾。材質等については縦弾性係数(ヤング率) E は 206 [GPa]、ポアソン比 ν は 0.33、質量密度は 7868 [kg/m³]である。シャフトの一部を有限要素分割の対象とし、その外形状を図7に示す。図7の点線部断面にき裂が生じており、このき裂面の要素分割図を図8に示す。図のようにき裂形状を要素境界によって再現することなく解析を行なっている。

図7 解析モデル寸法

図8 き裂面要素分割図

図9 モデル全体の有限要素分割図

解析モデル全体の有限要素分割図を図9に示す。図7、9から分かるように、解析問題の対称性を考慮し、2分の1をモデル化している。本図では油孔が再現された要素分割図を示しているが、油孔の有無による評価については後述の3.5節にて詳細を説明する。

3. 3 荷重条件 ピストンからの燃焼圧力は連接棒を介してクランクピンに伝達される。境界条件は、スクリー・プロペラ軸を完全拘束し、図10の矢印で示してあるようなクランクピンの外表面 1/4 領域に加わるピストンからの燃焼圧力(分布外力)を加えた。燃焼圧力が未知であるため、以下の手順により、分布外力を求める。

まず、ディーゼル機関の馬力と回転数からトルク T を求め、トルク T からスクリー・プロペラ軸に生じるせん断応力 $\tau_{\max}$ を導出する。ここで、スクリー・プロペラ軸の一方の端を完全拘束し、他端に偶力 T を受

図10 ピストンからの燃焼圧力

けた丸棒のねじり問題に適用される式(8)を用いて $\tau_{\max}$ を評価した.

$$\tau_{\max} = \frac{16T}{\pi d^2} \quad (8)$$

ここで, d は丸棒の外径である. 次に, 汎用ソルバー ABAQUS を用い, $\tau_{\max}$ と一致するようにクランクピン外表面に作用する分布外力の値を決定する. 燃焼応力の最大値 $\sigma_{\max}$ と最小値 $\sigma_{\min}$ は燃焼圧力の基準値により求める. ディーゼル機関の出力振幅から前ステップで決めた分布外力の $\pm 3\%$ と仮定した.

計算結果は $\sigma_{\max} = 42[\text{MPa}]$, $\sigma_{\min} = 38[\text{MPa}]$ となった. 上限荷重が加わったときの応力拡大係数を $K_{N\max}$ とし, 下限荷重が加わったときの応力拡大係数を $K_{N\min}$ とする. $\Delta K_N = K_{N\max} - K_{N\min}$ ($N = I, II, III$) と定義し ΔK_I , ΔK_{II} , ΔK_{III} を求める.

3. 4 相当有効応力拡大係数振幅の導入 疲労き裂進展問題では, 式(9)に示したParis則などに代表される疲労き裂進展予測に基づき, き裂進展量を予測する必要がある. ここで, C , m は材料定数, ΔK は有効応力拡大係数振幅, a はき裂進展量, N は1ステップ当たりの繰返し数である.

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \quad (9)$$

しかし, 混合モード荷重下において予測理論が確立されていない. そこで, 本研究では, き裂の成長度合いを論じるため, Hua⁽⁹⁾らによって提唱された次式(10)を用いて, 相当有効応力拡大係数振幅 ΔK_{eq} を評価する.

$$\Delta K_{eq} = \left[\Delta K_I^2 + \Delta K_{II}^2 + (1 + \nu) \Delta K_{III}^2 \right]^{1/2} \quad (10)$$

3. 5 モデルに対する油孔の導入 油孔がき裂進展に及ぼす影響を評価するために, 油孔の有無による比較を行う. 油孔を除いたモデルを作成し, 図9の油孔を含んだモデルと比較する. 他の解析条件は全て同条件とすることによって, 両モデルのシミュレーション結果から油孔の有無が及ぼす影響のみを論じることができる. 本解析に用いた要素は8節点アイソパラメトリックソリッド要素であり, 油孔を導入したモデルでは, 総節点数 113787, 総要素数 106376, 油孔を除いたモデルでは, 総節点数 81236, 総要素数 75814 のモデルを作成した.

4. シミュレーション結果

図1 1(a)~(b)に, 油孔を含んだモデルのき裂形状毎の応力分布図を示す.

図1 1 き裂形状毎の応力分布図(ミーゼス応力[MPa])

この応力分布図から, き裂前縁に沿った応力集中が正しく評価されていることが分かる. さらに, 図1 2はき裂前縁履歴No.6 のときの各モードの応力拡大係数計算結果を示したものである. この図より, モードIではだ円角度 θ の値が 90° から 180° のときよりも 0° から 90° のとき (図の右側方向) の応力拡大係数の振幅 ($K_{I(\max)}$ と $K_{I(\min)}$ の差) が大きくなっている. 図1 3に相当有効応力拡大係数振幅の評価結果を示す. No.1 では対称性が見られるが, き裂が十分成長したNo.4, 5, 6 では, 図の左側より右側の相当有効応力拡大係数振

図1 2 各モードの応力拡大係数の計算結果(No.6)

図 13 相当有効応力拡大係数振幅の計算結果

幅が大きく、 0° から 90° 方向よりき裂が成長する傾向が示唆されている。この現象は図 5 中のき裂発生箇所からシャフト中央向（右上向）にき裂が成長した今回のクランクシャフト折損面の破壊現象と合致する。

次に、油孔がき裂進展に及ぼす影響を評価するために、油孔を導入したモデルと油孔を導入しないモデルの相当有効応力拡大係数分布を比較した結果を図 14 に示す。No.6 のき裂前縁履歴では、相当有効応力拡大係数振幅の値に大きな相違が見られないことが分かる。また、図中の No.7 は No.6 よりも油孔に近づけた仮想的なき裂前縁履歴を想定して解析を行い、油孔の影響を評価したものである。このケースについても相当有効応力拡大係数振幅の値には大きな相違は見られないことが分かる。そのため、き裂成長方向を決定づけているものは、油孔の存在ではなく、曲げ応力の作用によるものだと考えられる。

図 14 油孔の有無による相当有効応力拡大係数振幅

5. 結論

き裂が成長するにつれて、だ円角度 $0^\circ \sim 90^\circ$ 側の箇所の応力拡大係数振幅が $90^\circ \sim 180^\circ$ 側の応力拡大係数振幅よりも高くなり、き裂進展は $0^\circ \sim 90^\circ$ 側で促されていることが示唆された。また、初期き裂の寸法が小さいときは、き裂前縁において対称性が見られ、き裂進展に偏りはないが、き裂が成長するにつれて、対称性が崩れ、曲げ応力の影響が高くなっていることに起因している。き裂前縁を油孔に近づけても相当有効応力拡大係数振幅の違いは少なく、応力拡大係数値の分布には油孔の影響が現れていないことが分かった。上記より、本問題では、き裂進展方向は油孔の存在による影響をあまり受けず、主に外力の作用条件・曲げ応力によって決定づけられていることが分かった。

参考文献

- (1) S. Raju and J.C. Newman Jr, Engineering Fracture Mechanics, 11 (1979) pp.817
- (2) T.Nishioka and S.N. Atluri, Analytical solution for embedded elliptical cracks, and finite element alternating method for elliptical surface cracks, subject to arbitrary loadings, Engineering Fracture Mechanics. 17 (1983) pp.247-268
- (3) T. Nishioka, T.Tokunaga and T.Akashi, "Alternating Method for Interaction Analysis of a Group of Micro-Elliptical Cracks", Journal of the Society of Materials Science, Japan, 43-493 (1994) pp.1271-1277
- (4) M. Kamaya, and T.Nishioka, "Evaluation of Coalescence Criteria for Parallel Cracks", ASME PVP-Vol.438, (2002) pp. 181-186
- (5) 西岡俊久, 周 广勤, 藤本岳洋, 円形き裂を含む物体についての解析, 計算工学講演会論文集, Vol.10 (2005) pp.549-550
- (6) T. Nishioka, G.Q. Zhou and T. Fujimoto, "Analysis of Semicircular Surface Crack in Finite Plate Using the General Solution of Circular Crack", ICCES'05 INDIA, (2005)
- (7) Shah, R. C. & Kobayashi, A. S. (1971): Stress Intensity Factor for an Elliptical Crack Under Arbitrary Normal Loading, Engng Fracture Mech. Vol. 3, pp. 71-96.
- (8) 星野次郎著, 機関損傷と安全対策—NK 船 50 年の歩, pp.278-283
- (9) M.Fonte, L.Reis, F.Romeiro, B.Li, M.Freitas, "The effect of steady torsion on fatigue crack growth in shafts" International Journal of Fatigue 28 (2006), pp. 609-617.