ボルト締め付けの力学と実際（その1）*

福岡俊道**

1. はじめに

ボルト・ナットに代表されるねじ部品は、機械構造物の締結にもっとも広く使用されている機械要素である。一方、ねじ部品の破損・破壊によって様々なトラブルや事故が発生している。2007年5月のエキスポランドのジェットコースター事故、2008年4月に東名高速道路で発生した大型車の車輪脱落事故は、いずれもねじ部品の疲労破壊により発生している。そのような事故が発生した根本的な原因の一つとして、ボルト軸力の管理が不十分であった点が挙げられる。

ねじが現在のような形態で使用されるようになって300年以上が経過したといわれている¹⁾。その間、ねじの基本的な使い方が変化していないにもかかわらず、部品同士を結合するねじ締結部には、機械構造物の性能向上に伴って継続的に高い強度と安全性が要求されている。本稿では、ねじ部品の締結に対してもっとも広く用いられているトルク法を中心に、ナット回転角法および油圧テンショナ、ボルトヒータを用いた締め付け過程の力学について、実用的な観点から平易に解説することを目的としている。さらに、通常のボルト・ナットと締め付け特性が異なるボルト締結に関する問題、多数のボルトを逐次締め付けたときに発生する弾性相互作用についても解説する。

2. 種々のボルト締め付け方法

ねじ部品の締め付けは、使用するねじ部品の寸法形状、締め付け対象となる機械構造物の種類、要求される締め付け精度等に応じて様々な方法によって実施されている。以下に代表的な締め付け方法の概要を示す。

(1) トルク法　ねじの斜面を利用して、トルクレンチやスパナで与えたトルクをボルト軸力に変換する方法であり、作業の簡便さからもっとも広く使用されている。一方、接触面の摩擦係数のばらつきに起因して、

たとえ規定トルクで締め付けても、ある程度の軸力のばらつきは避けられないという欠点がある。

(2) トルク勾配法　トルク法で締め付けた時、ねじ部品に局部的に発生する塑性変形により、ナット回転角に対するトルクの変化率が小さくなることを利用した方法である。トルク法と比較すると、締め付け精度は高いが専用の工具が必要となる。

(3) 回転角法　ナットの回転角度の大きさをコントロールすることによって、ボルトに所定の軸力を与える方法である。回転角法には、ボルトの変形が弾性域内で締め付ける弾性域回転角法と、塑性域まで締め付ける塑性域回転角法がある。後者の塑性域回転角法²⁾は、回転角が大きいためボルト軸力の制御が比較的容易で、自動車産業等において呼び径の小さな高強度ボルトに対する適用例がある。前者の弾性域回転角法では、ねじ面、ナット座面などの接触面の表面あらし等の影響を受けないように、最初に“スナッグトルク”を与えてボルト・ナットを被締結体に密着させ、それ以降はボルト軸力とナット回転角がほぼ比例することを利用して締め付ける。船用関連の重要部品の締め付け等に使用されている。

(4) 張力法　油圧テンショナと呼ばれる専用の装置を用いて、ボルトに直接張力を与えて締め付ける方法である。接触面の摩擦係数の影響をほとんど受けないために、圧力容器、原子力関連機器、大型ディーゼル機関の重要部品をはじめとして、高い締め付け精度が

図1 油圧テンショナ

*原稿受付 平成22年12月9日

**正会員 神戸大学海事科学研究科

(神戸市東灘区深江南町5-1-1)

図2 ボルトヒータ

要求される締結部に広く使用されている。油圧を除いて締め付けが完了する時、ナット座面が沈み込むために、最終的にボルトに残留する軸力は最初に与えた張力より小さくなる。両者の比である“有効張力係数”は、油圧テンショナを用いた締め付け作業において最も重要な値である。

(5) 熱膨張法 ボルトヒータを用いて中空ボルトを加熱し、軸方向の伸びを発生させる。その状態でナットを回転してボルト頭部座面を着座させ、冷却時の収縮を利用してボルトを締め付ける方法である。締め付け可能なボルトサイズに制限がなく、装置が安価で、小型であるために狭隘な箇所における締め付けが可能である。一方、加熱時間と発生する軸力の関係をあらかじめ求めることが難しく、締め付け作業に時間を要するという欠点がある。

本稿ではトルク法、弾性域回転角法、張力法、熱膨張法について解説する。

3. ねじの幾何とボルト締結体における摩擦係数および各部の剛性

3. 1 ねじの断面形状と有効断面積

ねじの軸直角断面は円形ではないが、軸方向のどの位置においても同じ形状を有している。断面の外形は数式で表すことができ、近年その式を用いてねじのらせん形状を完全に再現した有限要素モデル^{3),4)}が作成されており、さらに以下に示した“真の断面積 A_e ”を求める式が導かれている^{5),6)}。

$$A_e = (A^2 + B)\theta_1 - \frac{C}{3}\theta_1^3 - A\sqrt{C}\left(\theta_1\sqrt{\frac{B}{C} - \theta_1^2} + \frac{B}{C}\sin^{-1}\sqrt{\frac{C}{B}}\theta_1\right) + \frac{D^2}{3}(\theta_2^3 - \theta_1^3) + DE(\theta_2^2 - \theta_1^2) + E^2(\theta_2 - \theta_1) + \frac{d^2}{4}(\pi - \theta_2)$$

$$\text{where } \theta_1 = \frac{\sqrt{3}\pi}{P}\rho, \quad \theta_2 = \frac{7}{8}\pi, \quad \rho \leq \frac{\sqrt{3}}{12}P, \quad H = \frac{\sqrt{3}}{2}P$$

$$A = \frac{d}{2} - \frac{7}{8}H + 2\rho, \quad B = \rho^2, \quad C = \frac{P^2}{4\pi^2}, \quad D = \frac{H}{\pi}, \quad E = \frac{d}{2} - \frac{7}{8}H$$

(1)

ここで d : ねじの呼び径, P : ねじのピッチ, H : ねじ山の引っかけり高さ, ρ : ねじ谷底の丸み半径である。ねじ部の強度は、同じ外径を有する円柱に比べて低くなるので、JIS 等で定義されている有効断面積という考え方で評価する。“有効断面積の直径 d_s ”は次式により求められる。

$$d_s = d - 0.9382P \quad (2)$$

3. 2 ボルト締結体における接触面摩擦係数

接触面の摩擦係数はボルト締結体の力学特性に大きく影響する。ボルトとナットで機械構造物を締め付ける場合、ねじ面とナット座面の摩擦係数が問題となり、それぞれ半径方向と円周方向の摩擦係数 μ_r と μ_θ を考慮しなければならない。ここで、ねじの軸に沿った断面形状は三角形であり、それが軸の周りにらせん状に巻き付けられている。したがって、半径および円周方向の摩擦係数が定義される方向は、それぞれねじ山半角(=30度)とリード角(ねじ山のらせんの角度)だけ傾いている。トルク法で問題となるのは円周方向の摩擦係数 μ_θ である。また、六角ボルトを本体側めねじにねじ込んで締め付ける“ねじ込みボルト”では、ナット座面のかわりにボルト頭部座面の摩擦係数を考慮しなければならない。

3. 3 ボルト締結体各部の剛性

トルク法におけるトルク-軸力関係式には接触面の摩擦係数が含まれているが、斜面における力のつり合いから導かれるので、基本的に締結部の材料や形状によって変化する被締結体の剛性の影響は受けない。一方、回転角法、張力法および熱膨張法の締め付け過程は、被締結体をはじめとして締結部の剛性が大きく影響する。例えば弾性域回転角法では、同じ呼び径のボルトを用いて同じ軸力を発生させる場合、グリップ長さ(被締結体の合計厚さ)が大きくなると必要なナット回転角は大きくなる。張力法では、油圧テンショナにより与える初期張力は目標軸力よりも大きくなければならないが、グリップ長さが大きくなるほど目標軸力と初期張力の比である“有効張力係数”は1に近づく。したがって、回転角法、張力法、熱膨張法の3種類の締め付け方法では、各種パラメータを用いて締め付け過程を定式化する場合、ボルト締結体各部の剛性を正確に評価する必要がある。

ボルトをある大きさの軸力で締め付けると、はめあいねじ部やボルト頭部は複雑な変形パターンを示すが、

図3 ボルト締結体と一次元ばねモデル

締め付け過程に大きく影響するのは軸方向の変形量である。そこで、ボルト締結体を構成する各部の軸方向変形量を対象として一次元ばねモデルを定義する。図3では、ボルト締結体を「はめあいねじ部」、「遊びねじ部」、「ボルト円筒部」、「ボルト頭部」、「被締結体」の5つの部分に分けて一次元ばねで表している。それぞれのばね定数を k_{th} , k_s , k_{cyl} , k_{hd} , k_f とすると、遊びねじ部とボルト円筒部のばね定数 k_s , k_{cyl} については、材料のヤング率を E として以下の式で表すことができる。

$$k_s = \frac{A_s E}{L_s}, k_{cyl} = \frac{A E}{L_{cyl}} \quad (3)$$

ここで A_s : 有効断面積, L_s : 遊びねじ部の長さ, A : 直径が d のボルト円筒部断面積, L_{cyl} : ボルト円筒部の長さである。

はめあいねじ部とボルト頭部については、実際の長さではなく、軸方向の剛性が等しくなる円柱の「等価長さ」により評価する。図4に等価長さの考え方を示している。はめあいねじ部は直径が d_s で高さが L_{th} 、ボルト頭部は直径が d で高さが L_{hd} の円柱に置き換える。等価長さ L_{th} , L_{hd} については、平均的な摩擦係数に対して有限要素解析により求めた結果が報告されている^{7), 8)}。

$$L_{th} = 0.85d \quad L_{hd} = 0.55d \quad (4)$$

ここで L_{th} は接触面の摩擦係数によってかなり変化する。また、ナット座面が被締結体に対して相対的に傾斜していると、等価長さはかなり大きくなって剛性が低下する。図5は、ナット座面の相対的な傾斜角度 θ が L_{th} に及ぼす影響を示している⁹⁾。式(4)の $0.85d$ は傾斜角度 $\theta = 0$ の場合の値である。実際の締結部では初期状態においてナット座面が全面接触していない場合も考えられるので、等価長さは $0.85d$ より大きくなると推察される。

被締結体のばね定数を求める場合、グリップ長さ L_p 、ナットの平均外径 B 、被締結体の外径 D_o の3つの寸法の関係から、締め付け形態を図6に示した「平板」、

図4 はめあいねじ部とボルト頭部の等価長さ

図5 等価長さに対する座面の傾斜角度の影響

図6 被締結体の3種類の締め付け形態

円筒」, 「細円筒」に分類して評価する。「平板」は被締結体界面の端部まで面圧が作用していない状態, 「細円筒」は被締結体の外径が小さいためにほぼ様に圧縮されている状態, 「太円筒」は両者の中間の状態を指す。ここで、細円筒のばね定数 k_f は簡単に求めることができる。被締結体を内径がボルト穴径 D_i 、外径が被締結体外径 D_o に等しい中空円筒と考えると、 k_f は以下のよう表される。

$$k_f = \frac{AE}{L_f} = \frac{\pi E (D_o^2 - D_i^2)}{4L_f} \quad (5)$$

グリップ長さが同じ場合、ばね定数 k_f は「細円筒」, 「太円筒」, 「平板」の順に大きくなる. 「太円筒」と「平板」の評価方法は文献 7, 8 に詳述しているので省略する.

3. 4 界面の接触面剛性

物体の表面には, 表面あらさが小さい場合でもある程度の高さの突起が存在する. このような面同士を接触させて圧力を上げていくと, 本体部分がほとんど変形しないような圧力でも, 突起がつぶれることによって界面が近づくように変形する. 界面の近寄り量と面圧 p の関係式はオストロフスキーらによって提案されている.

$$\zeta = cp^m \quad (6)$$

この式を応用すると, 表面あらさに起因する“接触面剛性”を定量的に評価することが可能となる¹⁰⁾. 式中の定数 c, m は表面あらさの関数として表すことができる^{11)~13)}.

$$\begin{aligned} c &= 0.0674R_{mt} + 0.413 \\ m &= 0.0155R_{mt} + 0.155 \end{aligned} \quad (7)$$

ここで, R_{mt} は対応する 2 つの表面の最大高さ R_z の和 (単位: μm) で, m の最大値は過去の研究¹⁴⁾より 0.5 とする. 以上の結果, ボルト締結体を構成する接触面であるねじ面, ナット座面, 被締結体界面, ボルト頭部座面の表面あらさが分かると, ボルトを軸力 F_b で締め付けた時の面圧から各接触面における近寄り量が計算できる. 近寄り量 ζ の詳細な計算方法等は文献 11 に記述されている.

4. トルク法

4. 1 トルク-軸力関係式

トルク法は, もっとも簡便なボルトの締め付け方法である. その場合, 目標値はボルト軸力であり, 締め付けトルクの値はあくまでも指標である. トルク法で締め付けた場合, 接触面の摩擦係数のばらつきに起因して, 通常 25~35% 程度の軸力のばらつきが発生することが報告されている^{15), 16)}. トルクと軸力の関係は以下の式で与えられる.

$$T_t = \frac{1}{2} F_b \{ d_2 \tan(\rho' + \beta) + \mu_n d_n \} \quad (8)$$

上式において, T_t : トルクレンチやスパナで与える全トルク, F_b : ボルト軸力, d_2 : ねじの有効径, ρ' : ねじ面の摩擦角, β : ねじのリード角, μ_n : ナット座

面摩擦係数, d_n : ナット座面摩擦円の等価直径である. ボルトの呼び径を d とすると, d_n は $1.3d$ として差し支えないようである¹⁷⁾. β と ρ' は, ねじのピッチを P , ねじ面の摩擦係数を μ_{th} , ねじ山半角を α (通常は 30 度) として以下の式により計算できる.

$$\begin{aligned} \beta &= \tan^{-1} \frac{P}{\pi d_2} \\ \rho' &= \tan^{-1} \frac{\mu_{th}}{\cos \alpha'} \\ \text{where } \alpha' &= \tan^{-1} (\tan \alpha \cdot \cos \beta) \end{aligned} \quad (9)$$

目標軸力 F_b を得るためのトルク T_t の大きさは, 式 (8), (9) を用いると, ねじのサイズ, ねじ面とナット座面の摩擦係数 μ_{th} , μ_n が与えられると計算できる. しかしながら, これらの式の計算には手間がかかるために, 実際の作業では下記のトルク係数 K を用いた式が用いられることが多い.

$$T_t = KF_b d \quad (10)$$

上式を用いると, 目標軸力 F_b とボルトの呼び径 d を代入するだけで締め付けトルク T_t を求めることができる. ここで, K の意味を明らかにするために $d_n = 1.3d$ を代入して式 (8) を変形する.

$$T_t = \frac{1}{2} \left\{ \frac{d_2}{d} \tan(\rho' + \beta) + 1.3\mu_n \right\} F_b d \quad (11)$$

式 (10) と比較すると, トルク係数 K は中括弧内の値に $1/2$ を乗じたものであることが分かる. 種々の呼びの並目ねじと細目ねじの寸法を式 (11) に代入して最小二乗法を適用すると, トルク係数 K はねじ面とナット座面の摩擦係数 μ_{th} , μ_n の関数として表すことができる^{18), 19)}.

$$\begin{aligned} K &= 0.556\mu_{th} + 0.65\mu_n + 0.019 \quad (\text{並目ねじ}) \\ K &= 0.565\mu_{th} + 0.65\mu_n + 0.011 \quad (\text{細目ねじ}) \end{aligned} \quad (12)$$

並目ねじの場合, 式 (8) に対して上式から求めた軸力の誤差は非常に小さい. 細目ねじの場合, 同じ呼び径に対して何種類かのピッチが規定されているのでやや誤差が大きくなるが, 実用的には差し支えないと考えられる. 締め付け時に使用する潤滑剤, 締結部の表面あらさ等を考慮して摩擦係数の値を推定し, その値を式 (12) に代入してトルク係数 K を求めると, 従来より高い精度でボルト軸力を管理することが期待できる.

4. 2 摩擦係数の影響

トルク係数 K として広く用いられている 0.2 という値は, 標準的な摩擦係数である $\mu_{th} = \mu_n = 0.15$ を式 (12) に代入した場合とほぼ等しい. 仮に摩擦係数を 0.3 とすると, K の値は 0.381 と 2 倍近く大きくなる. この

ことは同じトルクを与えた場合、得られる軸力がほぼ半分になることを意味する。以上の考察より、摩擦係数の影響は以下のようにまとめることができる。

「同じトルク T_t に対して得られるボルト軸力 F_b は、摩擦係数の大きさにほぼ反比例する」

つぎに、ナットに与えたトルク T_t がボルト締結体にどのように作用しているか考察する。式(12)の右辺の各項は、ねじ面の摩擦、ナット座面の摩擦、リード角に関連する項である。表1は、ねじ面とナット座面の摩擦係数 μ_{th} 、 μ_n が等しいと仮定してトルク係数を計算した結果を示している。表中にトルク係数に占める3つの項の割合も示している。摩擦係数が0.15で並目ねじの場合、与えたトルクのうち約40%がねじ面の摩擦、50%がナット座面の摩擦、残りの10%がねじ山を登るために使われていることがわかる。摩擦係数が大きくなるにしたがって、ねじの斜面を登ることにより有効に軸力に変換されるトルクの割合が減少している。

通常、ねじの締め付けには潤滑剤が使用される。小さなトルクで大きな軸力を得るためには摩擦係数は小さい方がよい。しかしながら摩擦係数の絶対値が小さいと、トルク係数すなわち軸力のばらつきが大きくなる可能性がある。著者らの研究室において、二硫化モリブデンを使って実施した実験では、 μ_{th} と μ_n はともに0.1より小さくなり、乾燥皮膜の状態で使用するとくに小さくなった。一方ばらつきについては、ペースト状態で使用した場合の方が小さくなった。摩擦係数の絶対値とばらつきの両方を小さくすることが難しいとすると、軸力管理の観点からは、「摩擦係数がある値以下であれば、ばらつきの小さい潤滑剤を使用する

ことが望ましい」と考えられる。ここでいう摩擦係数は、摩擦力と面に垂直な力の比として定義される見かけ上の数値である。したがって、摩擦係数の値を見積もる場合、潤滑剤の性状以外に表面あらさ、うねり、締結部のあたりや平行度を考慮しなければならない。

4. 3 トルク法による作業指針の提案

前節までの式を用いた締め付け指針を以下にまとめている。

- 1) 目標軸力 F_b を決定する。
- 2) 使用するボルトの呼び径 d を決定する。ボルト材料については、目標とするボルトの軸応力 σ_b と材料の降伏応力 σ_y を参照して決める。
- 3) 使用する潤滑剤、ねじ部品および被締結体の表面状態を考慮して摩擦係数を推定し、式(12)からトルク係数を求める。
- 4) 式(10)より締め付けトルク T_t を求める。

4. 4 締め付け過程におけるトルクの変化と発生する応力

トルクレンチ等によってナットに与えたトルク T_t は、ボルトに伝達されるトルク T_1 とナット座面で消費されるトルク T_2 に分けられる。

$$T_t = T_1 + T_2 \quad (13)$$

ここで T_1 は、表1に示したねじ面の摩擦とリード角に関する成分の和である。図7は、締め付けトルクが目標値に到達した瞬間から、レンチから手を離して完全に作業が終了するまでの間に各部にかかるトルクの変化を示している^{20), 21)}。 T_1 はボルトをねじるように作用し、完全に作業が終了した後もかなりの大きさのトルクが残留している。一方 T_2 は、トルクレンチから手を離す過程において、摩擦力の値が零を経て向きが変化するために符号が反転している。締め付けが完了した状態では T_t が零となるので、両者の関係は

図7 締め付けトルク解放後の各部にかかるトルクの変化

表1 トルク係数と摩擦係数の関係

μ_{th}, μ_n	K(並目)	ねじ面割合	ナット座面割合	リード角割合
0.05	0.079	35.1%	41.0%	24.0%
0.075	0.109	38.1%	44.5%	17.4%
0.1	0.140	39.8%	46.6%	13.6%
0.125	0.170	40.9%	47.9%	11.2%
0.15	0.200	41.7%	48.8%	9.5%
0.175	0.230	42.3%	49.4%	8.3%
0.2	0.260	42.7%	50.0%	7.3%
0.25	0.321	43.4%	50.7%	5.9%
0.3	0.381	43.8%	51.2%	5.0%
0.35	0.441	44.1%	51.6%	4.3%
0.4	0.501	44.4%	51.9%	3.8%

μ_{th}, μ_n	K(細目)	ねじ面割合	ナット座面割合	リード角割合
0.05	0.072	39.4%	45.3%	15.3%
0.075	0.102	41.5%	47.7%	10.8%
0.1	0.133	42.6%	49.1%	8.3%
0.125	0.163	43.4%	49.9%	6.8%
0.15	0.193	43.9%	50.5%	5.7%
0.175	0.224	44.2%	50.9%	4.9%
0.2	0.254	44.5%	51.2%	4.3%
0.25	0.315	44.9%	51.6%	3.5%
0.3	0.376	45.1%	51.9%	2.9%
0.35	0.436	45.3%	52.1%	2.5%

図8 トルク法による締め付け過程における塑性域の進展

$$T_1 + T_2 = 0 \quad (14)$$

となる。その場合、 T_1 と T_2 の絶対値はトルクレンチから手を離す直前の70～80%程度の値となる。すなわち、ボルトには与えたトルクの70～80%が残留しているといえる。

以上、トルク法で締め付けた場合、ボルトには軸力に起因する軸応力 σ_b とねじりトルク T_t によるせん断応力 τ が同時に作用する。その場合の強度は“せん断ひずみエネルギー説”に基づいたミーゼス応力で評価することができる。

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\sigma_b^2 + 3\tau^2} \quad (15)$$

上式の右辺に現れる係数を3ではなく1.8とすると、実際のボルトの降伏現象によく一致するという報告がある¹⁵⁾。ここで、締め付け作業が完了した時にボルトに残留するトルク T_t がピーク値の77%と仮定すると、上記の係数は1.8となる。図8は、M12のボルトを対象として、2次元の要素分割に対して各節点の自由度を3とした疑似三次元有限要素モデルにより、トルク法で締め付けた時に塑性域が進展していく過程を解析した結果である^{22), 23)}。図中の数値はボルト円筒部における軸応力 σ_b を示している。塑性変形は、もっとも応力集中が顕著なナット座面に近いボルト第1ねじ谷底周辺から開始する。しかしながら、その後は各ねじ谷底で塑性変形が発生し、遊びねじ部の中央付近において最初に塑性域がボルト軸中心まで到達している。ここで示した結果は、過大なトルクで締め付けた場合、ボルトの破断がナット座面付近ではなく、遊びねじの中央付近で発生しやすいことを裏付けている。

参考文献

- 1) 丸山, ひそかに先端を進むねじの技術, 日本機械学会誌, 102-967, (1999), 346-348.
- 2) 山本, ナット回転角法による塑性域締め付けの実施案, 日本ねじ研究協会誌, 21-11, (1990), 333-340.
- 3) 福岡, 野村, 森本, ねじ山らせん形状の高精度なモデリングと有限要素解析, 日本機械学会論文集 A編, 72-723, (2006), 1639-1645.
- 4) Fukuoka, T., Nomura, M., Proposition of Helical Thread Modeling With Accurate Geometry and Finite element Analysis, *ASME Journal of Pressure Vessel Technology*, 130-1, (2008), Paper No.011204.
- 5) 福岡, 野村, ねじ谷底の丸みを考慮したねじ断面積の理論式, 日本機械学会論文集 C編, 72-714, (2006), 644-648.
- 6) Fukuoka, T., Nomura, M., True Cross Sectional Area of Screw Threads With Helix and Root Radius Geometries Taken Into Consideration, *ASME Journal of Pressure Vessel Technology*, 131-2, (2009), Paper No.024501.
- 7) 福岡, 張力法によるボルト締め付け過程の解析 (ばねモデルによる検討), 日本機械学会論文集 A編, 58-549, (1992), 760-764.
- 8) Fukuoka, T., Analysis of the Tightening Process of Bolted Joint With a Tensioner Using Spring Elements, *ASME Journal of Pressure Vessel Technology*, 116-4, (1994), 443-448.
- 9) 福岡, 張力法によるボルト締め付け過程の解析 (締結部の形状誤差の影響), 日本機械学会論文集 A編, 62-602, (1996), 2372-2378.
- 10) 福岡, 張力法によるボルト締め付け過程の解析 (接触面剛性の影響), 日本機械学会論文集 A編, 61-582, (1995), 429-435.
- 11) 福岡, 弾性域回転角法の締め付け過程の評価と締め付け手順の提案, 日本機械学会論文集 C編, 72-716, (2006), 1370-1377.
- 12) 福岡, 野村, 菅野, ボルト締結体の振動特性評価と接触面剛性を考慮した有限要素解析, 日本機械学会論文集 C編, 73-734, (2007), 2820-2827.
- 13) Fukuoka, T., Nomura, M. and Sugano, N., Experimental Investigation and Finite Element Analysis of the Free Vibration Problem of Bolted Joint by taking Account of Interface Stiffness, *Journal of Environment and Engineering*, 4-1, (2009), 101-111.
- 14) Back, N., Burdekin, M. and Cowley A., Analysis of Machine Tool Joints by the Finite Element Method, *Proc. of 14th Inter. MTDR*, 210, (1973), 529-537.
- 15) 山本, ねじ締結の原理と設計, (1995), 70-101, 養賢堂

- 16) 吉本勇編集, ねじ締結体設計のポイント, (1992), 167-180, 日本規格協会
- 17) 山本, ねじ締結の理論と計算, (1970), 74-88, 養賢堂
- 18) 福岡, 各種締付け形態におけるボルトの力学的特性, 日本機械学会論文集 A編, 62-594, (1996), 445-451.
- 19) Fukuoka, T., Takaki, T., Mechanical Behaviors of Bolted Joint in Various Clamping Configurations, *ASME Journal of Pressure Vessel Technology*, 120-3, (1998), 226-231.
- 20) 福岡, 高木, トルク法によるボルト締付け過程の力学的特性について, 日本機械学会論文集 A編, 63-609, (1997), 1083-1088.
- 21) Fukuoka, T., Takaki, T., Mechanical Behaviors of Bolted Joint during Tightening Using Torque Control, *JSME International Journal -Series A*, 41-2, (1998), 185-191.
- 22) 高木, 福岡, ボルト締付け過程の弾塑性有限要素解析, 日本機械学会論文集 A編, 67-660, (2001), 1269-1275.
- 23) Fukuoka, T., Takaki, T., Elastic Plastic Finite Element Analysis of Bolted Joint during Tightening Process, *ASME Journal of Mechanical Design*, 125-4, (2003), 823-830.

以下, “ボルト締め付けの力学と実際 (その2)” に続く.