船用ボイラプラントでの適応制御方式の検討*

佐川 隆一**

概 要

プロセス制御への電算機の利用目的の主たるものの一つに、電算機指向の制御アルゴリズムを用いた動的特性の改善がある。これは調節制御と称される分野であり、最近のこの分野での理論的發展が、制御性能の改善に大いに寄与するものと考えられる。

船用蒸気主機プラントは熱及び機械的プロセスであって、他のプロセス制御システムに関すると同様の改善が期待される。

本文においては多くの制御方式のうち特にモデル規範形適応制御システムについてのシミュレーションを行ない、電算機の適用による動的特性改善の検討資料とする。

A Study of an Adaptive Control System Applied to the Marine Boiler Plant

By Ryuichi Sagawa

Abstract

One of the principal purposes in computer application for process control is the dynamic performance improvement using computer oriented control algorithms.

This type of control is classified into "Regulatory Control."

Moreover, the "Advanced Control Theory" is expected to help this control requirement. Because of the marine steam plant is a typical heat and mechanical process, above mentioned application of computer is considerable for this plant.

In this article, the results of simulation study for the "Model Reference Adaptive Control System", which is one of the "Advanced Regulatory Control Concepts" applied to a marine main boiler system, is introduced with the numerical simulation.

1. 船用タービンプラント電算機制御の概要

1.1 電算機の機能 プロセスコントロールシステムにおける制御用電算機システムに期待される機能の一つは監視又はデータロギングであり、他の一つは制御それもリアルタイム制御である。

更に制御は二つの形に分けられる。一つは計画制御 (preplanned control) と称されるもので、プログラムされたシーケンスの制御、例えばプラントの自動発停に対するものであり、モニタリングやトラブルシューティングもこれに含まれる。他の一つは調節制御 (regulatory control) と称され、プラントの動作状況を最適にし、あるいは安全性を維持するために、プラントの変数を所定の値又はその変化に追従 (tracking) せし

めるような制御である。

プラントの動作状況を最適にすることにはまた二つの意味があり、一つはプラントの profit 例えば、効率についてのいわば静的なものであり、他の一つは良好な動的性能一速く、安定に、オーバーシュートの少ない一最適化を獲得せんとするものである。

本文は後者に関するものである。

1.2 制御アルゴリズム 制御対象とそれを制御する制御装置とから成り立つ制御システムの動的性能は、制御アルゴリズムとそれを具体化する制御装置が、制御対象並びに制御目的にいかにかうまく整合 (match) しているかによってほぼ決まる。

制御アルゴリズムとは、どのように制御するかという数式ないしは理論式で表現された一連の手続き内容であり、在来制御では PID 演算などがその代表的なものである。現代制御理論ではシステムの内部動的状態を、必要最小次の 1 階連立微分方程式で実現することに始まる

* 原稿受付 昭和 49 年 3 月 20 日

船用機関国際シンポジウム一般講演 (昭和 48 年 11 月 13 日)

** 正会員 川崎重工業 (株) (明石市川崎町 1-1)

ので、電算機でそのまま求積することが可能であり、リアルタイム制御装置として電算機を用いることに直接的に有用である。同様に動的システムのシミュレーションについても極めて直截的である。前者においては制御アルゴリズムがそのまま電算機内にパッケージされることになる。

現代制御理論に基づく制御アルゴリズムは、その大きな融通性と計算機のスピーディな情報処理機能とがあいまって、多くの信号の複雑な演算や論理操作を可能とし、在来制御アルゴリズムに基づくものに比して、動的性能をより一層改善することが期待されるに至った。

1.3 プラントの同定 あるプラントに制御をかけようとする際、設計者としてまづは握すべきことはそのプラント固有の定量的動的挙動である。これは握を同定 (identification) と称するが、これの精度があらゆる負荷レベルあるいは外乱に対して十分に維持されているときは別として、その正確さが不十分であったり、大幅に変動することが予期されたりする場合は、制御アルゴリズムは実際のプラントの時々刻々の状況を同定し、これに追従して改変 (update) して行けるようなフレキシブルなものでなくてはならない。すなわち、プラントの状態をリアルタイムでは握するというタイプの同定動作が不可欠である。この動作は電算機をオンラインリアルタイムに利用することによって初めて可能となる。又かくして得られた時々刻々の同定結果に対応して所望の制御動作を出力させるという演算にも、また電算機の計算能力を利用することが極めて有効な手段である。

特に本文で述べようとする適応制御アルゴリズムのうちの同定について簡単に説明すると、計算機の中に設けたプラントの数式モデルの出力と、実プラントの出力とを比較しこれらの差のノルムを最小にもって行くようにモデルのパラメータを修正して行くタイプのもので、特に多変数系に際し、電算機のデータ処理機能をフルに活用しつつ比較的速く同定出来、Model Reference Adaptive System (MRAS) と称される。

1.4 研究の目標の検討 日本造船研究協会 106 研究部会の検討結果による¹⁾と、船用タービンプラントの動的性能改善に対する主な目標は表 1 のとおりであった。

表 1 動的性能改善目標

制 御 量	目 標
主 蒸 気 圧 力	プラント特性変化に追従した性能維持
ドラムレベル	オーバシュートの減少と安定性の増加
主 蒸 気	同 上

上表より明らかなように問題点、従って又改善目標はボイラに集中しており、本文では既に述べた適応制御 (上表では主蒸気圧力系のものに相当) をボイラプラントに施こした時の効果をシミュレーションによって検討することとした。

2. 適応制御系

2.1 一般事項 適応制御は大別して MRAS と試行探索形とがあるが、ボイラのような多変数系には前者の方が有効であり、それには三つの設計法がある²⁾。列挙すると、

設計法 1. 最適フィードバック制御によるもの。

この方法では、モデルと並列におかれたプラントのパラメータではなく入力を変える。この入力は状態ベクトルフィードバック信号により与えるが、評価関数としてプラントとモデルの各出力の差の二次形式と、プラントへの入力 u の二次形式の $t=0 \sim \infty$ の積分値を最小とすることより、状態ベクトルフィードバックゲインが Ricatti 方程式の解として得られる。

設計法 2. パラメータ最適化

プラントとモデルの各出力ベクトル差 ε によりモデルのパラメータ行列 A と B を

$$\dot{A}(t) = \phi(\varepsilon), \quad \dot{B}(t) = \psi(\varepsilon)$$

なる速度アルゴリズムで適応する。この際、 ϕ と ψ を ε の一次までの近似表現を用いると結局 $\dot{A}, \dot{B}$ の各要素はそれぞれ $\varepsilon_i y_j, \varepsilon_i u_j$ (ここに y はプラント出力、 u は入力) に比例するという形をとる。但し、比例定数 (>0) の選定が不適当なときはシステムが不安定となることはパラメータ極値探索の通有性である。この比例定数は後出の ρ に対応する。

設計法 3. 安定論によるもの。

MRAS は本質的に非線型であり、時としてシステムが不安定となることは設計法 2 に示した通りであるが、MRAS を定常線型部と非線型 (又は非定常) 部とより成る等価フィードバック系へ変換し補償回路を導入する。プラントが定常線形の時は漸近的安定 ($\|\varepsilon\| \rightarrow 0$)、さもない時は BIBO 系 ($\|\varepsilon\| < \delta$) となる。適応アルゴリズムは設計法 2 と同じであるが補償回路設計のためにプラントの方程式が必要であり同定問題では本来未知のものを想定するという困難さを伴う。もっとも、設計法 2 でもパラメータ感度を計算するため同様な困難を伴うのであるがこれは本来山登りの初期状態の望ましい選定の問題であり、質的には前者の方が困難性が大きい。この設計法には Popov の超安定理論が利用される。

本文の内容はパラメータの同定に関する問題であるから設計法 2 または 3 に関するもので、ここでは上記のような補償回路の設計手続の困難もあり、むしろ、良好な適応性を得る定数の選定を求める問題、すなわち 2 の方法を用いることとした。

ボイラその他のプロセスに対する適応制御の応用についての報告は、1 入出力系について制御パラメータの直接変換を行なうもの³⁾のほかは余り例を見ないようである。本文は多入出力時変形状態空間表示プラントにおける MRAS を利用したものであり、なにかんずく可同定条件について特に検討を合せ行なった。

本適応制御アルゴリズムと前提は、おおむね次のごとくである。

(1) システムは離散値系で記述され、サンプル周期 T でサンプルされる。

(2) モデルはプラントと同一次元の状態空間表示で表され、あるサンプル数の区間(これを推定区間と称し必要なサンプル数は後に述べる)の最後にこの区間に蓄えた情報をもとにモデルを改変する。この区間内では、改変されたままの一定状態を維持する。

(3) システムは確定系とし、ノイズは無視しうるとすると共に、状態量は直接測定可能であるとする。後者については MRAS でプラントパラメータをなんらの変換なしにそのままモデルに写しとるための十分条件である。このことも後に述べる。

(4) パラメータ同定アルゴリズムとしては感度解析法に基づいた線形化法の一つの GAUSS-NEWTON⁴⁾法を用いる。これは本質的に非線形挙動を示すパラメータ同定に対し、山登り接近を行なうものである。すなわち、パラメータ推定区間の最後において、モデルを修正(同定)する際に山登りを行なう。実際にプラントが定常系であり、当初のモデルがこれとの間に差違を生じている際には一つの推定区間の最後に山登りを行なえばそれで同定完了であるはずであるが、当シミュレーションのごとく絶えずプラントが変化するという時変系の場合には、各推定区間毎に山登りを行なうことを永続的にくり返すこととなる。山登りはそれ自体くり返し(Recursion)アルゴリズムになるが、このくり返しと、時変系に対処するための同定のくり返しの両者をそのまま実現すると、電算機は極度に Busy になるので、後に述べるごとく適当な一回山登り法によって良好な結果を得ることが出来た。

(5) プラントの時変性は、例えば伝熱部の煤の付着に基因する伝熱係数の変化などである。なお、プラントは線形、すなわち時変線形であると仮定する。この仮定は、さして、急激な外乱、従って状態量の大幅な変化を考えなければ成立つものであると考えられる。

(6) このシミュレーションにおいては物理的理由は別として、時变的なパラメータは状態推移行列にのみ起こるものと仮定する。

(7) モデルによるプラントの同定結果のパラメータから、操作(制御動作)量を算定するのであるが、この算定すなわち操作アルゴリズムとして、ここでは1段決定過程での最適化である準最適制御則を用いる。適応制御系としては図1のごとく既に述べたパラメータ同定と制御動作(操作)の二つのプロセスが存在することとなるが、本シミュレーションにおいては操作則として上のようなものを用いたのである。後に結果として述べるが、本シミュレーションにおいては同定については良好な結果を得たが、上記の操作則の選定については必ずしも満足すべきものではなく、むしろ、同定効果を計るために

図1 適応制御の意味

最も簡単な操作則を用いたのである。

(8) プラントの変化

本来プラントの変化パターンは不明なものであるが、このシミュレーションでは状態推移行列の対角要素が振幅10%, 周期600パルス(10分)なる正弦波状に変化するボタンをプラントモデルに加える。

(9) 初期状態においてはプラントとモデルは全く同一のパラメータをもつものとし、プラントが一時的に(8)項の変化を開始するものとする。

(10) 準最適制御則における目標の二次形式汎関数を規定する正定対称行列は、初期のプラント推移行列で示されるシステムが漸近安定であるようなものを選ぶ。この目的のためにリアプノフの安定条件行列方程式の解を求める。常時この考えを徹底するにはすべてのサンプル時点についての推移行列を用いねばならないが、ここでは簡単のために上記のように初期行列をとるにとどめる。

(11) 弁の操作部すなわち local loop の応答おくれは本シミュレーションでは無視する。

(12) 各制御量の目標数値は不変とし、パラメータ変化のほか、加法的な外乱として蒸発量のステップ入力加わるものとする。

2.2 プラントモデル このモデルは次の二つの意味をもつことは如上の所論により明らかであろう。

(イ) MRAS のモデル

(ロ) 適応制御システムのシミュレーションのためのプラントモデル

この二つのモデルはそれぞれ初期状態においては同一パラメータで構成された状態推移及び駆動行列で構成され、以下に述べるようなプロセスで導き出されたものである。

(イ)はシミュレーションであると実プラント制御であるとかかわらず必要なものであることは明らかであろう。

本シミュレーションは船用主ボイラの適応制御に関するものであるから、まずボイラの想定から始めねばならない。

ボイラのフローダイアグラムを図2に、その主要目を表2にそれぞれ示す。

図2 エネルギー質量流れ図

表2 対象ボイラ

型式	非再熱自然循環ドラム形
要目	蒸発量 46 T/H, 主蒸気圧 46 kg/cm ² 主蒸気温 450℃, 蒸発管出口乾き度 1.63% 蒸気ドラム径 1.2m

このモデルはNicholson⁵⁾の用いたもので、その理由は後に出てくるパラメータの計算結果を利用するためである。

このボイラの定格状態近傍での振動近似の動的モデルをChien⁶⁾の方法によって求めると、23個の定常線形微分代数方程式を得る。代数方程式を消去し状態方程式に改めると最小次数実現として9次系となる。すなわち、

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{By} \quad \mathbf{P}_s = \mathbf{Mx} \quad (1)$$

ここに状態ベクトル $\mathbf{x}$ は9次で

$$\text{col} [\rho_s, T_s, T_{st}, x, W_s, P_d, T_w, y]$$

入力 (操作入力及び外乱) ベクトル $\mathbf{y}$ は4次で

$$\text{col} [W_s, W_e, W_F, T_e]$$

$\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{M}$ はそれぞれ 9×9 , 9×4 , 1×9 定数行列。

これらの各変数の有する意味は表3のごとくである。

表3 変数の内容

ρ_s	過熱器出口比重量	T_{st}	蒸発管温度
T_s	温度	T_w	ドラム内飽和温度
P_s	圧力	y	ドラム水位
T_{st}	管温度	W_s	蒸発量
x	蒸発器出口乾き度	W_e	給水量
W_s	循環流量	W_F	燃料量
P_d	ドラム圧	T_e	給水温度

ここでは、主蒸気温度の制御系は考慮していない。なぜならば、経験的にこの変数の他の変数への干渉度合が極めて低いことがわかっているからである。

2.3 次数低減 このシミュレーションの主目的とするところは、制御方式の制御性能に及ぼす効果の検討にあるので、対象モデルは十分な精度のある近似度の下に可及的簡略化することが望ましい。特にシステム次数は、リアルタイム情報処理に直接大きく影響を及ぼし、これを極力減少することが望ましい。

なお、ここにいる次数低減 (Reduction of System Order) と表現のよく似たものに Ir-reducible Realization があるが、これは伝達関数行列又は微分方程式群から状態方程式 (1) に変換する際に、最小次数 (McMillan 次数) で実現すればそれは可制御且つ可観測なシステムになるというシステム構造の問題である。ここでの次数低減はこういった制御原理のものでなく、実用上の簡易化についてのものであり、次の四つの方式が考えられる。いずれも元のシステムと近似のシステムの間でのある種の犠牲 (誤差) を最小にし、本質を失わぬようにするもので、当然、低減したシステムの利用目的によって方式、あらさがきまる。一般にはシンセシスの場合は低次で、アナリシスの場合はより高次モデルが必要であるといえる。低減する前の原システムをプラント、あとのシステムをモデルと考えれば、これは同定問題そのものであり、特に下記の第二の方法と、MRAS の第2の設計法とは方法論的に全く同一である。

まず、第一の方法は、本文に用いたもので、固有値に着目し絶対減衰度の悪い成分を残す方法である。第二のものは同じく過渡応答に着目するのであるがこれはその入出力の多数のサンプル値を実測又は元のシステムのシミュレーションより求め、最小2乗回帰により所望の次元の状態方程式のパラメータ行列を得よう⁷⁾とする方法である。第三のものは、制御の目的、例えば、最適制御ならばその評価関数への影響度 (感度) が出来るだけ少なくなるように関係づけつつ次数低減を行なおうとするもので⁸⁾、元の状態方程式の左辺の微分項を無視して行く。

第四の方法は第三の方法の展開ともいうべきもので、固有値の実数部の絶対値の大きいものから3種に分け、大、中グループにて過渡現象の初期を、中グループで中間を、中、小グループで最終過程を記述するよう経過時間を3分し、次数低減モデルをそれぞれわり当てるものである⁹⁾。

以上四者についての得失を考察すると概ね次のごとくである。

第一の方法は固有値に共役複素根がある時は、2根の対で低減が可能であること、固有値に重複がある時は、モデル修正により分離せねばならないこと、 $t=+0$ の近

傍で応答波形がひずむことなどが欠点であるが、固有値ベースで考えるので、物理的にモードをは握しつつ低減の判断が可能なので、大局的に矛盾した結果が起こらず、計算の複雑さも比較的小でありシンセシスには最も望ましい。

第二の方法は、状態ベクトルの時系列の取得が必要であり、又、その処理のための計算量が多く特に収束のおそいプラントでは著しい。又、状態量の微係数の算出も必要であるが、これが小さい時は回帰計算過程が発散や振動的になることがある。この方式は低次モデルによるプラントパラメータの同定そのものであり、どちらかといえばアナリシスに適した方法であると考えられる。第三の方法は制御方針、従って又、その評価関数が数学的に明示された時にのみ可能なため、逆に制御方式を探索評価するモデル作成のための次数低減法とはなし難い。第四の方法の制約はほぼ第一の方法と同じであるが、計算法が更に複雑であると共に、時間経過を3分することと固有値の対応選定は直観によらざるを得ず一般性に乏しい。

如上理由により本文では第一の方法をとることとした。すなわち、 n 次系の動的応答は n 個の $e^{\lambda_i t}$ (λ_i は固有値) の一次結合で示されるが、(但し、 $\operatorname{Re} \lambda_i < 0$ とする) n 次元 (この場合は $n=9$) の状態方程式 (1) の固有方程式

$$|\lambda_i I - A| = 0$$

より決まる n 個の n 次元固有ベクトル $\underline{u}_i$ ($i=1 \sim n$) が、一次独立のとき $\underline{u}_i$ を列ベクトルとする正則行列を U とするとき次の線形変換 (モード領域への変換)

$$\underline{x} = U^{-1} \underline{z} \quad (2)$$

により A が固有値を要素とする対角行列 A に変換出来る。

自由系 $\underline{y}=0$ の場合の自由 (対角) 解は、

$$\underline{z} = e^{At} \underline{z}_0 \quad \underline{z}_0, \underline{z}_0: \text{初期状態} \quad (3)$$

ここで e^{At} は $e^{\lambda_i t}$ を要素とする対角行列である。

他方

$$\underline{x} = e^{At} \underline{x}_0, \quad \underline{x}_0 = U^{-1} \underline{z}_0 \quad (4)$$

より

$$e^{At} U = U e^{At} \quad (5)$$

が証明され、これは (2) より求まる次の関係と酷似する。

$$AU = A[\underline{u}_1 \dots \underline{u}_n] = [\lambda_1 \underline{u}_1 \dots \lambda_n \underline{u}_n] = UA \quad (5)$$

さて、(3) 式において、とりあげるべき固有値 (モード) を p 個とそうでない $n-p$ 個を選び、対応する $\underline{z}$ の部分集合をそれぞれ $\underline{z}_i, \underline{z}_k$ ($i=1 \sim p, k=p+1 \sim n$) のように $\underline{z}$ を並べ換える。

次に、 $\underline{z}$ の要素のうち計測したい部分集合を $\underline{z}_j$ 、そうでないものを $\underline{z}_l$ ($j=1 \sim p, l=p+1 \sim n$) と $\underline{x}$ を並べ換える。

(2) はこのような並べ換えによって次の関係となる。

$$\begin{bmatrix} \underline{z}_j \\ \underline{z}_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_1 & U_2 \\ U_3 & U_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{z}_i \\ \underline{z}_k \end{bmatrix} \quad (6)$$

ここで、 $\underline{z}_k = [e^{\lambda_q} \underline{z}_{k0}, q=p+1 \sim n]$ はその速やかな減

衰により $t=+0$ 近傍を除いて無視出来るから、

$$\underline{z}_i = U_3 U_1^{-1} \underline{z}_j \quad \text{但し、} \det U_1 \neq 0 \text{ とする。} \quad (7)$$

他方 (1) の自由系の $\underline{x}$ を上と同じ様に並べ換えたものと考えると、

$$\begin{bmatrix} \dot{\underline{z}}_j \\ \dot{\underline{z}}_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{z}_j \\ \underline{z}_l \end{bmatrix} \quad (8)$$

これに (7) を用いると第 1 行について

$$\dot{\underline{z}}_j = \bar{A} \underline{z}_j \quad \bar{A} = A_1 + A_2 U_3 U_1^{-1} \quad (9)$$

さて、(5) に (6), (8) の各右辺のブロック行列を用いると

$$\begin{bmatrix} U_1 & U_2 \\ U_3 & U_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & A_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 & U_2 \\ U_3 & U_4 \end{bmatrix}$$

ここで、 A_1, A_2 は A の対角要素 λ_i を $\underline{z}_i$ に対応した p 個および残りの $n-p$ 個を順次対角線上に並べ換えた部分行列である。首座の積をとると、(9) を用いて

$$U_1 A_1 = (A_1 + A_2 U_3 U_1^{-1}) U_1 = \bar{A} U_1$$

(5) と対比して、次元を減少したシステム $\bar{A}$ の固有値は元のシステム A のそれと一致することがわかる。

強制系 (1) において、上記のごとく並べ変えた $\underline{z}_j, \underline{z}_l$ に対応して並べ変えた A, B を用いていると考えると、強制解 $\underline{z}_j$ は

$$\underline{z}_j = \int_0^t e^{-A(t-\tau)} B \underline{y} d\tau = \int_0^t U e^{-A(t-\tau)} U^{-1} B \underline{y} d\tau$$

ここで $U^{-1} = \begin{bmatrix} Q_A \\ P_A \end{bmatrix}$; (Q_A は $p \times n$ 行列) とおくと

$$\begin{aligned} \underline{z}_j &= \int_0^t \{ [\underline{u}_1 e^{-\lambda_1(t-\tau)} \dots \underline{u}_p e^{-\lambda_p(t-\tau)}] Q_A B \\ &\quad + [\underline{u}_{p+1} e^{-\lambda_{p+1}(t-\tau)} \dots \underline{u}_n e^{-\lambda_n(t-\tau)}] P_A B \} \underline{y} d\tau \\ &= \underline{z}_{jf} + \underline{z}_{lf} \end{aligned} \quad (10)$$

同様に (9) 式の次元減少システムに未定の駆動行列 $\bar{B}$ が加わった時、すなわち、

$$\dot{\underline{z}}_j = \bar{A} \underline{z}_j + \bar{B} \underline{y}$$

に対して同様な強制解を求めると、固有値は不変故

$$\begin{aligned} \underline{z}_{jf} &= \int_0^t U_1 e^{-A_1(t-\tau)} U_1^{-1} \bar{B} \underline{y} d\tau \\ &= \int_0^t [\underline{u}_1 e^{-\lambda_1(t-\tau)} \dots \underline{u}_p e^{-\lambda_p(t-\tau)}] U_1^{-1} \bar{B} \underline{y} d\tau \end{aligned} \quad (11)$$

$\underline{z}_j$ の考慮すべき部分ベクトル $\underline{z}_{jf}$ と、次元減少したそれ $\underline{z}_{lf}$ とは同一であるべきであるから、(10) の前半と (11) とを比較して次を得る。

$$\bar{B} = U_1 Q_A B \quad (12)$$

ここで次元減少した新しい p 次元システムの状態を改めて $\underline{x} = \underline{z}_{jf} = \underline{z}_{lf}$ と書き、 p も改めて n とする。

$$\dot{\underline{x}} = \bar{A} \underline{x} + \bar{B} \underline{y} \quad (13)$$

ここで $\bar{A}, \bar{B}$ はそれぞれ (9), (12) より元のシステムから求められることとなる。

(13) 式は連続系に対するものであるが、離散値系としての表現もこれから求まる。特に後者は計算機シミュレーションあるいは計算機制御を考える際に有効である。サンプル周期及び同時点をそれぞれ T, k とおくと

$$\underline{x}[(k+1)T] = \Phi(T)\underline{x}(kT) + \Delta(T)y(kT) \quad (14)$$

ここで、

$$\Phi(T) = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{\bar{A}^r T^r}{r!},$$

$$\Delta(T) = \Phi(T) \left\{ \sum_{r=0}^{\infty} \frac{(-1)^r \bar{A}^r T^{r+1}}{(r+1)!} \right\} \bar{B} \quad (15)$$

$\Phi(T)$ にはなんらの仮定、従って誤差を含まないが、 $\Delta(T)$ には階段状入力という仮定がはいっている¹⁰⁾ことに注意すべきである。

2.4 各特性値 以下に示す諸パラメータは Ni-cholson⁵⁾ のものに準じたので、無次元のものは別として、ft-lbs-°F 制で計算したものである。状態及び入力量は次のようになる。

$$\underline{x} = \text{col}[\rho_s, T_s, x, y], \quad y = \text{col}[W_s, W_g, W_F]$$

$$\lambda_1 = -1.0 \times 10^{-8}, \quad \lambda_2 = -7.85 \times 10^{-8},$$

$$\lambda_3 = -9.82 \times 10^{-2}, \quad \lambda_{3,0} = -3.63 \pm 9.29 \times 10^{-1}j$$

サンプリング周期 T はサンプリング定理により、系の有する有意の最大周波数成分周期の $1/2$ より小とせねばならない。 $\lambda_{3,0}$ の虚部より $T=3.5 \text{ sec}$ 程度であるが、実根をも考えて $T=10 \text{ sec}$ とした。

表4 パラメータ行列

$\Phi(4 \times 4)$			
9.12×10^{-1}	3.67×10^{-5}	1.92	0
6.31×10^{-1}	9.21×10^{-1}	-9.09	0
1.87×10^{-3}	1.68×10^{-7}	3.81×10^{-1}	0
1.20×10^{-1}	2.24×10^{-5}	-2.17×10	0.98
$\Delta(4 \times 3)$			
-1.83×10^{-3}	-3.68×10^{-4}	4.99×10^{-2}	
-7.29×10^{-1}	3.84×10^{-3}	1.31	10
2.35×10^{-4}	-1.38×10^{-4}	-6.19×10^{-3}	
7.31×10^{-3}	-2.19×10^{-3}	-2.44×10^{-1}	
$M(1 \times 4)$			
1.01×10^5	8.15×10	0	0

なお、このボイラは在来の諸定数で表わすと次のようである。

$$\text{ボイラ時定数 } T_B = 62.4 \text{ sec}$$

$$\text{ドラム水位時定数 } T_L = 157 \text{ sec}$$

(検出スパン 1 ft に対して)

以上のパラメータがプラント並びにモデルの初期値として存在するものとしてシミュレーションを開始する。

2.5 モデルパラメータ同定 図3のごときMRASにおいて、図4のようなシーケンスでシステムを同定し制御して行く場合を考える。プラントとモデルの状態ベクトル差 $\underline{z}_k - \bar{\underline{z}}_k$ についての次の2次形式を最小にするようなものを同定アルゴリズムと規定する。

なお、山登りにおいて、 $\underline{z}_k - \bar{\underline{z}}_k$ が十分に小さい時その近傍では山頂は唯一であると考えてよい。

$$J = \sum_{k=1}^K \alpha_k (\underline{z}_k - \bar{\underline{z}}_k)^T S (\underline{z}_k - \bar{\underline{z}}_k) \quad (16)$$

上に (-) のついたのがモデル、無いものがプラント、(・) は転置; α , S は正数及び正定重み行列、1 推定区

図3 MRASの構成

図4 MRAS時間的推移関係

間内の k はサンプル時点、 K は1推定区間のサンプル数であり、この必要最小限の値の選定について後に述べる。

GAUSS-NEWTON²⁾ 法によれば、モデルの状態は

次のような線型近似で山登りが進めて行かれるものとする。

$$\bar{x}_k^{(p+1)} = \bar{x}_k^{(p)} + \left(\frac{\partial \bar{x}_k}{\partial \bar{\phi}'} \right)^{(p)} \Delta \bar{\phi}^{(p)} \quad (17)$$

p は一つの推定区間の終りでの第 p 番目の山登りを意味し、 $\bar{\phi}$ はモデルの状態推移行列 $\bar{\phi}$ の因子を列ベクトルに並べ変えたものであり $n^2 = m$ 次元となる。

次の山登りのモデルパラメータベクトルは

$$\bar{\phi}^{(p+1)} = \bar{\phi}^{(p)} + \rho^{(p)} \Delta \bar{\phi}^{(p)}$$

$\rho^{(p)}$ は山登りの収束性を確保するための係数で経験的に定まる。状態量はパラメータについて非線形であるから、(17) は正確では無く、よって反復山登り接近 (iterated hill climbing) が必要である。(17) を (16) に代入し、 ϕ により微分してゼロとおいて (16) を最小化する。すると次の (18) の正規方程式 (Normal Equation) が得られる。

$$\left\{ \sum_{k=1}^K \alpha_k U_k' S U_k \right\} \Delta \bar{\phi}^{(p)} = \sum_{k=1}^K \alpha_k U_k' S (\bar{x}_k - \bar{x}_k^{(p)}) \quad (18)$$

$$U_k = \left(\frac{\partial \bar{x}_k}{\partial \bar{\phi}'} \right)^{(p)} \quad n \times m \text{ 次; 感度係数} \quad (19)$$

(18) の左辺括弧内の逆行行列が最大傾斜法の手算定数に相当する。さて、(18) が $\Delta \bar{\phi}^{(p)}$ について一意的に求まるための必要十分条件は次の H が m 次正則であることである¹¹⁾。

$$H = \sum_{k=1}^K \alpha_k U_k' S U_k \quad S = G' G \quad \text{rank } S = \text{rank } G = n$$

これは $m \times m$ 行列 $U_k' S U_k$ について適当な K をとることによって実現出来る。($U_k' S U_k$ のみについていえばその階数は n である。)

S が正定であるから G は Gram 行列であり、ゆえに、

$$H = \sum_{k=1}^K \alpha_k A_k' A_k$$

$$A_k = G U_k = G \begin{bmatrix} u_{1k} & \cdots & u_{mk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{1k} & \cdots & v_{mk} \end{bmatrix}$$

$$\therefore H = \sum_{k=1}^K \left[\begin{array}{c} \sqrt{\alpha_k} v_{1k} \\ \sqrt{\alpha_k} v_{mk} \end{array} \right] \left[\sqrt{\alpha_k} v_{1k} \cdots \sqrt{\alpha_k} v_{mk} \right] \\ = \left(\left[\sqrt{\alpha_1} v_{11} \cdots \sqrt{\alpha_K} v_{1K} \right] \left[\sqrt{\alpha_1} v_{m1} \cdots \sqrt{\alpha_K} v_{mK} \right] \right)$$

H は $a, b=1 \sim m$ である nK 次ベクトルの内積を要素とするもので Gram 行列となり、これら m 個のベクトル間の一次独立性は $\Delta \bar{\phi}^{(p)}$ の一意解の存在性と対等である。ゆえに、これらのベクトルを列ベクトルとする行列は $nK \times m$ 行列となる。すなわち、

$$\left[\begin{array}{c} \sqrt{\alpha_1} v_{11} \cdots \sqrt{\alpha_1} v_{m1} \\ \vdots \\ \sqrt{\alpha_K} v_{1K} \cdots \sqrt{\alpha_K} v_{mK} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \sqrt{\alpha_1} G \cdots 0 \\ \vdots \\ 0 \cdots \sqrt{\alpha_K} G \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} u_{11} \cdots u_{m1} \\ \vdots \\ u_{1K} \cdots u_{mK} \end{array} \right] \\ = P U$$

$$\text{rank } P = K \text{ rank } G = Kn$$

$$U = \left[\begin{array}{c} U_1 \\ \vdots \\ U_K \end{array} \right]$$

$nK \times m$ 行列 U の列ベクトルの 1 次独立性は行列 H の正則性と対等となり、適当な K の選定により $\Delta \bar{\phi}^{(p)}$ は一意

的に定まる。すなわち、この時 $\text{rank } U_i < m$ ($i=1 \sim K$) であっても $\text{rank } U = m$ となしうることとなり、 K は少なくとも n にとらねばならないこともわかる。

上の解析は、モデルの表現方式に係わっていない普遍的な結果でもある。この結果を状態空間表示モデルに展開してみよう。状態推移行列のみが可変の場合のモデルの状態方程式は

$$\bar{x}_k = \bar{\phi} \bar{x}_{k-1} + \Delta \bar{u}_{k-1} \quad \text{rank } \bar{\phi} = n, m = n^2$$

$$U_k = \frac{\partial \bar{x}_k}{\partial \bar{\phi}'} = \left[\begin{array}{c} \bar{x}_{k-1}' \cdots 0 \\ 0 \cdots \bar{x}_{k-1}' \end{array} \right]$$

行列の階数はその行を入れ変えても変わらないから、

$$\text{rank } U = \text{rank} \left[\begin{array}{c} \bar{x} \cdots 0 \\ 0 \cdots \bar{x} \end{array} \right] = n \text{ rank } \bar{x}$$

ここに

$$\bar{x} = \left[\begin{array}{c} \bar{x}_{k-1}' \\ \vdots \\ \bar{x}_{k+K-1}' \end{array} \right]; K \times n \text{ 次行列}$$

もし、 $K=n$ にとれば、 $\det U \neq 0$ は $\det \bar{x} \neq 0$ の時、且つその時のみに成立する。

以上により $\Delta \bar{\phi}$ の一意解の存在性は、モデルに対する n -可同定性¹²⁾に相当する。すなわち、 $\det \bar{x} \neq 0$ である。

なお、 ϕ のみでなく Δ をも含めて同定を行なう時の可同定条件は

$$\bar{x}_k = (\bar{\phi} \Delta) \left[\begin{array}{c} \bar{x}_{k-1} \\ \bar{u}_{k-1} \end{array} \right] = \psi \bar{x}_{k-1} \quad \text{であるから } \det \bar{x} \neq 0$$

の代りに $\det \bar{z} \neq 0$,

$$\text{但し } \bar{z} = \left[\begin{array}{c} \bar{z}_{k-1}' \\ \bar{z}_k' \\ \vdots \\ \bar{z}_{k+K-1}' \end{array} \right]; K \times (n+r) \text{ 次,}$$

ここに r は $\bar{u}$ の次元であり、 $K=n+r$ にとれば $\det U \neq 0$ は $\det \bar{z} \neq 0$ の時、且つその時のみに成立する。

さてシミュレーションスタート時点からのサンプル時点は次の i で示される。

$$i = (l-1)K + k$$

ここに l は推定区間の番号、 k はこの区間内で始まるサンプル番号である。

ここで述べる制御システムでは、モデルは 1 推定区間の終りに改変されれば次の区間で改変するまで定常であるとし、その間に同定に必要な情報を収集するのである。駆動行列はプラントとモデルについて同一且つ不変であるから、

$$\bar{x}_k = \bar{\phi} \bar{x}_{k-1} + \Delta \bar{u}_{k-1} = \bar{\phi}^k \bar{x}_0 + \sum_{q=0}^{k-1} \bar{\phi}^q \Delta \bar{u}_{k-q-1}$$

すなわち、状態ベクトル $\bar{x}_k$ はその初期値 $\bar{x}_0$ と入力 $\bar{u}_k$ との線形関数として表わされることがわかる。(19) の感度係数は、次のようにして求まる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \bar{x}_k}{\partial \bar{\phi}} &= \frac{\partial \bar{\phi}^k}{\partial \bar{\phi}} \bar{x}_0 + \sum_{q=1}^{k-1} \frac{\partial \bar{\phi}^q}{\partial \bar{\phi}} \Delta \bar{y}_{k-q-1} \\ \frac{\partial \bar{\phi}^q}{\partial \bar{\phi}} &= \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \bar{\phi}} \bar{\phi}^{q-1} + \bar{\phi} \frac{\partial \bar{\phi}^{q-1}}{\partial \bar{\phi}} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

ここで $\bar{\phi}$ は $\bar{\phi}$ 又は $\bar{\phi}$ の要素である。

$\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \bar{\phi}}$ は $\bar{\phi}$ と同一位置の $\bar{\phi}$ の要素は 1, 他の要素は 0 であるような行列である。

山登り計算を行なうためには, 初期の状態ベクトルと入力の時系列ベクトルを記憶しておき, 他方 $\frac{\partial \bar{\phi}^q}{\partial \bar{\phi}}$ のファ

イルを読んで (20) を計算すれば (19), (18) よりモデルの改変量 $\Delta \bar{\phi}^{(p)}$ 又は $\Delta \bar{\phi}^{(p)}$ が求まることとなる。

山登りの各段で入力 $\bar{y}$ の算定並びに対応するプラント状態量の測定を要するという困難性がこのままでは存在する。すなわち, くり返し計算というよりくり返し制御が必要ということとなる。この困難さは, 以下に述べるようなアルゴリズムで避けることが出来る。

プラントパラメータの時間的変化が, さして大きくないときは,

(イ) 1 推定区間の最終時点での山登りは一度にとどめる。

(ロ) 次の推定区間では, 初期パラメータ $\bar{\phi}^{(p)}$ は前の区間のものを取り, 改変量 $\Delta \bar{\phi}^{(p+1)}$ を算定する。

以上の方法によれば, 山登りのくり返し回数 p は, 推定区間番号 l におきかえられる。すなわち,

$$\bar{\phi}^{(l+1)} = \bar{\phi}^{(l)} + \rho^{(l)} \Delta \bar{\phi}^{(l)}$$

このときの $\rho^{(l)}$ は前出の $\rho^{(p)}$ と異なった意味で, 継続的同定の収束性に大きな影響をもつ経験的定数で, 結局, この適正なシーケンス的選定が本シミュレーションの中心課題となる。

2.6 制御法則 既に述べた準最適制御アルゴリズムは次のように導かれる。最小化すべき汎関数は各サンプル時点について,

$$J_i = \bar{x}_i' Q \bar{x}_i$$

Q は正定対称行列で, ここでは J_i がリアプノフ関数であるようにして選ぶ。すなわち,

$$\bar{\phi}_i' Q \bar{\phi}_i - Q = -I \quad (21)$$

I は単位行列である。この Q の算定としては既に計算機サブルーチンが各所で開発されているが, プラントが当初漸近安定であることが a priori にわかっている場合には, 次のように解析的に十分解が求められる。

自由系 $\bar{x}_i = \bar{\phi}_i' \bar{x}_0$ において, 次の和を求める。

$$\sum_{k=0}^{\infty} \bar{x}_k' \bar{x}_k = \bar{x}_0' \left[\sum_{i=0}^{\infty} \bar{\phi}_i' \bar{\phi}_i \right] \bar{x}_0 = \bar{x}_0' Y \bar{x}_0 < \tau_0$$

すなわち, $Y = \sum_{k=0}^{\infty} \bar{\phi}_k' \bar{\phi}_k$ が十分解であることがわかる。ここに τ_0 は初期ベクトル $\bar{x}_0$ のみに関する正定数である。

$$\bar{y}_i = [W_{si} \ W_{ei} \ W_{Fi}]', \quad \bar{y}_{2i} = [W_{si} \ W_{Fi}]'$$

ここに W_{si} は外乱, あとの二つは操作量であるから, $\frac{\partial J_{i+1}}{\partial y_{2i}} = 0$ を満す $\bar{y}_{2i}$ が所望の解である。以上より

$$\bar{y}_{2i} = -(A_2' Q A_2)^{-1} A_2' Q (A_1 W_{si} + \bar{\phi}_i' \bar{x}_i) \quad (22)$$

ここに $A = [A_1 \ A_2]$ で A_1, A_2 はそれぞれ $W_{si}, \bar{y}_{2i}$ に対応し, また, このシミュレーションでは

$$W_{si} = 0.1 W_{si \text{ rated}} \cdot 1(t) = W_{si} \cdot 1(t)$$

なるステップ外乱とする。

$i=0$ すなわち, システムスタート時点には因果律により $\bar{y}_{20} = [W_{si} \ 0 \ 0]'$ は明らかである。

又, 初期状態量はすべてゼロすなわち静止系であるとする。本シミュレーションにおいては

$$W_{si} = 2.778 \text{ lb/s}$$

であり, (21) の解行列 Q は表 3 の $\bar{\phi}$ を用いると次のようになる。もちろん, この Q は正定行列であることが検証されている。

$$\begin{array}{cccc} 0.197 \times 10^3 & 0.238 \times 10^2 & -0.291 \times 10^3 & 0.139 \times 10^2 \\ 0.238 \times 10^2 & 0.660 \times 10 & -0.206 \times 10^2 & 0.946 \times 10^{-2} \\ -0.291 \times 10^3 & -0.206 \times 10^2 & 0.285 \times 10^3 & -0.815 \times 10^3 \\ 0.139 \times 10^2 & 0.945 \times 10^{-2} & -0.815 \times 10^3 & 0.253 \times 10^2 \end{array}$$

2.7 可同定性について このシミュレーションに用いた同定アルゴリズムは既に 2.5 において n -可同定性を満足することがわかった。

その前提として状態量の直接測定が可能である ($C=I$) との条件があったが, このことについて今少し検討しよう。

$\det C=0$ ではあるが, 入出力関係よりプラントを同定するのである以上下に述べる如く可観測性は成立せねばならない。すなわち, 次の行列 D の行列式 $\det D \neq 0$ な

$$D = \begin{bmatrix} C' \\ C\bar{\phi} \\ \vdots \\ C\bar{\phi}^{n-1} \end{bmatrix}$$

ることが必要である。プラントが n -可同定性を満して更に可観測性をも保たれているときは, $\bar{\phi}$ の canonical form

$$\bar{\phi}^* = D \bar{\phi} D^{-1}$$

のみが同定出来るのみで $\bar{\phi}$ そのものについては不能なのである。

更にシステムの入出力関係から明らかとなるのは, そのシステムの可制御且つ可観測な部分のみである¹³⁾ ことがわかっている。なお, この入出力関係を示すものとしてインパルス応答行列又は伝達行列がある。

2.8 プラントパラメータ変化及びシミュレーション条件

$$\delta \bar{\phi}_i = \alpha \sin \{ (\beta \pi i) \cdot \text{diag } \bar{\phi}_0 \} \quad (23)$$

$$\bar{\phi}_{i+1} = \bar{\phi}_i + \delta \bar{\phi}_i, \quad \bar{\phi}_0 = \bar{\phi}_0$$

$$n=4, m=16, \alpha=0.1, 2\beta=10 \text{ min},$$

$$T=10 \text{ sec}, K=10$$

2.9 シミュレーション実行結果 本シミュレーションに用いた計算機は FACOM 230/35, 使用言語は FACOM FORTRAN, 計算ステップ数はサブプログラム, メインプログラム合計で約 1,200 Step であり, 1 ケース実行時間はソースリスト打出しを含めて約 700

図5 MRAS シミュレーションフローチャート

secであった。但し、 $l=4$ の場合このシミュレーション時のソフトウェアフローチャートを図5に示す。

2.10 シミュレーション結果と検討

(i) 同定について 図1の(ハ)が最も理想的に同定の行なわれた場合で、実際には(ロ)である。そこで、これらの二つのシミュレーション結果を比較すると、図6のごとくでありこれより $\rho^{(l)}$ を1, 0, 1, 0, ...と1推定区間飛びにモデル改変を行なうのが非常に効果的であることがわかる。こうすれば電算機の負担も大きく軽減出来る。

(ii) 制御則について 図7に在来のPIDアルゴリズムを用いたものとの比較を示してある。いずれもモデル改変は1推定区間飛びである。これによれば準最適制御の方がやや良好であるが、更に良好なアルゴリズムの探索が必要であると考えられる。なお、システムスタート後の第一発目の状態量にキックの発生するのは、離散値系の0次ホールドによる宿命であり¹⁴⁾、 T をもつと短くすればこれは小さく出来る。これは2.4の T の選択基準とは別の問題である。もちろん(i)においては準最適制御則を用いている。

(iii) 今後考慮すべき点 (ii)にも若干表れているようにオフセットを最小にする制御則、サンプル周期

図6 理想状態との状態量の差

図7 制御則によるMRASの比較

T の最適値, よりよい $\rho^{(t)}$ の選定方法とその値などが以上のシミュレーションの結果からわかる.

文 献

- 1) 日本造船研究協会, 報告書141-3号, 73頁
- 2) Landau I.D., Trans. ASME, JDSMC, 1972, Ser. G, No.2, p.119
- 3) 吉江 充, 第11回自動制御連合講演会前刷, 166頁
- 4) 鈴木 胖, 制御工学, 14巻, 10号, 623頁
- 5) Nicholson H., Proc. IEE, Vol.111, No.8, p.1479
- 6) Chien K.L., et al, Trans. ASME, 1958, No.80, p.1809
- 7) Anderson J.H., Proc. IEE, Vol.114, No.7, p.1014
- 8) Kokotovic P., Sannuti P., Joint Service Electronics Program Report No. DAAB-07-67-C-0199, USA, p.468
- 9) Kuppurajulu A., Elangovan S., IEEE Trans. on A.C., Apr.1970, p.234
- 10) 高橋安人, システムと制御, p.163 (1968)
- 11) 佐川隆一, 第11回計測自動制御学会学術講演会論文集, 3106, (昭和47年)
- 12) 鈴木 胖, 制御工学, 14巻, 7号, 428頁
- 13) 有本 卓, 計測と制御, 4巻, 3号, 167頁
- 14) 高橋安人, ダイナミックシステム論, 249頁(昭和45年)