軸流ラビリンスパッキンに関する研究* (不完全絞り状態における圧力分布と漏れ量)

久保利介**・田辺哲夫**

概 要

直通形軸流ラビリンスパッキンにみられるように、絞りが不完全な状態において、ラビリンスパッキンにそっての圧力分布を求める計算式を導いた。つぎに、絞りの不完全さが最終ひれにおける臨界状態に及ぼす影響について調べ、ラビリンスパッキンの臨界圧力比との関係を示した。また、不完全な絞り状態におけるラビリンスパッキンからの漏れ量を求める計算方法を示した。そして、多くの形状比をもった直通形軸流ラビリンスパッキンを用いていろいろな不完全絞り状態について実験し、実測値と計算式による値とが比較的良く一致することを確認した。

ひれの流量係数および膨張室の不完全絞り係数について考察し、膨張室の摩擦係数と膨張室の形状比との関係を実験的に調べた。また、直通形軸流ラビリンスパッキンの全長が与えられた場合の最適ひれ数の求めかたを示し実験結果と比較した。

On Pressure Distribution and Leakage Under a State of
Imperfect Throttling of Axial Flow Labyrinth Glands

By Toshiyuki Kubo
Tetsuo Tanabe

Abstract

Equations for calculating the pressure distribution along the labyrinth gland, the critical condition of the last throttling and the leakage of fluid through the gland are derived taking the state of imperfect throttling into consideration for the straight through type axial flow labyrinth gland. The calculated values from those equations are in good agreement with the experimental values obtained by the equipment with various geometrical dimensions.

The flow coefficient of the labyrinth fins and the imperfect throttling factor of the expansion chamber are evaluated from the experimental results. A method of obtaining the most effective number of throttling fin for a given gland length is also presented and compared with the experimental values.

1. ま え が き

ラビリンスパッキンは気体の漏れをできるだけ阻止する目的で、蒸気タービン、ガスタービン等の静止部と回転部とが相対している場所に非接触シールとして広く用いられている。負荷変動や起動、停止がひんばんに行なわれるタービンにおいては、軸に生じる熱応力集中や熱変形による接触を防ぐために、ラビリンスパッキンの形状をひれが片側のみにある直通形とする方法がある¹⁾。この直通形においてはラビリンスパッキン内の絞りが不

完全であるために、圧力差の大きいところや、軸長に制限を受けるところに設けられる場合には特に漏れ量が増加する。絞りが完全な状態にあるとしたラビリンスパッキンについては、古くから数多くの研究がなされている²⁻⁷⁾が、絞りが不完全な状態におけるものについては、その研究は比較的少なく⁸⁻¹⁰⁾、ラビリンスパッキン内の圧力分布や臨界漏れ量となる条件などについて不明りょうな点が多い。そこで、絞りの不完全さがラビリンスパッキン内の圧力分布および漏れ量に及ぼす影響、臨界漏れ量となる条件などを軸流直通形について解析し実験結果と比較した。また、ひれの流量係数および膨張室の不完全絞り係数について実験結果から考察し、ラビリンスパッキンの全長が与えられた場合の最適ひれ数の求めかたを

* 原稿受付 昭和49年11月18日

昭和49年春季学術講演(昭和49年5月17日)

** 正会員 東京商船大学(東京都江東区越中島2-1-6)

示した。

2. ラビリンスパッキン内の圧力分布

ラビリンスパッキン内における流体の流れを図1のように考える。入口圧力 p_0 の流体は1番目ひれで断熱膨張し、つぎの膨張室に流入する。膨張室内での流体は圧力 p_1 が一定の状態では速度エネルギーを熱に変換しながらつぎの2番目ひれに到達する。ここで、絞りが不完全なために2番目ひれの直前では残留速度エネルギーがあるものとする。2番目以降の各ひれおよび膨張室においても同様な変化を繰り返す、最後に出口圧力 p_n となり流出する。このように絞りが不完全な場合、各ひれの圧力比（絞りの前の圧力と絞りの後の圧力との比）がどのように変化するかを調べる。

図1 ラビリンスパッキン内の状態変化

最初の絞りで一般に近寄り速度は無視できるから、流出速度は断熱変化のエネルギー式から次式で与えられる。

$$c_1 = \sqrt{\frac{2g}{A} \Delta i_1} = \sqrt{\frac{2g\kappa}{\kappa-1} p_0 v_0 \left[1 - \left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]} \quad (1)$$

ここで、 g : 重力の加速度、 A : 仕事の熱当量、 Δi_1 : 1番目ひれにおける断熱熱落差、 κ : 比熱比、 v_0 : ラビリンスパッキン入口の比容積。

漏れ量は連続の式から、ひれの流量係数を α 、ひれ先端のすきま断面積を f およびひれ出口における流体の比容積を v_1 とおくと次式で与えられる。

$$G = \frac{\alpha f c_1}{v_1} \quad (2)$$

式(1)および(2)から無次元化した漏れ量を求めるとつぎのようになる。

$$G^* = \frac{G(RT_0)^{\frac{1}{2}}}{p_0 f \alpha} \left(\frac{\kappa-1}{2g} \right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{\frac{1}{\kappa}} \left[1 - \left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

ここで、 R : ガス定数、 T_0 : ラビリンスパッキン入口の絶対温度。

2番絞りで、前のひれからの残留速度エネルギーを $c_1^2/2g$ とし、それに相当する熱落差を $\Delta i_1'$ とおくと、流

出速度は次式で与えられる。

$$c_2 = \sqrt{\frac{2g}{A} (\Delta i_1' + \Delta i_2)} = \sqrt{\frac{2g}{A} \Delta i_2 \frac{1}{1-\nu^2}} \quad (4)$$

$$\nu^2 = \frac{\Delta i_1'}{\Delta i_1' + \Delta i_2} = \frac{c_1^2}{c_2^2} \quad (5)$$

ここで、 ν は絞りの不完全さを示す量で、これを不完全絞り係数とする。

2番目絞りにおける無次元漏れ量はつぎのように整理される。

$$G^* = \frac{G(RT_0)^{\frac{1}{2}}}{p_0 f \alpha} \left(\frac{\kappa-1}{2g} \right)^{\frac{1}{2}} \\ = \left(\frac{p_1}{p_0} \right) \left(\frac{T_0}{T_1} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{\kappa}} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{1-\nu^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

式(6)内の温度比 T_0/T_1 は $\nu^2 = \Delta i_1' / (\Delta i_1' + \Delta i_2) = c_p(T_1 - T_0) / c_p(T_1 - T_2)$ の関係からつぎのように変形される。

$$\frac{T_0}{T_1} = \frac{T_1'}{T_1} = \frac{\nu^2 \left(\frac{T_2}{T_1} \right) - 1}{\nu^2 - 1} = \frac{1 - \nu^2 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}{1 - \nu^2} \quad (7)$$

$$\therefore G^* = \left(\frac{p_1}{p_0} \right) \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{\kappa}} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]^{\frac{1}{2}} \frac{\left[1 - \nu^2 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]^{\frac{1}{2}}}{1 - \nu^2} \quad (8)$$

同様に、 i 番目絞りおよび $(i+1)$ 番目絞りにおける無次元漏れ量は、軸流形においてひれ先端の通過断面積 f 、流量係数 α および不完全絞り係数 ν を一定とすると、それぞれ次式で与えられる。(α および ν については5.1および5.2に考察されている。)

$$G^* = \left(\frac{p_1}{p_0} \right) \left(\frac{p_2}{p_1} \right) \left(\frac{p_3}{p_2} \right) \dots \left(\frac{p_i}{p_{i-1}} \right) \left(\frac{p_{i+1}}{p_i} \right)^{\frac{1}{\kappa}} \left[1 - \left(\frac{p_{i+1}}{p_i} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]^{\frac{1}{2}} \frac{\left[1 - \nu^2 \left(\frac{p_{i+1}}{p_i} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]^{\frac{1}{2}}}{1 - \nu^2} \quad (9)$$

$$G^* = \left(\frac{p_1}{p_0} \right) \left(\frac{p_2}{p_1} \right) \left(\frac{p_3}{p_2} \right) \dots \left(\frac{p_{i+1}}{p_i} \right) \left(\frac{p_{i+1}}{p_i} \right)^{\frac{1}{\kappa}} \left[1 - \left(\frac{p_{i+1}}{p_i} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]^{\frac{1}{2}} \frac{\left[1 - \nu^2 \left(\frac{p_{i+1}}{p_i} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]^{\frac{1}{2}}}{1 - \nu^2} \quad (10)$$

したがって、式(3)および(8)から1番目絞りと2番目絞りの圧力比の関係は、

$$\left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{\frac{1}{\kappa}} \left[1 - \left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{p_1}{p_0} \right) \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{\kappa}} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]^{\frac{1}{2}} \frac{\left[1 - \nu^2 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]^{\frac{1}{2}}}{1 - \nu^2} \quad (11)$$

同様に、式(9)および(10)から i 番目絞りと $(i+1)$ 番目絞りの圧力比の関係は、

$$\left(\frac{p_i}{p_{i-1}} \right)^{\frac{1}{\kappa}} \left[1 - \left(\frac{p_i}{p_{i-1}} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]^{\frac{1}{2}} \left[1 - \nu^2 \left(\frac{p_i}{p_{i-1}} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]^{\frac{1}{2}} \\ = \left(\frac{p_{i+1}}{p_i} \right) \left(\frac{p_{i+1}}{p_i} \right)^{\frac{1}{\kappa}} \left[1 - \left(\frac{p_{i+1}}{p_i} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]^{\frac{1}{2}} \left[1 - \nu^2 \left(\frac{p_{i+1}}{p_i} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (12)$$

式(11)および(12)は、

$$\left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} = p_1^*, \quad \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} = p_2^*, \quad \left(\frac{p_i}{p_{i-1}} \right)^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} = p_i^*, \quad \left(\frac{p_{i+1}}{p_i} \right)^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} = p_{i+1}^* \quad (13)$$

とおくと、それぞれつぎのように整理される。

$$p_1^{*2} - p_1^* - [p_2^{*2} - (1+\nu^2)p_2^* + \nu^2] \frac{p_2^{*2-\frac{2\kappa}{\kappa-1}}}{(1-\nu^2)^2} = 0 \quad (14)$$

$$p_i^{*2} - (1+\nu^2)p_i^* + \nu^2 - [p_{i+1}^{*2} - (1+\nu^2)p_{i+1}^* + \nu^2] \frac{p_{i+1}^{*2-\frac{2\kappa}{\kappa-1}}}{p_{i+1}^*} = 0 \quad (15)$$

式(14)および(15)を, p_2^* および p_{i+1}^* が既知であるとして, それぞれ p_1^* および p_i^* について解くと次式が得られる.

$$p_1^* = \frac{1 + \sqrt{1 + 4[p_2^{*2} - (1+\nu^2)p_2^* + \nu^2] \frac{p_2^{*2-\frac{2\kappa}{\kappa-1}}}{(1-\nu^2)^2}}}{2} \quad (16)$$

$$p_i^* = \frac{(1+\nu^2) + \sqrt{(1+\nu^2)^2 - 4[\nu^2 - (p_{i+1}^{*2} - (1+\nu^2)p_{i+1}^* + \nu^2) \frac{p_{i+1}^{*2-\frac{2\kappa}{\kappa-1}}}{p_{i+1}^*}]}}{2} \quad (17)$$

式(17)はラビンスパッキン途中の各ひれの圧力比分布すなわち圧力分布を与える一般式である.

軸流形ラビンスパッキンにおいては式(16)および(17)から $p_1/p_0 > p_2/p_1$, $p_i/p_{i-1} > p_{i+1}/p_i$ の関係にあり, 各ひれの圧力比は最終ひれに向って減少することがわかる. したがって, ラビンスパッキン入口, 出口の圧力差が大きく, ひれ数が少ない場合には最終ひれにおける圧力比が次第に小さくなり, ついには臨界状態となる. つぎに, 最終ひれにおける臨界圧力比と不完全絞り係数との関係を調べる.

図2 最終ひれにおける状態変化

最終ひれにおける状態変化を図2に示す. ここで, Δp_h は前のひれからの残留速度エネルギー $c_{n-1}^2/2g$ を発生させるに相当した圧力差を示す. したがって, 最終ひれで発生する速度エネルギーは圧力差 Δp_h^* に相当する熱落差で断熱膨張した場合に等しく次式で示される.

$$\frac{c_n^2}{2g} = p_{n-1}' V_{n-1}' \frac{\kappa}{\kappa-1} \left[1 - \left(\frac{p_n}{p_{n-1}'} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right] = p_n V_n \frac{\kappa}{\kappa-1} \left[1 - \left(\frac{p_n}{p_{n-1}'} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right] \quad (18)$$

前のひれからの残留速度エネルギーも同様にして

$$\frac{c_{n-1}^2}{2g} = p_0 V_0 \frac{\kappa}{\kappa-1} \left[1 - \left(\frac{p_{n-1}}{p_0} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right] \quad (19)$$

つぎに, $p_n = p_{n-1}' + \Delta p_h^*$, $p_{n-1} = p_{n-1}' + \Delta p_n'$ とおき式(18)および(19)の圧力比をそれぞれ変形すると

$$\left(\frac{p_n}{p_{n-1}'} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = \left(1 + \frac{\Delta p_n'}{p_{n-1}'} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}, \quad (20)$$

$$\left(\frac{p_{n-1}}{p_{n-1}'} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = \left(1 + \frac{\Delta p_n'}{p_{n-1}'} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \quad (21)$$

したがって, 不完全絞り係数はつぎのように表わされる.

$$\nu^2 = \frac{c_{n-1}^2}{c_n^2} = \frac{1 - \left(1 + \frac{\Delta p_n'}{p_{n-1}'} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}{1 - \left(1 + \frac{\Delta p_n'}{p_{n-1}'} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} \cdot \frac{\frac{\kappa-1}{\kappa} \left(\frac{\Delta p_n'}{p_{n-1}'} \right)}{\frac{\kappa-1}{\kappa} \left(\frac{\Delta p_n'}{p_{n-1}'} \right)} = \frac{\Delta p_n'}{\Delta p_n^*} \quad (22)$$

また, 絞り前の圧力 p_{n-1} と全圧を示す仮想圧力 p_{n-1}' との関係は不完全絞り係数 ν を用いて表わすとつぎのようになる.

$$\begin{aligned} p_{n-1}' &= p_{n-1} (1 - \nu^2 \frac{\Delta p_n^*}{p_{n-1}}) = p_{n-1} (1 - \frac{\nu^2}{1 - \nu^2} \frac{\Delta p_n}{p_{n-1}}) \\ &= p_{n-1} \left[1 - \frac{\nu^2}{1 - \nu^2} \left(\frac{p_n}{p_{n-1}} - 1 \right) \right] \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{p_{n-1}'}{p_{n-1}} = 1 - \frac{\nu^2}{1 - \nu^2} \left(\frac{p_n}{p_{n-1}} - 1 \right) \quad (23)$$

一方, 前のひれからの残留速度 c_{n-1} をともなう最終ひれの臨界状態は, ノズルにおける場合と同様に次式で与えられる.

$$\frac{p_n}{p_{n-1}'} = \left(\frac{p_n}{p_{n-1}'} \right) \left(\frac{p_{n-1}}{p_{n-1}'} \right) = \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \quad (24)$$

したがって, 前のひれからの残留速度をとともなう最終ひれの臨界圧力比は式(23)および(24)から次式で表わされる.

$$\begin{aligned} \frac{p_c}{p_{n-1}} &= \frac{p_n}{p_{n-1}} = \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \left[1 - \frac{\nu^2}{1 - \nu^2} \left(\frac{p_n}{p_{n-1}} - 1 \right) \right] \\ \therefore \frac{p_c}{p_{n-1}} &= \frac{p_n}{p_{n-1}} = \frac{\left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \frac{1}{1 - \nu^2}}{1 + \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \frac{\nu^2}{1 - \nu^2}} \quad (25) \end{aligned}$$

3. 不完全な絞り状態における漏れ量

ラビンスパッキン入口, 出口の圧力比 p_n/p_0 と式(16)および(17)で示される各ひれの圧力比との関係は次式で与えられる.

$$\frac{p_n}{p_0} = \left(\frac{p_1}{p_0} \right) \left(\frac{p_2}{p_1} \right) \cdots \left(\frac{p_n}{p_{n-1}} \right) \quad (26)$$

一方, 各ひれを通過する漏れ量 G は一定であるから, ラビンスパッキンからの漏れ量は1番目ひれを通過する漏れ量によって表わすことができる. すなわち,

$$G^* = \left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{\frac{1}{\kappa}} \left[1 - \left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

ただし, 式(3)における圧力比 p_1/p_0 は式(26)を満たした値である. 一般にラビンスパッキン入口, 出口の圧力 p_0 , p_n およびひれ数 n は与えられるから, 式(26)を満たす圧力比 p_1/p_0 を求めることができる. すなわち, 最初に p_n/p_{n-1} を仮定し, Trial and Error の方法によって, 式(17)および(16)から式(26)を満たす各ひれの圧力比を順次入口側に向って求めることができる. したがって, 式(26)を満たした圧力比 p_1/p_0 を

図3 Martin式の変形の精度

用いて式(3)から無次元漏れ量 G^* が求められる。

最終ひれが臨界状態におけるラビンスパッキンの圧力比は次式で与えられる。

$$\frac{p_c}{p_0} = \left(\frac{p_1}{p_0}\right) \left(\frac{p_2}{p_1}\right) \dots \dots \left(\frac{p_n}{p_{n-1}}\right) \quad (26')$$

このときの臨界漏れ量は同様に式(26')を満足した圧力比 p_1/p_0 を用いて式(3)から求められる。そして、ラビンスパッキンの圧力比 p_n/p_0 が臨界圧力比 p_c/p_0 よりもさらに小さい値をとっても漏れ量は変化しない。

最初のひれに残留速度がなく、2番目以降のひれに残留速度のある不完全な絞り状態でのラビンスパッキンからの漏れ量を、一つにまとめた計算式として表わすことは困難であるが、従来、つぎに示すMartin式を変形した式が良く用いられている^{10,11)}。

$$G_M = K \sqrt{\frac{p_0}{v_0}} \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{p_n}{p_0}\right)^2}{n - \log_e \left(\frac{p_n}{p_0}\right)}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \nu_M^2}} \alpha f \sqrt{\frac{p_0}{v_0}} g \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{p_n}{p_0}\right)^2}{n - \log_e \left(\frac{p_n}{p_0}\right)}} \quad (27)$$

ここで、 $1/\sqrt{1 - \nu_M^2}$ はラビンスパッキンの不完全絞りによる漏れ量増加の修正係数で、 ν_M は前述の不完全絞り係数 ν と類似のものである。図3は式(27)による値と前述の計算方法から求めた厳密値との比較を示したものである。ここで、

$$G_M^* = \frac{G_M (T_0 R)^{1/2}}{p_0 f \alpha} \left(\frac{\kappa - 1}{\kappa}\right)^{1/2} = \left(\frac{\kappa - 1}{2\kappa}\right)^{1/2} \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{p_n}{p_0}\right)^2}{n - \log_e \left(\frac{p_n}{p_0}\right)}} \quad (27')$$

で表わされ、 G_M^* および G^* の比較は $\nu_M = \nu$ と仮定してなされている。なお、式(27')からはラビンスパッキンの臨界状態は求められないため、式(26')から求めている。図中の点線は臨界圧力比 p_c/p_0 の点を結んだものである。したがって、ラビンスパッキンの圧力比 p_n/p_0 が $\leq p_c/p_0$ の範囲では漏れ量は一定となり、精度も一定となる。そして、 ν の値が大きくなり、ひれ数 n が少ない場合には誤差が増加する傾向を示している。

絞りが不完全な状態におけるラビンスパッキン内の圧力分布、最終ひれにおける臨界圧力比および漏れ量に

ついでの前述の関係を実験的に確かめるために、つぎのような実験を行なった。

4. 実験装置および実験方法

図4に実験装置の概要を示す。空気圧縮機①で圧縮された空気は、空気タンク②、③を経て減圧弁④に至る。減圧弁で一定の圧力に設定された空気は、ドレンセパレータ⑤を通り、つぎに電気加熱器⑥で加熱され、オリフィス流量計⑦を経てラビンスパッキン⑧に至る。電気加熱器で空気を加熱するのは、ひれで空気が絞られたときに露が発生しないようにするためで、ラビンスパッキン入口で約30℃になるように調節した。空気温度の測定には熱電対温度計⑨を使用し、圧力分布の測定には水銀マノメータ⑩を用いた。

ラビンスパッキンには組立て式のものと削り出し式のものの両方を用いた。図5に組立て式の構造を示す。ひれ⑪の形状は先端がフラットで、ひれ先端の厚さ t 、すきま δ 、ひれ高さ h 、ひれ数 n およびひれ間隔 s の値を図中に示す。すきま δ の調整にはすきま調整用リング

図4 実験装置の概要

図7 2番目以降の各ひれの圧力比

図9 ラビリンスパッキンの臨界圧力比

図8 最終ひれにおける臨界圧力比と不完全絞り係数

図10 実験に用いたひれの流量係数

に示す。図から流量係数 α の値はレイノルズ数 Re による影響は比較的少なく、ひれ先端の形状比 t/δ によって変化していることがわかる。ここで α および Re は次式によって求めた値である。

$$\alpha = \frac{G}{f \left\{ \frac{2g\kappa}{\kappa-1} \frac{p_0}{v_0} \left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{\frac{1}{\kappa-1}} \left[1 - \left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]^{\frac{1}{2}} \right\}}, \quad \frac{p_1}{p_0} > \frac{p_c}{p_0} \quad (28)$$

$$= \frac{G}{f \left\{ \frac{g\kappa p_0}{v_0} \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}} \right\}^{\frac{1}{2}}}, \quad \frac{p_1}{p_0} \leq \frac{p_c}{p_0} \quad (29)$$

$$Re = \frac{\partial c}{v_g} = \frac{G}{2\pi g r \mu_g} \quad (30)$$

ここで、 G ：実測流量、 f ：ひれ先端のすきま断面積、 κ ：比熱比、 p_0, p_1 ：ひれ入口、出口圧力、 p_c/p_0 ：臨界圧力比、 μ_g ：粘性係数、 r ：ひれ先端までの半径。したがって、ラビリンスパッキンの各ひれの流量係数はひれ先端の形状およびすきまが等しければ、ほぼ一定した値をとるとしてよいであろう。

2) 膨張室の不完全絞り係数 各ひれで発生した速度エネルギーが、それぞれの膨張室で熱に変換される割合は、式(5)で示したように、膨張室の不完全絞り係数で表わされる。その不完全絞り係数は膨張室の形状と流体の流動状態に関係するであろう。そこで、膨張室の流動様式をある程度定性的に調べるために、アルミニウム粉末を用いて水流実験により流れの観察を行なった。図

→流れ方向

図11 水流実験から得た写真の一例 ($h/s=0.24$, $s/\delta=43$)

図12 膨張室内の流れ

11にその一例を示す。膨張室における流体の流れは細部については、かなり複雑であるが、平均的な流れのモデルとして、Groddeck⁹⁾と同様、図12に示すような流れを考えることができよう¹⁴⁾。

ひれ先端のすきま δ を通った流体は点線のように広がり、抵抗を受けながら減速され、残留速度 c'_i でつぎのひれに到達する。いま、膨張室内に微小部分123456をひれに平行にとって調べる。ここで、微小部分123面上および456面上では圧力は一定であると仮定する。流れが移動している部分1256の接触面16および25では摩擦による抵抗力 dR_1 および dR_2 を受けるものとする。移動流体の速度は、12面の速度 $\bar{c}$ から56面で $\bar{c}+d\bar{c}$ になるものとする、微小部分1256についての運動方程式はつぎのようになる。ただし、周方向の二次流れは無視し得るものとする。

$$\left[\frac{G}{g} \bar{c} + Fp \right] - \left[\frac{G}{g} (\bar{c} + d\bar{c}) + (F + dF)(p + dp) \right] + dF(p + \frac{dp}{2}) - (dR_1 + dR_2) = 0 \quad (31)$$

ここで、 $G = r \cdot 2\pi n_l d r \bar{c}$: 流量、 r : 流体の比重量、 $F = 2\pi n_l d r$: 12面の流体の通過断面積。

式(31)を二次の微小項を無視して整理すると

$$\frac{G}{g} d\bar{c} + 2\pi n_l d r dp + dR_1 + dR_2 = 0 \quad (32)$$

一方、微小部分1256についての連続の式は

$$\frac{d(\Delta r)}{dr} + \frac{d\bar{c}}{\bar{c}} = 0 \quad (33)$$

一般に、膨張室内の圧力差 dp は微小であるので無視し得るものとし、

$$dR_1 + dR_2 = \lambda \frac{\bar{c}}{2g} \bar{c}^2 \cdot 2\pi n_l dl \quad (34)$$

とおき、移動流体の速度 $\bar{c}$ を求めるとつぎのようになる。ここで、 $\bar{c}$ は図12に示すように検査面12における移動流体の平均流速を示している。

式(32)および(33)から

$$\Delta r \frac{d\bar{c}}{\bar{c}} = -\frac{\lambda}{2} dl \quad (35)$$

$$\Delta r \frac{d\bar{c}}{\bar{c}} = -d(\Delta r) \quad (36)$$

式(35)および(36)から

$$d(\Delta r) = \frac{\lambda}{2} dl \quad \therefore \Delta r = \frac{\lambda}{2} l + \delta \quad (37)$$

$$\frac{d\bar{c}}{\bar{c}} = \frac{d(\Delta r)}{\Delta r} \quad \therefore \bar{c} = c_i \frac{\delta}{\Delta r} \quad (38)$$

したがって、式(37)および(38)から移動流体の速度 $\bar{c}$ は、

$$\bar{c} = \frac{c_i}{\frac{\lambda}{2} \left(\frac{l}{\delta} \right) + 1} \quad (39)$$

つぎに、 $l \rightarrow s$ (膨張室の幅)とおき、 i 番目ひれでの発生速度 c_i と残留速度 c'_i との比を求めると

$$\frac{c'_i}{c_i} = \frac{1}{\frac{\lambda}{2} \left(\frac{s}{\delta} \right) + 1} = \nu_c \quad (40)$$

ここで、 λ を膨張室の摩擦係数とする。なお、 $i+1$ 番目ひれ直前における移動流体の流れは、図11からも推定されるように、実際にはかなり複雑な流れをしていることから連続の式(33)は厳密には満足しにくいと思われるが、前述のように、平均的な流れのモデルに対して残留速度を考えている。

式(40)に示した ν_c と不完全絞り係数 ν との関係は次式で表わされる。

$$\nu = \frac{c'_i}{c_{i+1}} = \frac{c'_i}{c_i} \cdot \frac{c_i}{c_{i+1}} = \nu_c \left[\frac{1 - \left(\frac{p_i}{p_{i+1}} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}{1 - \left(\frac{p_{i+1}}{p_i} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (41)$$

式(41)に式(8)~(10)において実測の流量と圧力とから求めた ν および空気線図から求めた $[\]^{\frac{1}{2}}$ を代入することによって ν_c の値が求められる。図13は ν_c と膨張室の形状比 s/δ の関係を示したものである。図中の点線は式(40)による計算値、○印は実測値を示している。実測値は式(40)の傾向を良く示している。なお、一点鎖線および二点鎖線はそれぞれNeumann¹⁸⁾および小茂島⁸⁾によって得られた値である。 s/δ の同一の値に

対して ν_c の実測値に幅があるのは、式(40)から明らかのように膨張室の摩擦係数 λ の違いによるものである。

点線で示された式(40)は、 $s/\delta \rightarrow 0$ につれ $\nu_c \rightarrow 1$ の関係をもっている。このことは $s/\delta \rightarrow 0$ につれ膨張室内において速度エネルギーの熱に変換される割合が次第に減少することを示している。すなわち、 s/δ が非常に小さいところでは膨張室としての働きは少なく、 ν_c はしだいに1に近づき、ほとんどが素通りしてしまうことになる。そして、ラビリンスパッキングよりはむしろ粗面に近い性質をもつことになる。

膨張室の摩擦係数 λ は、各 s/δ に対する ν_c の実測値を式(40)に代入することによって求められる。図14および15は図13に示した ν_c の実測値を用いて求めた膨張室の摩擦係数 λ の値を示したものである。 λ の値は δ の値が小さくなるにつれ、また、 h/s の小さい範囲においては δ/h の増加につれ次第に増加する傾向を示している。

このように、摩擦係数 λ の値は主として膨張室の形状比 s/h および δ/h (h : ひれ高さ)に影響を受ける値である。ラビリンスパッキングのひれ側を7000rpm(ひれ先端の周速度約22m/s)まで回転させ、摩擦係数 λ の回転による影響を調べたが、膨張室の形状による影響に比して無視できるほど小さい値であった。

式(41)の $[\]^{\frac{1}{2}}$ の値は一般に1よりもわずかに小さい値を示し、ラビリンスパッキングの出口側に向って多少減少する傾向を示す。そして、ひれ数が増加するにつれ一様に1に近い値となる。したがって、 $\nu_c \approx \nu$ とおくことができる。このことからラビリンスパッキングの各膨張室における不完全絞り係数は膨張室の形状比が等しければ、ほぼ一定した値をとるとしてよいであろう。

5.3 漏れ量および最適ひれ数 漏れ量の実測値と3に示した方法によって求めた計算結果との比較を図16に示す。図中の実線、鎖線および点線は計算値、○・◇・△印はひれ数がそれぞれ2, 3, 5および8における実測値を示している。実測値と計算値とは比較的良く一致しており、不完全絞り係数 ν が減少するにつれ漏れ量 G^* が減少し、ひれ数 n を増加したのと同じような効果を示している。したがって、絞り不完全な直通形ラビリンスパッキングにおいては、パッキング全長が与えられた場合ひれ数を多くし過ぎるとひれのピッチが小さくなり不完全絞り係数が増加し、かえって漏れ量が増加することになる。このことから最適ひれ数が存在することがわかる。

図13 ν_c と s/δ の関係

図14 λ と h/s の関係

図15 λ と δ/h の関係

図 16 漏れ量の実測値と計算値の比較

図 17 ひれ数と漏れ量の関係

図 17 はラビリンスパッキンの全長を 50mm とし、厚さ $t=1\text{mm}$ のひれを用い、ひれ数を増加した場合の漏れ量の変化を示したものである。漏れ量 G^* はひれ数 $n=6$ 近くで最小値を示している。これはひれ数 n と不完全絞り係数 ν の漏れ量に与える影響が $n=6$ 近くの形状で最良になったことを示している。図中の実線は図 14 から膨張室の摩擦係数 λ を推定し、つぎに式 (40) から ν_c を求め、 $\nu_c \approx \nu$ とおき 3 に示した方法によって求めた無次元漏れ量の値を示している。

6. 結 論

直通形軸流ラビリンスパッキンにみられるように、絞り不完全な状態に関して調べつぎのことを明らかにした。

1) 膨張室の不完全絞り係数と各ひれの圧力分布と

の関係を示す計算式 (16) および (17) を導いた。また、不完全絞り係数の最終ひれにおける臨界圧力比に及ぼす影響について調べ、関係式 (25) を導いた。そして、不完全な絞り状態でのラビリンスパッキンからの漏れ量を求める方法を示し、代表的な近似式の精度を調べた。

2) 多くの形状比をもった直通形軸流ラビリンスパッキンを用いて、不完全絞り係数とラビリンスパッキン内の圧力分布、臨界圧力比および漏れ量等の関係を実験的に調べた。そして、実測値と計算値とが比較的良く一致することを確めた。

3) ひれの流量係数および不完全絞り係数について考察し、膨張室の摩擦係数と膨張室の形状比との関係を実験的に調べた。また、ラビリンスパッキンの全長が与えられた場合の最適ひれ数の求めかたを示し実験結果と比較した。

記 号

A: 仕事の熱当量	c: ひれからの流出速度
c': 残留速度	c_p : 定圧比熱
f: ひれ先端のすきま断面積	G: 漏れ量
G^* : 無次元漏れ量 (式 (3) で定義)	
g: 重力の加速度	h: ひれ高さ
n: ひれ数	p: 圧力
p_c : 臨界圧力	R: ガス定数
r: ひれ先端までの半径	s: 膨張室の幅
T: 絶対温度	t: ひれ先端の厚さ
α : ひれの流量係数	τ : 流体の比重量
δ : ひれ先端のすきま	κ : 比熱比
λ : 膨張室の摩擦係数	μ_g : 粘性係数
ν : 不完全絞り係数 (式 (5) で定義)	

添 字

i: i 番目ひれ	0: ラビリンスパッキン入口
n: ラビリンスパッキン出口	m: 平均値

文 献

- 1) 桑野, 機械学会誌, 74 巻, 631 号 (昭 46-8), p. 915.
- 2) H.M. Martin: Engineering, Vol. 107 (1919-1), p. 1.
- 3) A. Stodola: Steam and Gasturbine (1927-6), McGraw-Hill, p. 187.
- 4) M. J. Gercke: Wärme, Bd. 57, Nr. 40 (1934-11), S. 513.
- 5) A. Egli: Trans ASME, Vol. 57 (1935-6), p. 115.

-
6) W. J. Kearton: Proc Inst Mech Engrs, Vol. 166 (1952), p. 180.	11) R. C. Spencer, et al: Trans ASME, Vol. 85, Ser. A, No. 4 (1963-10), p. 249.
7) K. Trutnovsky: Berührungsfreie Dichtungen, VDI, (1964-1).	12) 久保: 火力発電, 17 巻, 9 号 (昭 41-9), p. 758.
8) 小茂鳥: 機械学会論文集, 25 巻, 133 号 (昭 32-9), p. 617.	13) K. J. Bell, et al: Trans ASME, Vol. 79, No. 3 (1957-4), p. 593.
9) K. H. Groddeck: Forsh Ing-Wes, Bd. 23, Ht. 5 (1957-5), S. 183.	14) 植田, 久保: 機械学会論文集, 32 巻, 239 号 (昭 41-7), p. 1091.
10) G. Vermes: Trans ASME, Vol. 83, Ser. A, No. 2 (1961-4), p. 161.	15) K. Neumann: Maschinenbautechnik, Bd. 13, Ht. 4 (1964), S. 188.
-