モニタード・メンテナンスの研究*

川崎 義人**

A Study on Monitored Preventive Maintenance

By Yoshito Kawasaki

The preventive maintenance is roughly divided into two categories by the nature of informations it uses for the system reliability predictions. The one is based on the statistical informations or data of reliability as a group of systems, and the other on the measured or monitored informations of the performance directly obtained from each individual system. Let us call the former SPM for short, and the latter MPM.

A reliability model is formulated for a case when MPM is applied to an elementary system, in which the detectable pre-failure defects are assumed to occur. Some conceptual features of MPM are thus analysed, and it is now possible to compare the merits of both types of PMs quantitatively under certain assumptions. Manpower ratio, reliability increment ratio, and maintenance cost ratio are defined and calculated for comparison, and the superiority of MPM is noticed.

In the Marine machinery field, there are increasing needs and the trend of developing MPM are recognized. However, the merits of MPM are not always self-evident, because the conditions of the maintenance on board are rather complicated. The present author believes that such a quantitative analysis as proposed herein will help to clarify the situations on board, and give a rational basis for promoting the developments of MPM.

1. 序 論

予防保全に関する理論は、きわめて多くの著者によって研究しつくされ、その基礎はほぼ10年ほど前に確立したと見ることができる^{1,2)}。これらの研究のほとんどは、機器・システムの信頼性情報、すなわち、統計値、データ、パラメータ、確率分布などを利用して数式モデルによって最適な保全計画、信頼性向上策、経済的運営策などを探究するものである。それらの成果は、システム信頼性の維持、保全間隔・人員・設備・予備品の計画など全体的な保全管理のための有力な手段として広く用いられてきた。この信頼性情報は、集団としての機器の故障特性の代表値のような統計値であって個別機器それぞれの特性を指すものではない。各機器の故障にかかわる様々の事象は、実際的にも、また情報としても、きわめて紛らわしくかつ煩わしいものである。その中から信頼性の基礎理論で規定された情報が選ばれ、整理された形で提供されれば保全理論の保証する合理性のもとで、すっきりした統一的・計画的な管理が可能となる。

ここで、便宜上、このような信頼性統計情報を利用する予防保全を一括して統計的予防保全 (SPM) と呼ぶことにする。

本論文表題のモニタード・メンテナン (MPM) は、上記SPMと性格の異なる予防保全方式を総称するものである。一般産業界にもまだ共通的な定義はないので俗称であるが、便宜上、ここに借用し、本研究の対象である船舶システム分野固有の性格付けを行なうこととする。

MPMは、基本的に個別機器の故障がそれぞれ決定論的に予知できるという考え方に基づくものである。技術的な見地よりすれば、機器が故障となるまでの物理的経過の観察または計測を深めることによって、先駆的な故障原因、異常、欠陥などを検出する場合はきわめて多く、このことが実際の保全に利用されていることも確かである。そこで、機器ごとの作動状態の監視—異常状態の検出—故障の予知—異常状態の除去の手順をきめることによって予防保全の目的が達成される。この方法によれば、決定論的な意味で原理上、いくらかでも100パーセントの信頼性に接近することになる。

大規模システムの保全作業 (事後保全) の高速化、労力の軽減をねらって自動点検装置、診断装置、監視装置 (モニタ) などの構成に関する研究は数多いが^{8~10)}、上記のような意味で故障予知と予防保全の問題をとらえたのはKirkman^{3,4)}である。他の2,3編はわずかに言及したという程度である^{5,9,10)}。

Kirkmanは、純統計的予測と決定論的計測の中間に適切なアプローチがあるとし、現存するありふれた計測手段と試験法をその目的に応じて整理・利用することによって十分な効果が期待できると結論した³⁾。このよう

*原稿受付 昭和50年10月7日

昭和49年秋季学術講演 (昭和49年11月13日)

昭和50年秋季学術講演 (昭和50年10月30日)

**正会員 東京商船大学 (東京都江東区越中島2-1)

にMPMの基礎的な考え方の研究は割合に少ないが、実際上の必要性は近ごろ徐々に認識されるようになってきた。航空機分野での実施例^{12,13)}、国鉄信号機器分野での研究例¹⁴⁾などの報告がある。

船舶の分野では、1973年船用機関の国際シンポジウム(東京)において、船舶推進系自動化装置の将来の保全について多くの著者が論議した。その中で、Monceaux¹⁰⁾、富田¹⁶⁾はディーゼル、エンジンのMPMに関する実用的なシステムのあり方と実施例について報告した。そこでは作動監視用モニタの使用目的において、予防保全目的を明確に意識している点注目すべきものがある。

これらの研究文献を通覧した限り、MPMは格別むずかしい技術の開発を要求するものではない。実際問題として決定論的計測の不可能な部分に対しては、統計的アプローチとか経験的な判断にまかせなければならないところもある^{4,16)}。いずれにしても、今後の各種の機器、システムの発展の方向を考えると、保全作業の労力負担の軽減、監視、予知、判断などの客観性の維持向上が必要であり、監視、点検、診断などの機能は、ますます機械化、自動化されるすう勢にある。

そこで、本研究では、船舶推進プラントの保全の現状を概略検討し、また、簡単な保全モデルによってMPMのメリットをSPMと比較評価した結果、定量的にも優位性がみとめられたことを報告する。

2. 用語の定義

本研究の範囲で使用する主要な用語について説明を加えておく。

(1) **MPM** ここでは、MPMをつぎのように限定的に定義する。すなわち、「MPMとは、機器・システムの運転中の各種の特性を計測・監視し、欠陥を検出し、故障発生前に保全を実施する方式である。」

(2) **欠 陥** 故障の原因あるいは前徴として、時間的に故障以前に発生する物理的現象、作動特性の異常、不安定などを総称する。故障すなわち、機能の完全な停止とは厳密に区別する。たとえば、並列系において一方の構成部が故障しても全システムは故障にならない。この場合、故障した構成部はシステムの欠陥と呼ぶ。機械的構造物において使用中発生した微小な傷は、これが成長して破損・故障するまでは欠陥と呼ばれる。

(3) **故障の予知** 故障発生を事前に知ること。予知は欠陥の検出、診断、評価、判定など一連のプロセスに分けられるが、厳密な細分は行なわない。

(4) **欠陥の検出・診断** 目視、点検、試験などによって欠陥の発生を知ること。診断とはさらに欠陥の位置・場所などを確定する機能をいう。

(5) **監視機能(モニタ)** 装置または、人間によって故障を予知するために行なわれる連続的または間欠的なシステムの作動点検・試験をいう。

3. 船舶推進系における保全の実状

船舶推進系のような孤立・閉鎖的システムでは、多くのことがらが程度の差はあれ「現場の責任」において進行している。システムの保全は、担当システムの正常運転の確保という任務を達成する立場から行なわれ、各作業の内容が予防的なものか、あるいは故障の事後処理であるかの区別は普通あまり重視されることはない。また、基準的に指示された保全間隔でさえ、運転、修理場所などの都合で十分守られているとは限らない¹⁷⁾。

このようなシステムの環境において、全体的管理の立場で従来の理論の確立したSPMの推進をはかることは、煩雑な現場事情およびシステムの個別的な変動との対応を避け、見掛け上すっきりした保全基準によって計画的な管理が行なえるという利点をもつ。半面、保全現場としては担当システムの運転の都合とか運転状態の毎時の変化などが無視され、現場事情に直接関係しない形の基準・指示などを受けることになる。SPMの根本趣旨を理解しないと、単なる押し付けと受けとられ、自己流か散逸的な保全に陥り全体効果をこわすおそれは十分にある。

現在の推進系の大部分は、限られた計測手段と保全員の経験および主観的判断によるとはいえ、ほとんど、連続的な監視下におかれた運転状態にある。また、保全員は事故の予防および事後措置の任務を逃げることでできない環境におかれている。保全方式の見方からすれば、推進系はゆるいMPM管理下におかれていることになる。

表1に比較的純粋な形のSPM、MPM両方式を想定し、その利害得失を対照した結果を示す。いかなる保全方式を実施する場合でも、①システム信頼性の維持向上、②保全労力負担の軽減、③長期的運用経費の軽減が明確な目標とされなければならない。その見地から今後の船

表1 SPM、MPMの特徴比較一覧表

比較項目	SPM	MPM
一般的性格	<ul style="list-style-type: none"> 統計、確率論的予測 現象論的、故障結果を重視 経験介入の余地なく、客観性を保ちやすい 情報に諸意的操作を加えやすい 	<ul style="list-style-type: none"> 計測、決定論的予知 物理的、欠陥を重視 経験介入の余地あり、主観的に陥りやすい 機械化により情報に諸意的操作加えにくい
管理性	<ul style="list-style-type: none"> 統一計画、集中管理が容易 現実無視、責任回避に陥るおそれあり 	<ul style="list-style-type: none"> やや計画、管理困難な面あり 現実的、責任分担容易、現場向きである
経済性	<ul style="list-style-type: none"> 初期設備投資不要 データ収集費用、期間大 長期保全コスト増加の限界なく、急増のおそれあり 保全労力負担増加の限界なく、急増のおそれあり 	<ul style="list-style-type: none"> 初期設備投資大 データ収集費用、期間小 長期保全コスト増加に限界あり、緩慢である 保全労力負担増加に限界あり、緩慢である
信頼性	<ul style="list-style-type: none"> 実用的な範囲では、維持するのがやっとの程度 	<ul style="list-style-type: none"> モニタの性能によっていくらかでも向上できる

舶推進系ではMPMを強化する方向を選ぶことの妥当性がこの表から自明である。

4. 監視機能

MPMの成否は、故障予知の適否にかかっている。そのため、連続的または間欠的な対象システムの監視が行なわれる。監視は目視、点検、試験などの行為から成り、この機能のある程度集中装置化したものを監視装置（モニタ）、（点検装置、診断装置など含む）と呼ぶ。

従来自動点検装置、自動診断装置と呼ばれて検討されてきたもののほとんどは、対象システムが故障になってから後のシステム内の故障箇所の探索に重点がおかれていたことは、Kirkmanの指摘³⁾をまつまでもない。モニタを高機能の電算機で構成することは^{8,9)}、きわめて妥当な方法であるが、具体化の段階で最適なロジックと、計測端末のセンサの選択に多くの問題がある¹⁰⁾。

欠陥が物理量の変化として簡単に計測、検出できる場合はきわめて多い。単純過ぎるため監視装置の要素として過度に取り入れ、計測端末の配管、配線などをふやし、対象システムそのものを複雑にしてしまいやすい。また、腐食、き裂、摩耗などで外観的に、単純に目視点検できるものも多い。これらは機械化するには大げさなものになりやすく、その反面欠陥として重要なきめ手でありながらシステム設計で見落されやすい。これらの難点を無視しうる場合でも簡便さの余り大量のまた重複したデータを集めることになりやすい。結論として、欠陥検出のためには、適当なパラメータの選択と、それに適合する計測手段を見出すことが必要である¹⁸⁾。

正常作動の計測を目的とする普通の計測器は、対象の故障に対する感度はあるが、欠陥とか変化に対して敏感といえるものは少ない。その意味で欠陥検出専用の試験法と計測機器で信頼性の高いものの開発が必要である^{10,12)}。具体的な説明に換えて表2に、現在独立に一般の性能試験、故障点の検出などで用いられている計測手段、試験法などのうち、利用できそうな例をあげておく。

表2 今後利用すべき欠陥検出手段一覧表

対 象	欠 陥 検 出 手 段 , 方 法
機械的動力系	<ul style="list-style-type: none"> 音響、雑音、振動、加速、衝撃などの計測法、および無接触計測法 急激なおよびランダムな内部圧力、温度、流量などの計測法 表面温度分布の無接触計測手段
機械的構造物	<ul style="list-style-type: none"> 各種非破壊検査法 動的試験法各種
制 御 回 路	<ul style="list-style-type: none"> 開ループ特性試験法 外乱注入法
電 気 回 路	<ul style="list-style-type: none"> 限界試験法 表面温度分布計測手段

* ISME TOKYO 73のパネル討論会において音成ほか数氏が指摘した。

これらは、本体の運転状態に影響を与えないとか連続計測ができるかという条件をいま直ちに備えることができるものばかりではない。今後そのような方向で、具体的な検討と考案が必要であることを示すための参考例である。

対象システムの出力に関連するパラメータ、たとえば、回転数、電圧、馬力などの変化を計測する場合は、前段の多数の計測点を一括して省略できるばかりでなく、システムの欠陥を直接検出していることになる。ただし、この場合にはシステム内部の欠陥場所を識別するために診断機能が必要である。これは電気回路の入出力端での回路試験に相当する。

欠陥が検出されるとただちに保全交換の決意がなされることは少ない。欠陥場所の識別、欠陥成長の度合、他の欠陥との関連などの観察が続けられ、故障までの時間の切迫度と見合わせて診断が行なわれる。この過程は診断過程と呼ばれ、電算機を応用した実施例および研究が多数発表されている^{7,8,11)}。しかしながら、診断と密接な関連のある検出との関係を明らかにしたものはあまりない⁹⁾。

5. MPM数式モデルの誘導

5.1 前提条件 MPMを普遍的なシステムに適用した場合の数式モデルをつぎの前提によって導く。

- (1) システムはいくつかのディスクリートな欠陥状態を経由して故障状態に到達する。時間の経過にしたがって複数個の欠陥が連鎖的あるいは複合的に発生、成長し故障に到達する。欠陥状態のあるものは検出可能である。
- (2) システムは常時監視下にある。欠陥の診断完了と同時に修理・交換などの保全が行なわれる。検出は毎回成功するとは限らない。また、診断も間に合わないことがあるのでシステムは故障する。故障したシステムは直ちに保全される。いずれの場合でも、保全された直後のシステムは新品（無欠陥）であるとする。
- (3) 欠陥検出の成功率は検出器の信頼性および能力を含めてある一定の確率をもつものとする。
- (4) 診断時間は診断回路の信頼性および能力を含めてある確率変数であるとする。
- (5) 保全時間を無視する。

上記(1)はすべての故障メカニズム研究における共通的な前提である。(2)はMPMの本質を表わすものである。また、(3)以下はモデル化のための前提であるが、数式取扱の便宜のためいくつかの細い仮定も必要の都度追加する。以下本文においては保全、交換、修理は同義語として混用している。

記 号 表

- τ : 新品が故障になるまでの時間(確率変数)
 τ_D : 新品に欠陥が発生するまでの時間(#)
 τ_E : 欠陥状態のものが故障になるまでの時間(#)
 τ_M : 診断時間(#)

$F(t), F_D(t), F_E(t), F_M(t)$:それぞれ上記の分布関数

p_0 : 欠陥検出成功確率

p_1 : 診断成功確率

$\bar{\mathcal{F}}(t)$: MPM下のシステムの信頼度関数

$\bar{\mathcal{F}}_1(t)$: 欠陥が発生した時点から測った信頼度関数

$\bar{\mathcal{G}}_K(t)$: 予防交換のみの間隔の分布関数の補数, すなわち, 予防交換の起こらない確率

$\bar{\mathcal{G}}(t)$: 欠陥が発生した時点から測った確率

T_0 : 原始システムのMTBF

T_D : 欠陥が発生するまでの平均時間

T_E : 欠陥が故障になるまでの平均時間

T_M : 平均診断時間

$T_{\mathcal{F}}$: MPM下のシステムのMTBF

$T_{\mathcal{G}}$: MPM下のシステムの平均予防交換間隔

T : SPMにおいて政策的に定める交換間隔

$\alpha = T_E/T_M$: 診断能力を表すパラメータ

$\beta = T/T_0$: SPMの交換間隔パラメータ

λ : 原始モデルの構成要素の故障率

a : 原始モデル機械形で, 欠陥発生時負荷集中度合によってきまる定数

m : 単位時間当たり平均保全回数(故障, 予防交換の合計)

$m_{\mathcal{F}}$: 単位時間当たり平均故障交換回数

$m_{\mathcal{G}}$: 単位時間当たり平均予防交換回数

C : 保全コスト単価

$C_{\mathcal{F}}$: 故障交換単価 (SPMでは C_R を用いる.)

$C_{\mathcal{G}}$: 予防交換単価 (SPMでは C_Q を用いる.)

$l = C_{\mathcal{F}}/C_{\mathcal{G}} (= C_R/C_Q)$: 単価の比

ν_m : 保全努力比(原始モデルの値を基準とする)

ν_r : 信頼度改善率(")

ν_c : 保全コスト比(")

T_R : SPM下のシステムのMTBF

T_Q : SPM下のシステムの平均予防交換間隔

5.2 システム信頼度の原始モデル システムが故障になったときのみに保全されるときの信頼度を表わす式を原始モデルと呼ぶ。このシステムが故障状態に到達するまでに唯一の欠陥状態を経由するものとする。

新品が欠陥状態に達する時間を τ_D , 欠陥状態のものが故障状態に達するまでの時間を τ_E , これらを独立の確率変数とするとこのシステムが故障するまでの時間は $\tau = \tau_D + \tau_E$ である。それぞれの分布関数を $F(t)$, $F_D(t)$, $F_E(t)$ とおくと,

$$F(t) = \text{Prob.}(\tau < t) = \text{Prob.}(\tau_D + \tau_E) \quad (1)$$

であり, つぎのたたみ込みで表わされる。

$$F(t) = F_D(t) \star F_E(t) = \int_0^t F_E(t-x) F_D'(x) dx \quad (2)$$

これを $\bar{F}(t) = 1 - F(t)$, $\bar{F}_D(t) = 1 - F_D(t)$, $\bar{F}_E(t) = 1 - F_E(t)$ などのように信頼関数の形で表わすと,

$$\bar{F}(t) = \bar{F}_D(t) + \int_0^t \bar{F}_E(t-x) F_D'(x) dx \quad (3)$$

となる。また, ラプラス変換したものを $\bar{F}^*(s)$, $\bar{F}_D^*(s)$, $\bar{F}_E^*(s)$ などとして表わすと,

$$\bar{F}^*(s) = \bar{F}_D^*(s) + \bar{F}_E^*(s) - s \bar{F}_D^*(s) \cdot \bar{F}_E^*(s) \quad (4)$$

となる。

(4) 式において $s=0$ とおくと直ちに,

$$T_0 = T_D + T_E \quad (5)$$

ただし, $T_0 = \bar{F}^*(0)$: 原始システムのMTBF

$T_D = \bar{F}_D^*(0)$: 欠陥発生までの平均時間

$T_E = \bar{F}_E^*(0)$: 欠陥が故障になるまでの平均時間

という関係がえられる。

本節で欠陥をディスクリートな1個としたが, 複数個が発生するとしても以下のモデルとともに数学的扱いの面倒さが増すばかりで, どれだけ実体に接近できるかというところははっきりしない。

5.3 MPMモデル

5.3.1 診断時間を無視した場合 前節の原始モデルに対してMPMを実施したときのシステム信頼度をMPMモデルと呼ぶ。

原始モデルにおいて欠陥が発生するごとに一定の確率 p_0 で検出に成功し, $1-p_0$ で失敗するものとする。はじめに簡単のため診断時間を無視し, 検出が成功すると直ちに新品と交換され, 失敗するとシステムは欠陥があるのにそのまま放置され故障となるものとする。

MPMモデルは新品からスタートしたシステムがある運転経過時間 t 以内に, 予防交換は受けても故障交換を起こさない確率: $\bar{\mathcal{F}}(t)$ である。これはつぎの3個の確率の和として表わされる。すなわち,

(1) t 時まで欠陥状態が発生しない確率: $\bar{F}_D(t)$

(2) t 時以内の任意の x 時に欠陥が発生すること, 欠陥検出が成功すること, 検出によって交換されたシステムが残る $(t-x)$ 時間故障しないことが同時に起こる確率: 確率エレメントは $p_0 \bar{\mathcal{F}}(t-x) F_D'(x) dx$ であるから x の範囲について積分したもの $p_0 \int_0^t \bar{\mathcal{F}}(t-x) F_D'(x) dx$

(3) 欠陥が発生して欠陥検出が不成功に終わっても残る $(t-x)$ 時間欠陥が故障に到達しない確率: $(1-p_0) \int_0^t \bar{F}_E(t-x) F_D'(x) dx$

よって $\bar{\mathcal{F}}(t)$ はこれらの和としてつぎのようになる。

$$\begin{aligned} \bar{\mathcal{F}}(t) = & \bar{F}_D(t) + p_0 \int_0^t \bar{\mathcal{F}}(t-x) F_D'(x) dx \\ & + (1-p_0) \int_0^t \bar{F}_E(t-x) F_D'(x) dx \end{aligned} \quad (6)$$

ラプラス変換して

$$\bar{\mathcal{F}}^*(s) = \frac{\bar{F}_D^*(s) + (1-p_0) \bar{F}_E^*(s) (1-s \bar{F}_D^*(s))}{1-p_0 + s p_0 \bar{F}_D^*(s)} \quad (7)$$

システムのMTBFを $T_{\mathcal{F}}$ とすると (5) 式より

$$T_{\mathcal{F}} = \bar{\mathcal{F}}^*(0) = \frac{T_D + (1-p_0) T_E}{1-p_0} \quad (8)$$

つぎに故障交換にかかわりなく予防交換の行なわれる間隔の分布関数を $\mathcal{G}(t)$ とおき, $\bar{\mathcal{G}}(t) = 1 - \mathcal{G}(t)$ を求

める。これは t 時までには予防交換が起こらない確率である。

ここで補助的に欠陥が発生した時点 $t=0$ として、 t 時以内に予防交換が行なわれない確率を $\bar{G}_1(t)$ とする。これは t 時までには欠陥が故障にならない確率 $\bar{F}(t)$ と t 時以内の x 時に故障になり、交換され新品にもどり、残る $(t-x)$ 時間予防交換が起こらない確率との和である。よって、

$$\bar{G}_1(t) = \bar{F}_E(t) + \int_0^t \bar{G}(t-x) \bar{F}'_E(x) dx \quad (9)$$

一方、 $\bar{G}(t)$ は、 t 時までには欠陥が発生しない確率 $\bar{F}_D(t)$ と t 時以内の x 時に欠陥が発生し検出されないで、残る $(t-x)$ 時間予防交換が行なわれない確率との和でつぎによって表わされる。

$$\bar{G}(t) = \bar{F}_D(t) + (1-p_0) \int_0^t \bar{G}_1(t-x) \bar{F}'_D(x) dx \quad (10)$$

(7), (8) 式をラプラス変換し $\bar{G}^*(s)$ を求めると

$$\bar{G}^*(s) = \frac{\bar{F}_D^*(s) + (1-p_0) \bar{F}_E^*(s)(1-s\bar{F}_D^*(s))}{1-(1-p_0)(1-s\bar{F}_D^*(s))(1-s\bar{F}_E^*(s))} \quad (11)$$

平均予防交換間隔を T_G とすると

$$T_G = \frac{T_D + (1-p_0) T_E}{p_0} \quad (12)$$

このシステムが長い期間MPM下にあるとき、単位時間当りの故障交換回数を $m_{\mathcal{F}}$ 、保全交換回数を $m_{\mathcal{G}}$ で表わすとその合計 $m = m_{\mathcal{F}} + m_{\mathcal{G}}$ は全交換回数である。 $m_{\mathcal{F}}$ 、 $m_{\mathcal{G}}$ は $T_{\mathcal{F}}$ 、 $T_{\mathcal{G}}$ の逆数であるから (6), (11) 式より

$$m_{\mathcal{F}} = \frac{1-p_0}{T_D + (1-p_0) T_E} \quad (13)$$

$$m_{\mathcal{G}} = \frac{p_0}{T_D + (1-p_0) T_E} \quad (14)$$

$$m = \frac{1}{T_D + (1-p_0) T_E} \quad (15)$$

(8), (13) 式で、 $p_0 \rightarrow 1$ とすると $T_{\mathcal{F}} \rightarrow \infty$ 、 $m_{\mathcal{F}} \rightarrow 0$ すなわち、検出確率が 1 に近づくにしたがって MTBF はいくらでも大きくなり、故障交換はゼロになりうることを示している。これが MPM の特長である。ここでは p_0 を一定とした。しかし、欠陥の成長性を考えに入れると検出確率も時間的に増大すると考えるのが自然である。また、静的欠陥について検出を繰り返すことによって確率を高めたり、習熟効果によって次第に高くなることも考えられる。従来、検出に関する問題の掘り下げた研究は散発的で、これを総合的に探索問題としてまとめた多田の見解¹⁰⁾によってもまだ始まったばかりに過ぎないという。ここではあまり深い検討を避けて検出の時間効果を診断時間の中に含めて次項に考察する。

5.3.2 診断時間を考慮した場合 本項では、欠陥の発生を検出した時点から診断が開始され、ある時間が経過したのち交換される場合を考察する。この時間を診断時間と呼ぶ。

検出の成功は診断の動機である。検出失敗のときはなにもなくある時間が経過する。その間に欠陥が故障に進

展してしまう確率は、前項の終わりに述べたような検出成功確率の時間効果による上昇に比して無視できる程度と考える。そうすると、検出の不成功は診断開始時刻のわずかな遅れとして扱うことができる。ここでは、さらにその遅れも無視する。すなわち、 $p_0=1$ とおく。

かくして、診断時間を考慮した場合の全貌を見やすくすることができる。

診断時間は、検出装置の能力とあわせて適当な試験手順、ロジックス、回路などとしてあらかじめ計画され、設計でたとえば平均値などがきめられるものである。その実現値は対象システムの構成および故障メカニズムの詳細によって確率の変動をもつものと考えられる。

診断時間を τ_M 、その分布関数を $F_M(t)$ とすると、 $\tau_M \geq \tau_E$ は診断時間が長過ぎて欠陥が故障になってしまう場合であり、 $\tau_M < \tau_E$ は予防交換が間に合う場合である。ここで τ_E は前項の定義による。

長時間のシステム運転において、予防交換の成功する確率を診断成功確率と呼び p_1 とおくと、

$$p_1 = \text{Prob}(\tau_M < \tau_E) = \int_0^{\infty} F_M(t) \cdot F'_E(t) dt \quad (16)$$

である。この意味はのちに具体例で明らかになる。

$t=0$ で新品であるシステムの信頼度を $\bar{\mathcal{F}}(t)$ 、欠陥が発生した時点 $t=0$ として測った信頼度を $\bar{\mathcal{F}}_1(t)$ などとおくと、(4), (9), (10) 式などを導いたときと同じ様な考え方によってつぎの 2 式がえられる。

$$\bar{\mathcal{F}}(t) = \bar{F}_D(t) + \int_0^t \bar{\mathcal{F}}_1(t-x) \bar{F}'_D(x) dx \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \bar{\mathcal{F}}_1(t) &= \bar{F}_M(t) \bar{F}_E(t) \\ &+ \int_0^t \bar{\mathcal{F}}(t-x) \bar{F}_E(x) \bar{F}'_M(x) dx \end{aligned} \quad (18)$$

(18) 式の $\bar{F}_M(t) \cdot \bar{F}_E(t)$ は t 時までには診断が完了しないことと、その間欠陥が故障に進展しないことの同時確率、また、 $\bar{F}_E(x) \cdot \bar{F}'_M(x) dx$ は x 時まで故障進展がなく、ちょうどその時点で診断が完了する確率エレメントである。そこで、

$$\left. \begin{aligned} \bar{F}_M(t) \bar{F}_E(t) &= \Phi(t) \\ \bar{F}_E(t) \bar{F}'_M(t) &= \varphi(t) \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

とにおいて、(17), (18) 式をラプラス変換する。

$$\bar{\mathcal{F}}^*(s) = \bar{F}_D^*(s) + (1-s\bar{F}_D^*(s)) \bar{\mathcal{F}}_1^*(s) \quad (20)$$

$$\bar{\mathcal{F}}_1^*(s) = \Phi^*(s) + \varphi^*(s) \bar{\mathcal{F}}^*(s) \quad (21)$$

よって、(20), (21) 式より、

$$\bar{\mathcal{F}}^*(s) = \frac{\bar{F}_D^*(s) + (1-s\bar{F}_D^*(s)) \Phi^*(s)}{1-(1-s\bar{F}_D^*(s)) \varphi^*(s)} \quad (22)$$

また、MTBF は

$$T_{\mathcal{F}} = \frac{T_D + \Phi^*(0)}{1-\varphi^*(0)} \quad (23)$$

(19) 式のラプラス変換から $\Phi^*(0)$ 、 $\varphi^*(0)$ を求めると、

$$\Phi^*(0) = \int_0^{\infty} \bar{F}_M(t) \bar{F}_E(t) dt \quad (=T_H \text{ とおく}) \quad (24)$$

$$\begin{aligned}
 \varphi^*(0) &= \int_0^\infty \bar{F}_E(t) F'_M(t) dt \\
 &= 1 - \int_0^\infty F_E(t) F'_M(t) dt \\
 &= \int_0^\infty F_M(t) F'_E(t) dt \\
 &= p_1 \quad ((16) \text{式参照}) \quad (25)
 \end{aligned}$$

よって, (23) 式は

$$T_{\mathcal{G}} = \frac{T_D + T_H}{1 - p_0} \quad (26)$$

つぎに, 予防交換の間隔の分布関数 $\mathcal{G}(t)$ とし, 前項と同じような考え方で $\mathcal{G}(t) = 1 - \mathcal{G}(t)$ を求めることができる*. 平均保全間隔: $T_{\mathcal{G}}$ は

$$T_{\mathcal{G}} = \frac{T_D + T_H}{p_1} \quad (27)$$

単位時間当り交換回数の長時間平均は前項にならって

$$m_{\mathcal{G}} = \frac{1}{T_{\mathcal{G}}} = \frac{1 - p_1}{T_D + T_H} \quad (28)$$

$$m_{\mathcal{G}} = \frac{1}{T_{\mathcal{G}}} = \frac{p_1}{T_D + T_H} \quad (29)$$

$$m = m_{\mathcal{G}} + m_{\mathcal{G}} = \frac{1}{T_D + T_H} \quad (30)$$

である.

システム MTBF: $T_{\mathcal{G}}$ について (8) 式は検出確率: p_0 を考慮し診断時間を無視して求めたものである. これに対し, (26) 式では $p_0 = 1$ とし診断時間の分布関数 $F_M(t)$ を与えられたとしてある. $F_M(t)$ が与えられると, 診断成功確率 p_1 が (16) 式から計算される. (8), (26) の両式からわかるように, 検出成功確率 p_0 と診断成功確率 p_1 を単に入れ換えただけのように見える. このように, 検出と診断とは不可分の関係にある. 形式的には, $p_0 \approx 1$, p_1 を含めてモデル化することは容易であるが**, 以下では p_0 はつねに 1 として議論を進める.

6. モデルの具体的評価式

いままでに求めた MPM モデルを定量的に評価するためには, 数式誘導に用いた分布関数をきめなければならない. また, できるだけ簡単なパラメータによって, われわれの日常接するシステムの実体をわかりやすく説明できるようにすることが望ましい. そのため, ここでは指数形の分布関数を用いてある.

6.1 原始モデル 5.2 節の原始モデルにおいて, 欠陥発生までと欠陥が故障になるまでの時間: τ_D , τ_E はそれぞれ平均値 T_D , T_E をもつ指数分布にしたがうとすると, (3) 式に $\bar{F}_D(t) = \exp(-t/T_D)$, $\bar{F}_E(t) = \exp(-t/T_E)$ を入れて,

$$\bar{F}(t) = \left(\frac{T_D}{T_D - T_E} \right) e^{-t/T_D} - \left(\frac{T_E}{T_D - T_E} \right) e^{-t/T_E} \quad (31)$$

ただし, $T_D \neq T_E$ である. また, $T_D = T_E = T_0/2$ では $\bar{F}(t) = (1 + 2t/T_0) e^{-2t/T_0}$ (32)

(29) 式は T_D , T_E によってきまる信頼度関数群である. この形からこの原始モデルはつぎに示すような構造のシステムに当てはまるのが容易にわかる.

(1) 並列形モデル ひとしい偶発故障率: λ をもった 2 個の部品から成る並列システムを考えよう. 両部品の故障特性を独立とすると, 一方が故障した状態はシステムの欠陥状態であり, 両方が故障するとシステムは故障状態に到達する. このシステムの信頼関数は $\bar{F}(t) = 2e^{-\lambda t} - e^{-2\lambda t}$, また $\bar{F}_D(t) = e^{-2\lambda t}$, $\bar{F}_E(t) = e^{-\lambda t}$ とおけるから, つぎがえられる.

$$\begin{aligned}
 T_D &= 1/2\lambda, \quad T_E = 1/\lambda, \quad T_0 = 3/2\lambda \\
 T_D/T_0 &= 1/3, \quad T_E/T_0 = 2/3 \quad (33)
 \end{aligned}$$

(2) 待機形モデル 前項の並列システムでは, 各部品の負荷は欠陥の発生の前後で変わらず故障率も一定とした. そこで欠陥状態になるまでは負荷は両部品が等分に負担するので故障率も全負荷のときの半分であると考えたと, 欠陥状態の発生率は $2 \times \lambda/2 = \lambda$ で, 欠陥が故障になる率も λ である. よって $\bar{F}_D(t) = e^{-\lambda t}$, $\bar{F}_E(t) = e^{-\lambda t}$ とおき

$$\begin{aligned}
 T_D &= T_E = 1/\lambda = T_0/2 \\
 T_D/T_0 &= T_E/T_0 = 1/2 \quad (34)
 \end{aligned}$$

となる. 信頼度関数は (30) 式となる. これは待機システムの信頼度関数にほかならない.

(3) 機械形モデル 機械的構造物などの並列システムでは, 各部分の故障はかならずしも独立でなく, 一方が故障すると残る部分に過大な負荷が集中し, 欠陥から故障になるまでの時間が著しく短縮されることがある. このときは欠陥発生率を λ , 欠陥が故障になる率を $a\lambda$ ($a > 1$) とおくと,

$$\bar{F}_D(t) = e^{-\lambda t}, \quad \bar{F}_E(t) = e^{-at} \quad (35)$$

$$\bar{F}(t) = (ae^{-\lambda t} - e^{-a\lambda t}) / (a - 1) \quad (36)$$

がえられ, また,

$$\begin{aligned}
 T_D &= 1/\lambda, \quad T_E = 1/a\lambda, \quad T_0 = (a+1)/a\lambda \\
 T_D/T_0 &= a/a+1, \quad T_E/T_0 = 1/(a+1) \quad (37)
 \end{aligned}$$

である.

以上三つの形は, $T_D < T_E$ (並列形), $T_D = T_E$ (待機形), $T_D > T_E$ (機械形) によって特徴付けられることに留意すべきである.

6.2 MPMモデルの評価式 診断時間のみを考慮した MPM (5.3.2) モデルは, 診断時間が平均値: T_M の指数分布にしたがうとして, $\bar{F}_M(t) = e^{-t/T_M}$ を用いつぎのように表わされる. まず, (16), (24) 式より,

$$p_1 = \frac{T_E}{T_M + T_E} = \frac{\alpha}{1 + \alpha} \quad (38)$$

$$T_H = \frac{T_M T_E}{T_M + T_E} = \frac{T_E}{1 + \alpha} \quad (39)$$

ただし, $T_E/T_M = \alpha$ とおいてある. α はシステムの欠陥が故障に進展する時間までの平均値に見合うように設計される平均診断時間である. これを診断能力と呼び今後の数式のパラメータとする. (26), (27) 式は

* 付録 1 参照

** 付録 2 参照

$$T_{\mathcal{Z}} = T_0(1 + \alpha \frac{T_D}{T_0}) \quad (40)$$

$$T_{\mathcal{G}} = \frac{T_0}{\alpha}(1 + \alpha \frac{T_D}{T_0}) \quad (41)$$

となる。ここで、 T_D/T_0 は原始モデルの形による常数(33), (34), (37)などである。

MPMの効果はいろいろな角度から評価できる。ここでは常識的なつぎの3種類の評価式を定義し、数値的な検討の用意をする。これらはすべて診断能力 α をパラメータとし、原始モデルの形による常数を含んでいる。

(1) 保全労力比: ν_m (30)式の単位時間当たり平均保全回数: m は、予防、故障交換の両方の合計である。この保全方式において必要な全労力、工数の尺度として基本的なものである。原始モデルは予防交換のない、故障交換だけ行なわれるシステムであるから、その労力は単位時間当たり $1/T_0$ である。よって、つぎの比: ν_m を保全労力比と定義する。

$$\nu_m = \frac{m}{1/T_0} = \frac{1 + \alpha}{1 + \alpha(T_D/T_0)} \quad (42)$$

$$\alpha = 0 \text{ で } \nu_m = 1, \alpha \rightarrow \infty \text{ で } \nu_m \rightarrow T_0/T_D \quad (43)$$

診断能力が大きいと ν_m は T_0/T_D に近づく。この値は並列形モデルで3、待機形で2、機械形で $1 + 1/\alpha$ であり、現実的な範囲に保たれている。

(2) 信頼度改善率: ν_r MPMモデルMTBFの原始

モデルMTBFに対する増分比を信頼度改善率と定義する。

$$\nu_r = (T_{\mathcal{Z}} - T_0)/T_0 = \alpha \cdot T_D/T_0 \quad (44)$$

診断能力に比例して信頼度改善率が上昇することを示す。

(3) 保全コスト比: ν_c システムを長期間使用する場合単位時間当たりの保全コストの平均値を C とすれば、

$$C = C_{\mathcal{Z}} \cdot m_{\mathcal{Z}} + C_{\mathcal{G}} \cdot m_{\mathcal{G}} \quad (45)$$

ただし、 $C_{\mathcal{Z}}$, $C_{\mathcal{G}}$ はそれぞれ故障、予防交換のコスト単価である。コストとして保全時間を考えることもでき、その場合(45)式はシステムの保全のための休止時間を表すことになる。

故障交換のコストは、予防交換に対して大きいとする現実的な考えから、 $C_{\mathcal{Z}} = l \cdot C_{\mathcal{G}}$ ($l > 1$) とすると、(43)式は(28), (29), (40), (41)式を用いて

$$C = \frac{C_{\mathcal{G}}}{T_0} \cdot \frac{l + \alpha}{1 + \alpha \cdot T_D/T_0} \quad (46)$$

原始モデルのコストは(44)で $\alpha = 0$ とおいたものであるから、コスト比: ν_c をつぎのように定義する、

$$\nu_c = \frac{C}{C(\alpha=0)} = \frac{1 + \alpha/l}{1 + \alpha \cdot T_D/T_0} \quad (47)$$

$$\alpha = 0 \text{ で } \nu_c = 1 \quad (48)$$

$$\alpha \rightarrow \infty \text{ で } \nu_c \rightarrow T_0/l \cdot T_D$$

診断能力の大小にかかわらず、保全コスト比は1のま

表3 予防保全評価式一覧表

モデル の形	評価 項目	MPM (パラメータ: $\alpha = T_D/T_0$)	SPM (パラメータ: $\beta = T/T_0$)
並 列 形	ν_m	$\frac{1 + \alpha}{1 + \alpha/3}$	$\frac{3}{(3 - e^{-15\beta})(1 - e^{-15\beta})}$
	ν_r	$\frac{\alpha}{3}$	$\frac{2e^{-15\beta}}{3(1 - e^{-15\beta})}$
	ν_c	$\frac{1 + \alpha/l}{1 + \alpha/3} \quad (l = \frac{C_{\mathcal{Z}}}{C_{\mathcal{G}}} > 1)$	$\frac{3\{1 + (l-1)(1 - e^{-15\beta})^2\}}{l(3 - e^{-15\beta})(1 - e^{-15\beta})} \quad (l = \frac{C_R}{C_Q} > 1)$
待 機 形	ν_m	$\frac{1 + \alpha}{1 + \alpha/2}$	$\frac{1}{1 - (1 + \beta)e^{-2\beta}}$
	ν_r	$\frac{\alpha}{2}$	$\frac{\beta \cdot e^{-2\beta}}{1 - (1 + 2\beta)e^{-2\beta}}$
	ν_c	$\frac{1 + \alpha/l}{1 + \alpha/2} \quad (l = \frac{C_{\mathcal{Z}}}{C_{\mathcal{G}}} > 1)$	$\frac{1 - (\frac{l-1}{l})(1 + 2\beta)e^{-2\beta}}{1 - (1 + \beta)e^{-2\beta}} \quad (l = \frac{C_R}{C_Q} > 1)$
機 械 形	ν_m	$\frac{1 + \alpha}{1 + (\frac{\alpha}{1 + \alpha}) \cdot \alpha} \quad (\alpha > 1)$	$\frac{a^2 - 1}{a^2(1 - e^{-\beta(\frac{a+1}{a})}) - (1 - e^{-\beta(a+1)})}$
	ν_r	$\frac{a}{a+1} \cdot \alpha$	$\frac{a}{a+1} \cdot \frac{e^{-\beta(\frac{a+1}{a})} - e^{-\beta(a+1)}}{a(1 - e^{-\beta(\frac{a+1}{a})}) - (1 - e^{-\beta(a+1)})}$
	ν_c	$\frac{1 + \alpha/l}{1 + (\frac{\alpha}{1 + \alpha}) \cdot \alpha} \quad (l = \frac{C_{\mathcal{Z}}}{C_{\mathcal{G}}} > 1)$	※ 下記欄外

$$\begin{aligned} & \frac{(a+1)\{a - 1 - (\frac{l-1}{l})(ae^{-\beta(\frac{a+1}{a})} - e^{-\beta(a+1)})\}}{a^2 - 1 - a^2e^{-\beta(\frac{a+1}{a})} + e^{-\beta(a+1)}} \quad (l = \frac{C_R}{C_Q} > 1) \\ & \text{※} \end{aligned}$$

わりからあまり離れないことを示している。

以上の各評価式を原始モデルの3形に当てはめたものを表3に一覧表として示した。この表にはSPMモデルの評価式を比較のため並記してある。

6.3 SPMモデルとの比較評価 原始モデルに代表的なSPMとして定期交換を適用した場合の評価式の導き方は付録(3)に記述してある。その結果を表3にMPMと比較して記入した。

この場合は、原始モデルの欠陥に関する情報を無視しそのMTBF: T_0 に対して適当な交換間隔: T を計画的に

きめるという方式であるから、 $\beta = T/T_0$ をパラメータとしてある。この場合、 $T \rightarrow \infty$ が原始モデルに対応することに注意する必要がある。

前節のMPM評価のパラメータ: $\alpha = T_E/T_M$ であり、たとえ、同一原始モデルに対するものであっても、この両者を直接比較することはできない。しかし、これらのパラメータを現実的な数値の範囲内で変化させた場合の評価値およびその傾向を見ることによって、優劣を比較することができる。図1A, B, CはMPM, 図2A, B, CはSPMに対する保全労力比, 信頼度改善率, 保全コ

図1A 保全労力比 (MPM)

図2A 保全労力比 (SPM)

図1B 信頼度改善率 (MPM)

図2B 信頼度改善率 (SPM)

図1C 保全コスト比 (MPM)

図2C 保全コスト比 (SPM)

スト比をそれぞれプロットしたものである。図には原始モデルの3種類の形に対するものを示してある。

機械形では $a=3$ を用いた。全体を通じて故障交換のコストは予防交換のコストの5倍と見て $l=5$ としてある。

実際システムでは、定期交換間隔はほぼシステムのMTBFを目途として $T \cong T_0$ に設定されていることが多い。すなわち、 $\beta \cong 1$ である。この値から図2 (SPM) の各評価値を読むと、各形をまとめてほぼ

$$\nu_m \cong 1.5, \quad \nu_r = 0.15 \sim 0.23, \quad \nu_c = 0.93 \sim 0.98 \quad (49)$$

である。もし、保全労力をSPMと同程度に保つようなMPMができるためには、図1Aの曲線から $\nu_m=1.5$ (並列形) に対して $\alpha=1.0$ とればよい。これに対する他の評価値は、 $\nu_r=0.3$ (並列形), 0.5 (待機形), 0.8 (機械形), $\nu_c=0.9$ (並列形), 0.8 (待機形), 0.7 (機械形) などである。いいかえると、診断能力 $\alpha=1.0$ のMPMでは普通程度の定期保全SPMと同程度の労力によって、信頼度改善率は $(0.15 \sim 0.23) \rightarrow (0.3, 0.5, 0.8)$, 保全コスト比は $(0.93 \sim 0.98) \rightarrow (0.90, 0.80, 0.70)$ というようにかなりの改善効果がえられることになる。

このときの診断成功確率は、(38)式によって

$$p_1 = 0.5 \quad (50)$$

である。 $\alpha=1$ すなわち、 $T_M = T_E$ は、 T_E の実際値が数時間以下ということは少ないことから、 T_M を数時間以下に選ぶことによって実現できない数字ではなく、機械化の手段によって $\alpha=10$ あるいはそれ以上にすることは容易である。

このような観察から、MPMでは診断能力を上げることによって信頼度が比例的に改善される割合には労力とかコストはたいして増加しないこと、それに対しSPMでは交換間隔の短縮による信頼度改善効果をMPMと同程度にしようとする ($\beta < 0.5$)、労力、コストの急激な上昇があることなどがわかる。すなわち、傾向として見てもMPMによる信頼性改善効果は直接的であり、労力、コストの増加の代償は少なくともすむことがいえる。

7. 結 論

以上、モニタード・メンテナンスの本質的性格を検討し、船舶システムへの適用を強化推進しようとする一般のう勢は、実際的にも理論的にも合理的な根拠をもつものであることを論示した。

本研究では、数式モデルによる定量的検討を容易にするため、モニタード・メンテナンスを、比較的純粋な形の統計情報による予防保全と対立させた。船舶推進系の実際は、この両者がそれぞれ不完全な形で混在し実施されているものと思われる。モニタード・メンテナンスを強化するためには、現在でもよくわかっていないことの多い保全現場の実態に関する詳細な調査が必要である。調

査上の指針として本文が寄与するところがあれば幸いである。

終わりに本研究の動機として本学会自動化研究委員会諸氏の熱心な討論と、東京商船大学堀籠助教授のご助言があったことを付記し謝意を表する。

文 献

- 1) M. Zelen (Edit.), 6 authors, "Statistical Theory of Reliability", Univ. of Wisconsin Press, (1963)
- 2) R.E. Barlow & F. Proschan, "Mathematical Theory of Reliability", John-Wiley & Sons, (1965), および Arrow, Karlin & Scarf, "Studies in Applied Probability and Management Science", Stanford Univ. Press, Chapt. 4, (by Barlow & Proschan), Chapt. 12 (by Rander & Jorgensen), (1962)
- 3) R.A. Kirkman, "Mission Reliability as a Function of Automatic Checkout", IEEE Trans. on Aerospace, Vol. AE-2, pp. 22-29 (Feb. 1964)
- 4) R.A. Kirkman, "Failure Prediction in Electronic Systems", IEEE Trans. on Aerospace & Electronic Syst., Vol. AES-2, (6), pp. 700-707 (Nov. 1966)
- 5) S.E. LaMacchia, "Diagnosis in Automatic Checkout", IRE Trans. on Military Electronics, pp. 302-309 (Jul. 1962)
- 6) W.W. Chu, "A Mathematical Model for Diagnosing System Failures", IEEE Trans. on Electronic Computers, Vol. EC-16, (3), pp. 327-331, (Jun. 1967)
- 7) D.H. Jirauch, "Software Design Techniques for Automatic Checkout", IEEE Trans. on Aerospace & Electronic Syst., Vol. AES-3 (6) pp. 934-940, (Nov. 1967)
- 8) R.W. Milkie, "Checkout: A Changing Technology", ditto., pp. 952-965
- 9) G.L. Steckman, "An Automated Ship Maintenance System", Naval Engg. Jour. Vol. 85, (2), pp. 23-32, (Apr. 1973)
- 10) F. Monceaux, "Computer Use for Monitoring and Maintenance Improvement of Ship Propulsive Plants: Special Case of the Diesel Engine Propulsion", Bull. Tech. d. BV-Special English Issue pp. 42-48 (Jun. 1974): Panel Discussions Issue ISME TOKYO '73, pp-B33-45, (Nov. 1973)
- 11) ASSC '72 Record, "Automated Support Systems for Advanced Maintainability", (24 Papers), IEEE Publication 72 CHO 699-9 AES
- 12) H. Brockman, "Automatic Checkout and Monitoring in the AN TPQ-27 Radar System", IEEE Trans. on Aero. & Electronic Syst. Vol. AES-9, (2), pp. 219-224 (Mar. 1973)
- 13) 吉田 ; "航空機装備品の信頼性整備", 第4回日科技連信頼性保全性シンポジウム報文集(1974)
- 14) "信号保安設備のモニタード・メンテナンスの研究報告書", 信号保安協会(1975)
- 15) Y. Tomita, "Application of Dedicated Computer Control System to Diesel Propelling Plant", Panel Discussions Issue, ISME Tokyo 73, Session B, (Nov. 1973)
- 16) 川崎 ; "モニタード・メンテナンスについて", 船用機関学会第18回講演会前刷(1975)
- 17) 川崎, 堀籠 ; "船用機械故障解析例と修理モデルの検討", 電通学会信頼性研究会資料, R-74-7 (1974)
- 18) L. A. Urban, "Parameter Selection for Multiple Fault Diagnostics of Gas Turbine Engines", Trans. of ASME, Jour. of Engg. for Power, Vol. 97, Ser. A, (2), pp. 225-300 (Apr. 1975)
- 19) 多田 ; "探索理論", 日科技連 (Aug. 1973)

付録1：(25)式の誘導

$\bar{G}(t)$ は新品が $t=0$ からスタートして t 時までには保全が行なわれない確率である。いま補助的に $\bar{G}_1(t)$ を欠陥が発生した時点 $t=0$ として t 時までには保全が行なわれない確率とする。この期間は診断が進行しているから $\bar{G}_1(t)$ は、 t 時までには故障交換が起こらず同時に診断が完了しない同時確率： $\bar{F}_M(t) : \bar{F}_E(t)$ と、診断が完了しないうちに t 時以内の x 時点で故障が起こり、新品に交換され残る $(t-x)$ 時間予防交換が行なわれない確率の和である。一方、 $\bar{G}(t)$ は t 時までには欠陥が起こらない確率と、欠陥が t 時以内の x 時点で発生し、残る $(t-x)$ 時間予防保全が行なわれない確率の和である。よって次式、

$$\bar{G}_1(t) = \bar{F}_M(t) \cdot \bar{F}_E(t) + \int_0^t \bar{G}(t-x) \cdot \bar{F}_M(x) \cdot F'_E(x) \cdot dx \quad (1)$$

$$\bar{G}(t) = \bar{F}_D(t) + \int_0^t \bar{G}_1(t-x) \cdot F'_D(x) \cdot dx \quad (2)$$

が成立する。ここで新たに $\bar{F}_M(t) \cdot F'_E(t) = \Psi(t)$ とおいてラプラス変換して $\bar{G}^*(s)$ について解くと

$$\bar{G}^*(s) = \frac{\bar{F}_D^*(s) + (1-s) \cdot \bar{F}_D^*(s) \Phi^*(s)}{1 - (1-s) \cdot \bar{F}_D^*(s) \Psi^*(s)} \quad (3)$$

本文(23)式によって $\Psi^*(0) = 1 - p_1$ なることが出せる

から

$$T_{\bar{G}} = \frac{T_D + T_H}{p_1} \quad \text{本文(25)式}$$

付録2：検出確率と診断成功確率を共に考慮した場合の数式を結果だけ示す。

$$T_{\bar{G}} = \frac{T_D + p_0 T_H + (1-p_0) T_E}{1 - p_0 p_1} \quad (1)$$

$$T_{\bar{G}} = \frac{T_D + p_0 T_H + (1-p_0) T_E}{p_0 p_1} \quad (2)$$

付録3：SPMモデルの評価式の誘導

原始モデルに間隔 T の定期交換を行なうとシステムのMTBF： T_R はおよび予防交換平均間隔はそれぞれ

$$T_R = \frac{\int_0^T \bar{F}(t) dt}{F(T)}, \quad T_Q = \frac{\int_0^T \bar{F}(t) dt}{\bar{F}(T)} \quad (1)$$

長期間の単位時間当たり交換回数 m_R, m_Q は T_R, T_Q の逆数として求められる。また、 $m = m_R + m_Q$ である。上の(3)式の $\bar{F}(t)$ には本文(29), (30)式を用い $T/T_0 = \beta$ をパラメータとして表わす。

評価式は6.2節の定義と同じようにして計算する。その結果は表3に記入してある。同表中 C_R, C_Q は $C_{\bar{G}}$ と $C_{\bar{G}}$ と同じ意味で、故障、予防交換コスト単価である。