ディーゼル機関のねじり振動減衰特性に関する研究

(第1報；機関減衰比の整理法について)*

岩本 昭一**・若林 克彦***・夢川 安典****

A Study for the Characteristics of Torsional Vibration Damping
in Diesel Engines
(The First Report: An Investigation for Engine Damping)

By Shoichi Iwamoto, Katsuhiko Wakabayashi, Yasunori Mukawa

The torsional vibration damping of diesel engines is assumed to consist of viscous friction damping and hysteresis damping. Their damping ratios are divided into two kinds of non-dimensional functions, respectively; that is $\phi_1(c_r, D)$, $\phi_1(d_c, D)$ composed mainly of engine size, and $\phi_2(n, p)$, $\phi_2(n, p)$ composed of natural frequency and number of equivalent masses. The characteristics of engine damping have been discussed in this paper by investigating the tendency of these non-dimensional functions. The obtained results are as follows:

1) The torsional vibration damping of an engine ζ_e can be expressed by the following equation,

$$\zeta_e = \zeta_r + \zeta_h = \phi_1(c_r, D) \cdot \phi_2(n, p) + \phi_1(d_c, D) \cdot \phi_2(n, p)$$

where, $\zeta_r = \phi_1(c_r, D) \cdot \phi_2(n, p)$; damping ratio due to viscous friction damping, $\zeta_h = \phi_1(d_c, D) \cdot \phi_2(n, p)$; damping ratio due to hysteresis damping, c_r = viscous damping coefficient for one cylinder, d_c = mean diameter of crankshaft, D = cylinder bore, n = number of equivalent masses, p = frequency ratio.

2) It is difficult to estimate accurately the value of the non-dimensional equivalent damping function $\phi_1(c_r, D)$, because any equation cannot calculate the value of c_r with high precision. The value of $\phi_2(n, p)$ is greatly dependent on natural frequency.

3) As the formulae of Lewis has been adopted to estimate the hysteresis damping energy, the damping ratio due to hysteresis damping ζ_h is proportional to $\theta_{10}^{0.3}$ (where, θ_{10} ; angular displacement). The value of $\phi_1(d_c, D)$ varies from 5×10^{-3} to 10×10^{-3} , independent of engine size. The value of $\phi_2(n, p)$ for all torsional vibration is less than unity. Then, ζ_h has values of the order of 10^{-3} .

1. ま え が き

ディーゼル機関の軸系ねじり振動の減衰特性に関する研究は、古くより多くの実験研究が行われてきたが、減衰機構を支配する因子が多く、またその内容がかなり複雑であるため、軸系の減衰値を推定する確実にして普遍的方法は、いまだ確立されていない。機関と被駆動軸

とを結ぶ一連の軸系ねじり振動による振幅の計算においては、例えば船舶推進機関ではプロペラ減衰、車輛用機関では減速機などを通して車輪までつながっている一連の軸系に働く減衰が作用するので、個々の軸系について、それぞれの減衰値を考慮しなければならない。

一方、機関側のみ(機関単独の系)について、軸系に働く減衰(以下これを機関減衰と呼ぶ)を考えてみると、ピストン及びクランク軸などの主運動部分における摩擦抵抗による摩擦減衰と、ねじり振動の付加応力にもとづく軸のヒステリシス損失によるヒステリシス減衰とに大別される。そして、これまで行われてきた研究は、機関減衰を粘性減衰と仮定して追求している研究と、ヒステリ

* 原稿受付 昭和58年8月25日

月例講演会(昭和58年9月2日)

** 正会員 埼玉大学工学部(浦和市下大久保255)

*** 正会員 国士館大学工学部(東京都世田谷区世田谷4-28-1)

**** 学生会員 埼玉大学大学院(浦和市下大久保255)

シス減衰と仮定して追求している研究とに分類できる。前者に属する研究としては、Shannon¹⁾、Bradbury²⁾及びB.I.C.E.R.A.³⁾などの報告があり、後者については、Rowett⁴⁾、Lewis⁵⁾、Dorey⁶⁾、Draminsky⁷⁾、Ker Wilson⁸⁾及び松井⁹⁾などの報告がある。これらの報告を総括すると、大形機関ではヒステリシス減衰が、そして、小形高速機関では摩擦減衰が支配的である、といわれている。しかしながら、Maciotta¹⁰⁾はシリンダ径 $\phi 220 \sim 900$ mmの機関17種、延べ101台にも及ぶ軸系のねじり振動計測を行い、これまでに発表された各種の実験式を評価した結果、機関減衰を推定できる一般的な方法は、今日存在していない、と結論している。

本研究では、機関減衰は粘性摩擦減衰とヒステリシス減衰とで成り立っているものと考え、系のエネルギー平衡式より機関減衰比を定義しての減衰比が機関の主要寸法や振動数と、どのような関係にあるかを考究する。

[主な記号]

I = 慣性モーメント $\text{kgf} \cdot \text{cm} \cdot \text{s}^2$ [$\text{kg} \cdot \text{m}^2$]

l = 軸の実際の長さ cm

L = 軸の等価長さ cm

d = 軸径 cm

x = クランク軸に沿ったある点の位置 cm

M = 軸部に働く慣性トルク $\text{kgf} \cdot \text{cm}$ [$\text{N} \cdot \text{m}$]

τ = ねじり応力 kgf/cm^2 [N/m^2]

J_P = 軸の極断面2次モーメント cm^4

G = 軸材の横弾性係数 kgf/cm^2 [N/m^2]

n = 質量数

ν = 質量番号

θ = 角変位 rad , deg

a = 角変位の比振幅

$\sum(a_\nu^2)$ = 減衰が働く位置の比振幅の2乗の代数和

T_m = m 次の起振トルクハーモニック $\text{kgf} \cdot \text{cm}$ [$\text{N} \cdot \text{m}$]

$|\sum \vec{a}_\nu|$ = 位相ベクトル和

ω = 角振動数 rad/s

$\omega_n' = \sqrt{G J_P / (I_E L_E)}$ rad/s

I_E = はずみ車を除く機関系質量の総和

$\text{kgf} \cdot \text{cm} \cdot \text{s}^2$ [$\text{kg} \cdot \text{m}^2$]

I_F = はずみ車質量 $\text{kgf} \cdot \text{cm} \cdot \text{s}^2$ [$\text{kg} \cdot \text{m}^2$]

$R = I_F / I_E$; 質量比

L_E = クランク軸の全等価長さ cm

$p = \omega / \omega_n'$; 振動数比

C_E = 等価機関減衰係数

$\text{kgf} \cdot \text{cm} \cdot \text{s} / \text{rad}$ [$\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} / \text{rad}$]

c_r = 1 シリンダ当りの等価減衰係数

$\text{kgf} \cdot \text{cm} \cdot \text{s} / \text{rad}$ [$\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} / \text{rad}$]

w_h = 機関前端の規準振幅当り軸のヒステリシスエネルギー $\text{kgf} \cdot \text{cm}$ [$\text{N} \cdot \text{m}$]

$\sum(I_\nu a_\nu^2)$ = 系の有効慣性モーメント

$\text{kgf} \cdot \text{cm} \cdot \text{s}^2$ [$\text{kg} \cdot \text{m}^2$]

ζ_e = 機関減衰比

ζ_r = 摩擦損失による減衰比

ζ_h = ヒステリシス損失による減衰比

D = シリンダ径 cm

r = クランク半径 cm

k' = 機関形式によってきまる定数

その他、 A , B , C_1 , C_2 , κ , s 及び q などは定数として使用している。また、添字などを付けて使用している記号もあるが、それらは本文中でそのつど説明されている。そして、 $\phi_1(c_r, D)$, $\phi_2(n, p)$, $\phi_1(d_c, D)$ 及び $\phi_2(n, p)$ は機関の寸法あるいは質量数と振動数によってきまる無次元数である。

2. 減衰比の定義及び機関系の固有振動数と振動モード

多シリンダ機関軸系の機関前端(はずみ車と反対側)における角変位振幅 θ_{10} は、軸系全体に対する等価粘性減衰係数を導入することによって、

$$\pi T_m |\sum \vec{a}_\nu| \theta_{10} = \pi C_E \omega \theta_{10}^2 \quad (1)$$

として計算することができる。ここに、左辺は起振トルクによってなされる仕事、そして、右辺は軸系の減衰仕事である。ここで、機関減衰は摩擦損失による粘性減衰と、軸の付加応力によって生ずるヒステリシス損失によるヒステリシス減衰とであると考え、軸のねじりに対するヒステリシス損失に関する実験は、Rowett⁴⁾、Dorey⁶⁾及びDraminsky⁷⁾等によって行われており、Lewis⁵⁾はRowettの実験結果より、ヒステリシス損失を求める式を誘導している。これが現在でも一般に軸系のヒステリシス損失を求める手法として使われており、長年の豊富な実測資料の裏付けによって、信頼された計算手法の一つとして確立されているので、これに従うことにする。そして、摩擦減衰は各シリンダ質量位置に作用するものとするれば、つぎの式をうる。

$$\pi C_E \omega \theta_{10}^2 = \pi \omega c_r \sum (a_\nu^2) \theta_{10}^2 + \sum w_h \theta_{10}^{2.3} \quad (2)$$

式(2)を無次元化させるために、両辺を $2\omega \sum (I_\nu a_\nu^2)$ で割って、つぎの量を

$$\left. \begin{aligned} \zeta_e &= \frac{C_E}{2\omega \sum (I_\nu a_\nu^2)} ; \text{機関減衰比} \\ \zeta_r &= \frac{c_r \sum (a_\nu^2)}{2\omega \sum (I_\nu a_\nu^2)} ; \text{摩擦損失による減衰比} \\ \zeta_h &= \frac{\sum w_h}{2\pi \omega^2 \sum (I_\nu a_\nu^2)} \theta_{10}^{0.3} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

; ヒステリシス損失による減衰比

と定義すれば、つぎの式をうる。

$$\zeta_e = \zeta_r + \zeta_h \quad (4)$$

一般に、多シリンダ機関の軸系は各シリンダ質量が、クランク軸に等間隔に配置され、しかもはずみ車質量は各シリンダ質量よりもかなり大きい。そこで、振動のモードが変化したとき、式(3)の ζ_r 及び ζ_h が、どのように変わるかを考察するため、機関側軸系の等価系、図1(a)を(b)のように、はずみ車を除く機関側軸系の全質量が

図1 機関の等価系

クランク軸上に均一に配分された系, すなわち, 機関側軸系自身の質量を持った一本の軸におきかえた系について考えると, つぎの式をうる.

$$\partial^2 \theta / \partial t^2 = \kappa^2 (\partial^2 \theta / \partial x^2) \quad (5)$$

ここに, $\kappa^2 = L_E G J_P / I_E$ である. いま, 式(5)の定常振動解を

$$\theta(x, t) = \theta(x) (C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t)$$

と仮定し, $\theta(x)$ の一般解が

$$\theta(x) = C_3 \cos(qx + \varepsilon)$$

であると考え, $x=0$ で $G J_P [\partial \theta / \partial x] = 0$, $\theta(0) = \theta_{10}$ 及び $x=L_E$ で $G J_P [\partial \theta / \partial x] = -I_F [\partial^2 \theta / \partial t^2]$ の条件より, $\varepsilon=0$, $q=\omega/\kappa$ となるので, 振動数方程式及び機関前端的規準振幅 $\theta_{10}=1.0$ に対する比振幅は, それぞれ,

$$\tan p = -R p \quad (6)$$

$$a(x) = \cos(x p / L_E) \quad (7)$$

となる. ここに,

$$p = \omega / \omega_n' \quad (8)$$

であって, ω_n' は I_E が等価長さ L_E の軸で結ばれた1自由度系の固有角振動数である. そこで, 式(6)を p について解けば, 1, 2, 3 ... 節の固有振動数が求められ, 式(7)よりそのモードが決る.

また, 多自由度系のねじり振動特性を論ずる場合, これと等価な1自由度系におきかえる. この1自由度系の相当質量が $\sum (I_\nu a_\nu^2)$ である. したがって, 機関系の相当質量(系の有効質量)は, つぎのようになる.

$$\begin{aligned} \sum (I_\nu a_\nu^2) &= \frac{I_E}{L_E} \int_0^{L_E} \cos^2 \left(\frac{p}{L_E} x \right) dx + I_F \cos^2 p \\ &= \frac{I_E}{2} \left(1 + \frac{1}{2p} \sin 2p + 2R \cos^2 p \right) \quad (9) \end{aligned}$$

そこで, これらの関係を使って, 式(3)及び(4)で定義した ζ_r , ζ_h 及び ζ_e について考察する.

3. 摩擦損失による減衰比

式(3)の ζ_r において, ν 番目質量における比振幅 a_ν は式(7)より, $a_\nu = \cos \{(\nu-1)p/n\}$ となる. ここで, $\nu=1$ は補機類駆動用プーリあるいはダンパ取付位置となるので, 一般的に

$$\sum (a_\nu^2) = \sum_{\nu=2}^n \cos^2 \{(\nu-1)p/n\} \quad (10)$$

となる. また, 式(7)と(9)とより

$$2\omega \sum (I_\nu a_\nu^2) = \sqrt{\frac{I_E G J_P}{L_E}} (p + \sin p \cos p + 2R p \cos^2 p)$$

をうるので, これより減衰比 ζ_r は, つぎのようになる.

$$\zeta_r = \sqrt{\frac{L_E}{I_E G J_P}} c_r \frac{\sum (a_\nu^2)}{(p + \sin p \cos p + 2R p \cos^2 p)}$$

ここで, クランク軸の全等価長さ L_E は, クランク軸1スローの n 倍と考え, そして, $I_E = I_F / R$ とおき, 軸材は普通のクランク軸材とし, 横弾性係数 $G = 8.3 \times 10^8 \text{ kgf/cm}^2$ ととって整理すると,

$$\zeta_r = 3.5 \times 10^{-3} c_r \sqrt{\frac{l_c}{I_F d_c^4}} \frac{\sqrt{nR} \sum_{\nu=2}^n \cos^2 \left(\frac{\nu-1}{n} p \right)}{(p + \sin p \cos p + 2R p \cos^2 p)} \quad (11)$$

をうる. ここに, d_c はクランク軸の等価平均軸径, l_c はシリンダ中心間距離, である.

一方, 1シリンダ当りの等価長さ L_c は, 規準ねじりこわさ $G J_P = 10^{10} \text{ kgf} \cdot \text{cm}^2$ (換算軸径 $d_e = 18.7 \text{ cm}$) としたとき,

$$L_c = k's \times 10^6 / D^3 \quad (12)$$

で与えられる¹¹⁾. また, $L_c = (18.7/d_c)^4 \cdot l_c$ であるので, これと式(12)との関係より, l_c/d_c^4 をシリンダ径 D で表示すると,

$$3.5 \times 10^{-3} c_r \sqrt{\frac{l_c}{I_F d_c^4}} = c_r \sqrt{\frac{k's}{I_F D^3}} \times 10^{-2}$$

となる. ここに, $s = 2r/D$ である. そこで,

$$\left. \begin{aligned} \phi_1(c_r, D) &= c_r \sqrt{\frac{k's}{I_F D^3}} \times 10^{-2} \\ \phi_2(n, p) &= \frac{\sqrt{nR} \sum_{\nu=2}^n \cos^2 \left(\frac{\nu-1}{n} p \right)}{(p + \sin p \cos p + 2R p \cos^2 p)} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

とおけば, 減衰比 ζ_r は

$$\zeta_r = \phi_1(c_r, D) \cdot \phi_2(n, p) \quad (14)$$

となって, $\phi_1(c_r, D)$ は1シリンダ当りの等価減衰係数と機関の寸法によってきまる無次元数となるので, これを1シリンダ当りの無次元等価減衰係数と呼ぶことにする. そして, $\phi_2(n, p)$ は質量数と振動数比によってきまる無次元数となる.

4. ヒステリシス損失による減衰比

ヒステリシス損失エネルギーは, 振動付加応力の2.3乗に比例するという Rowett⁴⁾ の実験結果にもとづく Lewis⁵⁾

の方法によれば、直径 d 、長さ l なる丸棒に対して、振動1サイクル当りのヒステリシス損失 w_h は、

$$w_h = (\pi/2) \times 10^{-9} \tau_{\max}^{2.3} l d^2$$

で与えられる。ここに、 $\tau_{\max}$ =最大ねじり応力、である。いま、機関前端的規準振幅に対する各軸部のねじり応力を τ_0 とすれば、クランク軸全体については、つぎのようになる。

$$\sum w_h = (\pi/2) \times 10^{-9} \sum \tau_0^{2.3} l_c d_c^2$$

また、ねじり応力 τ_0 は、 $\tau_0 = M/(\pi d_c^3/16) = 5.093 M/d_c^3$ であるので、上式は

$$\sum w_h = 66.4 \times 10^{-9} d_c^{-4.9} l_c \sum_{\nu=1}^n M_{\nu}^{2.3} \quad (15)$$

となる。ここに、 M_{ν} は ν 番目位置における慣性トルクであって、 $M(x)$ は式(7)を使って、

$$M(x) = \frac{\omega^2 I_E}{L_E} \int a(x) dx = \frac{\omega^2 I_E}{L_E} \int \cos\left(\frac{p}{L_E} x\right) dx$$

と表示できるので、それぞれの軸部のトルクは、図1を参照して、

$$M_1 = \frac{\omega^2 I_E}{L_E} \int_0^{x_1} a(x) dx$$

$$M_2 = \frac{\omega^2 I_E}{L_E} \left\{ \int_0^{x_1} a(x) dx + \int_{x_1}^{x_2} a(x) dx \right\} \\ = \frac{\omega^2 I_E}{L_E} \int_0^{x_2} a(x) dx$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

$$M_n = \frac{\omega^2 I_E}{L_E} \left\{ \int_0^{x_1} a(x) dx + \int_{x_1}^{x_2} a(x) dx + \dots \dots \right. \\ \left. + \int_{x_{n-1}}^{x_n} a(x) dx \right\} = \frac{\omega^2 I_E}{L_E} \int_0^{x_n} a(x) dx$$

となる。したがって、機関前端的規準振幅に対するクランク軸の全ヒステリシス損失は、

$$\sum w_h = 66.4 \times 10^{-9} d_c^{-4.9} l_c \sum_{\nu=1}^n \left\{ \frac{\omega^2 I_E}{L_E} \int_0^{x_{\nu}} \cos\left(\frac{p}{L_E} x\right) dx \right\}^{2.3} \\ = 66.4 \times 10^{-9} d_c^{-4.9} l_c \left(\frac{p}{L_E} G J_P \right)^{2.3} \sum_{\nu=1}^n \sin^{2.3}\left(\frac{\nu}{n} p\right) \quad (16)$$

となる。ここでまた、 $L_E = n L_c$ 、 $I_E = I_F/R$ そして $G J_P = 10^{10}$ とおき、式(7)および(9)の関係を使って整理すれば、減衰比 ζ_h はつぎのようになる。

$$\zeta_h = 5.15 \times 10^{-2} \left(\frac{d_c}{l_c} \right)^{0.3} \frac{\left(\frac{p}{n} \right)^{1.3} \sum_{\nu=1}^n \sin^{2.3}\left(\frac{\nu}{n} p\right)}{(p + \sin p \cos p) + 2 R p \cos^2 p} \theta_{10}^{0.3} \quad (17)$$

さらに、 l_c をシリンダ径 D で書き換えると、

$$5.15 \times 10^{-2} \left(\frac{d_c}{l_c} \right)^{0.3} = 2.74 \times 10^{-2} \left(\frac{1}{k's} \right)^{0.3} \left(\frac{D}{d_c} \right)^{0.9}$$

となるので、

$$\phi_1(d_c, D) = 2.74 \times 10^{-2} \left(\frac{1}{k's} \right)^{0.3} \left(\frac{D}{d_c} \right)^{0.9} \theta_{10}^{0.3} \quad \left. \right\}$$

$$\phi_2(n, p) = \frac{\left(\frac{p}{n} \right)^{1.3} \sum_{\nu=1}^n \sin^{2.3}\left(\frac{\nu}{n} p\right)}{(p + \sin p \cos p) + 2 R p \cos^2 p} \quad \left. \right\} \quad (18)$$

とおけば、減衰比 ζ_h は、

$$\zeta_h = \phi_1(d_c, D) \cdot \phi_2(n, p) \quad (19)$$

となつて、 $\phi_1(d_c, D)$ は機関寸法と角変位振幅によってきまる無次元数、 $\phi_2(n, p)$ は質量数と振動数比によってきまる無次元数となる。そして、これよりヒステリシス損失は付加応力の2.3乗に比例する、という実験結果に従うものとすれば、減衰比 ζ_h は角変位振幅 θ_{10} の0.3乗に比例する、ということがわかる。

5. 機関減衰比

前述の結果より、系全体については、

$$\zeta_e = \zeta_r + \zeta_h = \phi_1(c_r, D) \cdot \phi_2(n, p) \\ + \phi_1(d_c, D) \cdot \phi_2(n, p) \quad (20)$$

となる。ここで、振動数比 p の変化によって、 $\phi_2(n, p)$ 及び $\phi_2(n, p)$ がどのように変わるかを調べるため、質量数 $n=6, 8$ 及び10について、 R をパラメータとして、 p に対する $\phi_2(n, p)$ 及び $\phi_2(n, p)$ を求め、これを図示すると、それぞれ図2~7のようになる。これらの図をみると、 $\phi_2(n, p)$ 及び $\phi_2(n, p)$ のいずれも系の固有振動数付近、すなわち、 p が $\pi/2$ 、 $3\pi/2$ 及び $5\pi/2$ の付近で極大となっている。そして、質量数 n に応じて、 $\phi_2(n, p)$ は高次の振動になるほど極大値は小さくなるが、 $\phi_2(n, p)$ は逆に大きくなっていく傾向にあるのがみられる。これは高次の振動ほど各軸部に働く慣性トルクが大きくなるので、当然のことと思われるが、 $\phi_2(n, p)$ の値は $\phi_2(n, p)$ の値と比較して、非常に小さいことがわかる。

図2 振動数比 p に対する $\phi_2(n, p)$ の値 (質量数 $n=6$)

図3 振動数比 p に対する $\phi_2(n, p)$ の値 (質量数 $n=8$)

図4 振動数比 p に対する $\phi_2(n, p)$ の値
(質量数 $n=10$)

図5 振動数比 p に対する $\psi_2(n, p)$ の値
(質量数 $n=6$)

図6 振動数比 p に対する $\psi_2(n, p)$ の値
(質量数 $n=8$)

図7 振動数比 p に対する $\psi_2(n, p)$ の値
(質量数 $n=10$)

いま, $\tan p = -pR$ を満足させる p の値を p_n とし,
 $\phi_2(n, p)$ 及び $\psi_2(n, p)$ を書きかえれば

$$\left. \begin{aligned} \phi_2(n, p_n) &= \frac{\sqrt{nR}(1+R^2 p_n^2)}{p_n(1+R+R^2 p_n^2)} \sum_{\nu=2}^n \cos^2\left(\frac{\nu-1}{n} p_n\right) \\ \phi_2(n, p_n) &= \left(\frac{p_n}{n}\right)^{1/3} \frac{(1+R^2 p_n^2)}{p_n(1+R+R^2 p_n^2)} \sum_{\nu=1}^n \sin^{2/3}\left(\frac{\nu}{n} p_n\right) \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

となる。ここで,

$$\left. \begin{aligned} \phi_R &= \frac{\sqrt{nR}(1+R^2 p_n^2)}{p_n(1+R+R^2 p_n^2)}, \quad \phi_p = \sum_{\nu=2}^n \cos^2\left(\frac{\nu-1}{n} p_n\right) \\ \phi_R &= \left(\frac{p_n}{n}\right)^{1/3} \frac{(1+R^2 p_n^2)}{p_n(1+R+R^2 p_n^2)}, \quad \phi_p = \sum_{\nu=1}^n \sin^{2/3}\left(\frac{\nu}{n} p_n\right) \end{aligned} \right\}$$

とおくと,

$$\left. \begin{aligned} R \rightarrow 0; \quad \phi_{20}(n, p_n) &\rightarrow 0 \\ R \rightarrow \infty; \quad \phi_{2\infty}(n, p_n) &\rightarrow \infty \\ R \rightarrow 0; \quad \psi_{20}(n, p_n) &\rightarrow (1/n)^{1/3} p_n^{0.8} \phi_{p0} \\ R \rightarrow \infty; \quad \psi_{2\infty}(n, p_n) &\rightarrow (1/n)^{1/3} p_n^{0.8} \phi_{p\infty} \end{aligned} \right\}$$

となる。ここで、通常問題になると思われる p_n の領域に対して、 ϕ_p 及び ϕ_R を図示すると、それぞれ図8及び9のようになる。これを見ると、 ϕ_p の値は質量数 n の増加とともに小さくなるが、 ϕ_R の値は逆に大きくなり、そのいずれの値もひと様となっている。これより、質量比 R の変化に対する $\phi_2(n, p_n) = \phi_R \cdot \phi_p$ の変化は、 $\phi_2(n, p_n) = \phi_R \cdot \phi_p$ のそれよりも大きく、そして、 $\phi_2(n, p_n)$ は R の影響をあまり大きく受けない、ということがわかる。

図8 振動数比 p_n に対する $\phi_p = \sum_{\nu=2}^n \cos^2\left(\frac{\nu-1}{n} p_n\right)$ の値

図9 振動数比 p_n に対する $\phi_R = \sum_{\nu=1}^n \sin^{2/3}\left(\frac{\nu}{n} p_n\right)$ の値

一方、 k' 及び s の値については、

$$\left. \begin{aligned} k' &= 0.8 \\ s &= 1.2 \end{aligned} \right\}; \quad D < 20 \text{ cm の直列及び V 形機関}$$

$$\left. \begin{array}{l} k'=0.69 \\ s=1.5 \end{array} \right\}; D>20 \text{ cmの直列機関}$$

$$\left. \begin{array}{l} k'=0.45 \\ s=1.5 \end{array} \right\}; D>20 \text{ cmのV形機関}$$

と与えられているので¹¹⁾、それぞれの機関形式に対して、 $\{1/(k's)\}^{0.8}$ を求めると、ほぼ1.0前後の値が得られる。そこで、

$$\phi_1(d_c, D) = 2.74 \times 10^{-2} \left(\frac{D}{d_c}\right)^{0.8} \theta_{10}^{0.8} \quad (22)$$

とおき、 D/d_c をパラメータとしてこれを図示すると、図10のようになる。

図10 角変位振幅 θ_{10} に対する $\phi_1(d_c, D)$ の値

実機におけるクランク軸の等価平均軸径は、機関の大小に関係なく、ほぼシリンダ径の60~80% ($D/d_c = 1.2 \sim 1.6$)程度となっているので¹¹⁾、角変位振幅 θ_{10} が仮りに0.1~1.0 degの領域にあったとしても、 $\phi_1(d_c, D)$ の値は $(5 \sim 10) \times 10^{-3}$ 程度となる。そして、図5~7より、 $\phi_2(n, p)$ はいずれの振動(1節, 2節…振動)に対しても、 $\phi_2(n, p) < 1.0$ となっているので、減衰比 $\zeta_h = \phi_1(d_c, D) \cdot \phi_2(n, p)$ は機関の寸法及び振動数比には関係なく、ほぼ 10^{-3} のオーダーであるということがわかる。

また、 ζ_r について、 $\phi_2(n, p)$ は $\phi_2(n, p)$ と比較して非常に大きい値であるが、 $\phi_1(c_r, D)$ の値如何によっては、必ずしも $\zeta_r > \zeta_h$ とはいえない。そして、 $\phi_1(c_r, D)$ の値を推定するためには、1シリンダ当りの等価減衰係数 c_r の値を求めなければならないが、 c_r を精度よく推定する計算式は存在しない。したがって、 c_r の推定は類似の機関における実測値などによらなければならない。

6. ま と め

上述のように、機関減衰を粘性摩擦減衰とヒステリシス減衰とで成り立っているものと考え、系のエネルギー平衡式より機関減衰比 ζ_e を機関の寸法によってきまる無次元数 $\phi_1(c_r, D)$ 及び $\phi_1(d_c, D)$ と、質量数と振動数比によってきまる無次元数 $\phi_2(n, p)$ 及び $\phi_2(n, p)$ とを誘導し、これらについて検討した。その結果を要約すれば、

つぎのとおりである。

1. 無次元数 $\phi_2(n, p)$ 及び $\phi_2(n, p)$ は系の共振状態の付近で極大となり、高次の振動になるほど、 $\phi_2(n, p)$ の極大値は小さくなるが、 $\phi_2(n, p)$ の極大値は大きくなる傾向にある。しかし、 $\phi_2(n, p)$ は $\phi_2(n, p)$ と比較して非常に大きく、基本振動モード(1節振動)においては、 $\phi_2(n, p)$ は $\phi_2(n, p)$ に対して、ひと桁オーダが高い。
2. 減衰比 ζ_h は角変位振幅 θ_{10} の0.3乗に比例し、式(18)で定義される無次元数 $\phi_1(d_c, D)$ は、機関の寸法に関係なく $(5 \sim 10) \times 10^{-3}$ 程度の値となる。そして、 $\phi_2(n, p)$ はいずれの振動モード(1節, 2節…振動)に対しても、 $\phi_2(n, p) < 1.0$ であるので、減衰比 ζ_h は機関の寸法及び振動数比に関係なく、 10^{-3} のオーダーである。
3. 減衰比 ζ_r は、無次元等価減衰係数 $\phi_1(c_r, D)$ の値如何によってきまるが、 c_r を精度よく推定する計算式は存在しないので、 $\phi_1(c_r, D)$ の値をあらかじめ正確に求めることは、困難である。したがって、 ζ_r と ζ_h との比率は、 c_r を実測しなければ不明であるので、機関減衰比 ζ_e は ζ_r と ζ_h とのいずれが支配的であるかの判定は、ここでは困難である。

以上は、機関単独の系について考察を行ったが、実際に機関を動力源として使用するときは、被駆動軸側の系が機関に結合されるので、被駆動軸側の系も含めて考えなければならない。しかし、いずれの場合においても、機関単独の系における機関減衰の特性は、十分に把握しておく必要がある。なお、1シリンダ当りの等価減衰係数 c_r の実測による $\phi_1(c_r, D)$ の特性については、第2報で論じられる。

文 献

- 1) Shannon, J. F., Proc. I. Mech. E., 131 (1935), 387.
- 2) Bradbury, C. H., Oil Engine and Gasturbine, 20-235 (1953).
- 3) B.I.C.E.R.A., Handbook on Torsional Vibration (1958), Cambridge Uni. Press.
- 4) Rowett, F. E., Proc. Roy. Soc. A, 89 (1914), 528.
- 5) Lewis, F. M., Trans. Soc. Nav. Archit., 23 (1925), 109.
- 6) Dorey, S. F., Proc. I. Mech. E., 123 (1932), 479.
- 7) Dramminsky, P., Proc. I. Mech. E., 159 (1948), 416.
- 8) Ker Wilson W., Practical Solution of Torsional Vibration Problems, Vol. 2 (1963), Chapman & Hall.
- 9) 松井, 機学誌, 55-399 (昭27-4), 6.
- 10) Mociotta, R. and F. Saija Merlion, CIMAC (1965), 149.
- 11) 岩本, 日本設計製図学会関西支部講演会前刷(昭57-11), 2.