往復動内燃機関クランク軸の振動付加応力 波形のシミュレーション*

下山田 邦 夫** ・ 岩 本 昭 一**
児 玉 知 明*** ・ 若 林 克 彦***

A Numerical Simulation Method for the Vibrational Stress Waveforms
of Reciprocating Diesel Engine Crankshaft

By Kunion Shimoyamada, Shoichi Iwamoto, Tomoaki Kodama
and Katsuhiko Wakabayashi

A numerical simulation method by the transfer matrix method is proposed to compute the vibration stress waveforms of a V-type, 8 cylinder Diesel engine crankshaft in this work. This method will be able to predict the conditions of vibration stresses and be useful to design a crankshaft.

The accuracy of this numerical method is considered by comparing the results of the computation with the measured data. As a result of the comparisons with the measured data, it has been assured that the vibration stress waveforms can be computed with adequate accuracy by considering from 0.5th to 10th or 12th order per 0.5th order harmonic components of exciting forces for a 4 cycle engine.

1. はじめに

クランク軸フィレット部の動的応力測定から、ねじり振動の共振点でフィレット部に大きな曲げ応力が発生し、さらにクランク軸の長手方向に伸縮する縦振動が発生する事例が報告されている。^{1)~4)} また、大型船用エンジンクランク軸では、ねじり振動ばかりでなく、ねじり振動に連成した縦振動（縦ねじり連成振動）が常用回転数内に生じて問題になっている。⁵⁾ 自動車用高速ディーゼルエンジンは、軽量化に伴ってクランク軸およびシリンダブロックの剛性が低下したために、クランク軸系には、ねじり振動だけではなく、大きな曲げ振動も現われることが実験により明らかにされている。とくに、顕著なねじり振動に連成した曲げ振動（ねじり曲げ連成振動）が大きく生ずる場合もある。

上述のことから推測できる通り、クランク軸系には、起振トルクによるねじり振動、横変位による曲げ振動、さらに、クランク軸長手方向の伸縮による縦振動が発生する。これらの振動は、クランクスロー配列に応じて連

成する。とくに、多スローエンジンで、スロー面が同一平面上にない場合は、これらすべての振動が連成する。

^{6),7)} 一方、クランク軸系に大きな振動が発生した際に問題になるのは、主としてクランク軸系の自由端での振動変位（角変位、面ぶれ）およびクランク軸上に発生する振動付加応力の値である。とくに振動付加応力に関する理論解析は、高速ディーゼルエンジンクランク軸系を対象として、ねじり振動付加応力および曲げ振動付加応力についての報告がある。^{8)~13)} しかしながら、その報告は、主要な危険次数振動成分に関する振動付加応力現象についてである。実際のクランク軸上にはあらゆる次数振動成分が混在して発生していると考えられる。したがって、設計上必要になる振動付加応力値は全応力振幅値（peak to peak）であることえを考慮して、振動付加応力の波形計算法が必要である。

そこで、本論文では、V型8シリンダディーゼルエンジンを対象として、伝達マトリックス法を採用した振動付加応力波形のシミュレーション計算法を提示する。実際の振動付加応力波形と本シミュレーション法により、計算された波形を比較することによって、本数値計算法の妥当性を検討する。

本論文で述べる方法は、クランク軸上のあらゆる位置における振動角変位および振動付加応力の全振幅値が計算できる。ゆえに、本方法はクランク軸系全体の振動状態を把握できるので、振動を考慮したクランク軸設計の

*原稿受付 平成2年6月11日

平成2年春季学術講演（平成2年5月16日）

**正会員 埼玉大学（浦和市下大久保255）

***正会員 国士舘大学（東京都世田谷区世田谷4-28-1）

有効な手段となる。

2. 記号の定義

本章では、本論文で使用する記号の定義について述べる。

断面力と変位

M_x : ねじりモーメント	Nm
M_y, M_z : y 軸, z 軸まわりの曲げモーメント	Nm
N : x 軸方向の力	N
Q : z 軸方向のせん断力	N
V : y 軸方向のせん断力	N
u : x 軸方向の変位	m
v, w : y 軸, z 軸方向のたわみ	m
θ : クランク回転角	rad
θ_x : ねじり角	rad
θ_y, θ_z : y 軸, z 軸まわりのたわみ角	rad

マトリックスとベクトル

Z_{P1}, Z_{P2} : ピン部の伝達マトリックス
Z_{PC} : ピンフィレット部の伝達マトリックス
$Z_{AM1,i}, Z_{AM2,i}$: クランク腕部 i 番目剛体要素の伝達マトリックス
$Z_{AE1,i}, Z_{AE2,i}$: クランク腕部 i 番目弾性体要素の伝達マトリックス
Z_J : ジャーナル部の伝達マトリックス
Z_{JC} : ジャーナルフィレット部の伝達マトリックス
Z_{PU} : プーリ部の伝達マトリックス
Z_{FL} : フライホイール部の伝達マトリックス
$Z_{J,R,i}$: クランク軸右端部 i 番目軸部の伝達マトリックス
$Z_{J,L,i}$: クランク軸左端部 i 番目軸部の伝達マトリックス
Z_{PHAS1}, Z_{PHAS2} : 座標変換の伝達マトリックス
Z_{PH} : 隣接スロー間の位相変換の伝達マトリックス

Z_F : 強制力の伝達マトリックス
$Z_{K,i}$: i 番目主軸受部の弾性支点の伝達マトリックス
Z_L : スラスト軸受部弾性支点の伝達マトリックス
Z_i : i 番目クランクスローの伝達マトリックス
Z : クランク軸全体の伝達マトリックス
Z_{ED} : 動力計部の伝達マトリックス
$Z_{EDJ,L,i}$: 動力計の左側 i 番目軸部の伝達マトリックス
Z_{EDK} : 動力計軸受部の伝達マトリックス
Z_{EDR} : 動力計ロータ部の伝達マトリックス
$Z_{EDJ,R,i}$: 動力計の右側 i 番目軸部の伝達マトリックス
Z_{AIS} : 中間軸部全体の伝達マトリックス
Z_{PL} : プレート部の伝達マトリックス
Z_E : エンジン部の伝達マトリックス
q : 状態量ベクトル
$q_{ED,R}$: 動力計部の軸計右端の状態量ベクトル
$q_{PU,L}$: プーリ端左端部の状態量ベクトル

3. 伝達マトリックス法による振動付加応力波形計算法

本章では、V型8シリンダエンジンに動力計を接続した軸系を対象として、伝達マトリックス法を導入した三次元振動解析法を応用した振動付加応力波形のシミュレーション法について述べる。

3.1 振動モデル、座標系および状態量ベクトルの定義 本論文で対象としたV型8シリンダエンジンの諸元を表1に示す。また、数値計算の対象とした軸系の振動モデルの概略を図1に示す。座標系は、クランク軸前端部（フライホイールと反対側）要素の回転中心線に座標原点を持つ基準座標系およびクランク形に沿って仮想分割した各要素に関する局所座標系を図2に示すような右手座標系で定義する。基準座標系と局所座標系は一定の関係を有するように定める。 i 番目クランクスローの詳細分割振動モデルを図3に示す。各々分割した要素の伝達マトリックスを誘導する際に必要な状態量ベクトル q は、断面力と変位および強制力を導入するために1という単位の項を含めて、式(1)のように定義する。

表1 供試エンジン諸元

Items		Contents
Main use		Automobile or marine engine
Cycle and engine form		4-cycle, 8-cylinder, 90-Vee
Bore and stroke	m	0.135 x 0.125
Total stroke volume	m ³	0.0143
Maximum output	kW/rpm	206 / 2500
Maximum torque	Nm/rpm	863 / 1400
Firing order		1R-1L-4R-4L-3L-2R-2L-3R

図 1 V型 8 シリンダエンジンクランク軸系全体の振動モデル(伝達マトリックス法)

図 2 基準座標系と局所座標系の関係

図 3 V型エンジン*i*番目クランクローの詳細振動モデル(伝達マトリックス法)

$$q = [u, N, \theta_x, M_x, v, \theta_z, M_z, V, w, \theta_y, M_y, Q, 1]^T \quad \dots(1)$$

(添字 T: 転置)

3.2 伝達関係式と数値計算法^{5),8)}

実際のクランク軸は、主軸受およびスラスト軸受とそれらの支持部より構成される支持機構で弾性支持されている。またクランクピン部にはガス爆発力と慣性力が外力として加わる。そこで数値計算のためのモデル化に際して、主軸受部およびスラスト軸受部には、弾性および減衰作用が存在するとして線形近似したばねとダッシュポットとで構成される等価モデルで集中させて考慮する。また、強制力もクランクピン部にせん断力の不連続量として集中的に作用させる。

つぎに、伝達マトリックス法を導入した本解析法では、クランク軸をその形状にそって仮想分割し、各々分割した形状要素の伝達マトリックスを誘導する。さらに、クランクローの位相角、各軸受および強制力の伝達マトリックスも誘導し、それらをクランク軸系に沿って左側から右側へと軸系全体に連結して、前掛けする方

法を採用する。図3に示した振動モデルより、 i 番目クラ
ンクスローの各要素の伝達マトリックスを誘導し、伝達
関連式で表すと、式(2)のように表せる。

$$\begin{aligned} Z_i &= Z_{J,i+1} \cdot Z_{JC,i+1} \cdot Z_{AM1,2i} \cdot Z_{PHAS1,2i} \\ &\cdot Z_{AE1,2i} \cdot Z_{AE2,2i} \cdot Z_{PHAS2,2i} \cdot Z_{AM2,2i} \\ &\cdot Z_{PC,i} \cdot Z_{P1,i} \cdot Z_{F,2i} \cdot Z_{P2,i} \cdot Z_{P2,i} \\ &\cdot Z_{F,2i-1} \cdot Z_{P1,i} \cdot Z_{PC,i} \cdot Z_{AM2,2i-1} \\ &\cdot Z_{PHAS2,2i-1} \cdot Z_{AE2,2i-1} \cdot Z_{AE1,2i-1} \\ &\cdot Z_{PHAS1,2i-1} \cdot Z_{AM1,2i-1} \cdot Z_{JC,i} \cdot Z_{J,i} \\ &\cdot Z_{K,i} \cdot Z_{PH,i} \end{aligned} \quad \cdots(2)$$

つぎに、図1で示したクランク軸系全体の振動モデル
より、エンジン部左端 q_{PUL} と動力計部右端 $q_{ED,R}$ を結ぶ
伝達式は、式(3)のように表せる。

$$q_{ED,R} = Z_{ED} \cdot Z_{AIS} \cdot Z_E \cdot q_{PUL} = Z \cdot q_{PUL} \quad \cdots(3)$$

ここに、

$$\begin{aligned} Z_E &= Z_{FL} \cdot Z_{J,R,2} \cdot Z_{J,R,1} \cdot Z_{K,5} \cdot Z_{PH,5} \\ &\cdot Z_4 \cdot Z_3 \cdot Z_L \cdot Z_2 \cdot Z_1 \cdot Z_{J,L,2} \\ &\cdot Z_{J,L,1} \cdot Z_{PU} \end{aligned} \quad \cdots(4)$$

$$Z_{AIS} = Z_{IS} \cdot Z_{RC} \cdot Z_{PL} \quad \cdots(5)$$

$$\begin{aligned} Z_{ED} &= Z_{EDJ,R,2} \cdot Z_{EDK,2} \cdot Z_{EDJ,R,1} \cdot Z_{ED,R} \\ &\cdot Z_{EDJ,L,2} \cdot Z_{EDK,1} \cdot Z_{EDJ,L,1} \end{aligned} \quad \cdots(6)$$

上述より、全軸系右端と左端の状態量を結ぶ伝達関連
式が求まるので、両端が自由端である条件を式(3)に与え
る。力とモーメントはすべて0であり、変位が未知数で
あるから、これらの物理量を取り出す境界マトリックス
 R_L と道の変位ベクトル A_L を導入すると、境界条件を考
慮した軸左端での状態量ベクトルは、次のように表せ
る。

$$q_{PUL} = R_L \cdot A_L$$

ゆえに、式(3)は式(7)のように表せる。

$$q_{ED,R} = Z \cdot q_{PUL} = Z \cdot R_L \cdot A_L \quad \cdots(7)$$

また軸系右端も自由端であることにより、これらの物
理量を取り出す境界マトリックス R_R を軸右端の状態量
ベクトル $q_{ED,R}$ に前掛けして、

$$0 = R_R \cdot q_{ED,R} \quad \cdots(8)$$

とすることができる。したがって式(7)と(8)より、

$$R_R \cdot Z \cdot R_L \cdot A_L = 0 \quad \cdots(9)$$

が成立する。よって、この複数連立1次方程式を解けば
軸左端の変位の未知数 A_L が求まる。さらに、軸系の任意
の位置での状態量は、軸左端の状態量 q_{PUL} にその位置ま
で伝達マトリックスを前掛けすることにより算出でき
る。この計算法では、強制力の波形を調和解析して得ら
れる次数ごとの振幅値と位相角、さらに、着火位相角な
どを考慮して各次数ごとの振動計算をする。

3.3 調和次数振動成分の合成¹⁴⁾ 2節で述べ
た数値計算法により、クランク軸上の任意の位置におけ
る各次数ごとの状態量ベクトルが計算される。したがっ
て、振動付加および各変位波形は、式(10)により合成
することができる。

$$\begin{aligned} \tau_i &= \tau_{i,0} + \sum_{k=0.5,1.0,1.5,\dots} \tau_{i,k} \sin(k\theta + \phi_{i,k}) \\ \sigma_b &= \sigma_{b,0} + \sum_{k=0.5,1.0,1.5,\dots} \sigma_{b,k} \sin(k\theta + \phi_{b,k}) \\ \theta_x &= \theta_{x,0} + \sum_{k=0.5,1.0,1.5,\dots} \theta_{x,k} \sin(k\theta + \phi_{x,k}) \end{aligned} \quad \cdots(10)$$

ここに、 $\tau_{i,k}$ 、 $\sigma_{b,k}$ および $\theta_{x,k}$ はそれぞれ k 次振動にお
けるねじり応力、曲げ応力および角変位の振幅値であ
る。 $\phi_{i,k}$ および $\phi_{b,k}$ および $\phi_{x,k}$ はそれぞれ位相角であ
る。また、 $\tau_{i,0}$ 、 $\sigma_{b,0}$ および $\theta_{x,0}$ はそれぞれ初期量であ
る。本論文で対象としているエンジンは4サイクルであ
るため、考慮する次数としては、0.5次、1.0次、1.5次、
2.0次、……である。

また、式(10)における k 次振動成分のねじり(せん
断)および曲げ応力は、式(11)よりそれぞれ計算でき
る。

$$\tau_{i,k} = M_{x,k} / Z_p, \quad \sigma_{b,k} = M_{y,k} / Z_b \quad \cdots(12)$$

ここに、 Z_p と Z_b はクランク軸上の着目位置におけるねじ
りと曲げの断面係数である。

3.4 計算フローチャート 本シミュレーショ
ン計算のプログラムは、エンジン回転数ごとに次数を変
化させ、次数ごとの状態量の振幅値と位相角を求めて合
成することにより振動付加応力と角変位を求める。本シ
ミュレーション計算のフローチャートを図4に示す。な
お図中、NTHROW はスロー数のデータ変数を意味す
る。

4. 数値計算振動付加応力波形と実測波形との 比較検討

本章では、第3章で述べたシミュレーション法により
計算されたねじり振動角変位および振動付加応力波形と
実測波形の比較検討を行う。測定されたプーリ端での角
変位波形および1番ピンから4番ピン中間位置での各種
振動付加応力波形(縦振動付加応力波形を除く)につい
て比較すべきであるが、本論文では、ねじり振動の8次
共振回転数付近と推定される1560rpmにおけるプーリ端
でのねじり振動角変位と軸系のねじり振動モードの節付
近である4番ピン中間位置での各種振動付加応力につい
て比較する。振動付加応力は、軸上で節付近が最大値を
示すことにより、本研究での比較対象の場所とした。そ
の振幅値の比較は、1サイクルの波形を対象に、隣接す
る波形の山から谷(あるいは谷から山)までの全振幅値
のうち最大値(以下、最大振幅値と呼ぶ)を比較の対象
とする。なお、数値計算結果は0.5次から0.5次ごと1
2次までの合成波形を使用する。

4.1 ねじり振動角変位波形の比較検討
プーリ端位置におけるねじり振動角変位振幅波形の実測
結果と計算結果の比較検討を行う。図5および図6はそ
れぞれ実測波形と本シミュレーション法により計算され

図4 伝達マトリックス法によるクランク軸の
振動波形計算フローチャート

図 5 プーリ端でのねじり振動角変位波形 (測定値)

図 6 プーリ端でのねじり振動角変位波形 (計算値)

た波形である。両者の波形形状は、ほぼ一致している。本論文では、8次振動共振点付近を対象にしているので、8次振動成分が支配的である波形特性が得られる。

4.2 振動付加応力波形の比較検討 4番ピン中間位置における各種振動付加応力波形について述べる。図7および図8は、それぞれねじり振動付加応力の実測波形および計算波形である。図9および図10は、それぞれ曲げ振動付加応力の実測波形および計算波形であ

る。やはり両者の波形形状は、ほぼ一致している。

なお、図9および図10に示した波形の二つのピークはシリンダ内爆発力による曲げ波形である。両者の位相は $\pi/2$ radであり、着火位相と一致する。

4.3 ねじり振動角変位と各種振動付加応力波形の最大振幅値の比較検討 図5から図10に示した測定と計算波形から、ねじり振動角変位波形、ねじりおよび曲げ振動付加応力波形の振幅値の比較検討する。

図 7 4番ピン中間位置でのねじり応力波形 (測定値)

図 9 4番ピン中間位置での曲げ応力波形 (測定値)

図 8 4番ピン中間位置でのねじり応力波形 (計算値)

図 10 4番ピン中間位置での曲げ応力波形 (計算値)

表 2 最大振幅値の比較

Items	Torsional vibration displacement rad	Torsional vibration stress MPa	Bending vibration stress MPa
Measured	7.16×10^{-3}	39.1	35.3
Computed	6.98×10^{-3}	39.5	36.3

前述した最大振幅値の定義にしたがって、それぞれ最大振幅値の比較をした結果を表2に示す。この表より計算値と実測値がほぼ一致していること、また前述した波形がほぼ一致することより、本シミュレーション計算法の妥当性が確認された。

5. 数値計算による検討および推定

第4章では、実測されたプーリ端での角変位波形と4番ピンでの各種シミュレーション付加応力波形を、12次振動成分まで考慮して構成したそれぞれの振動波形と比較して、本シミュレーション計算法の妥当性について述べた。さらに、本章では、前述したシミュレーション数値計算法により、振動波形を合成するための最大次数について検討する。

また、その計算結果をもとに、ねじりおよび曲げ振動付加応力が最大値を示すクランク軸Ⅰ節のねじり振動モードの節（node）付近（4番ピンと5番ジャーナル）でのねじり振動角変位と振動付加応力の波形特性について検討を加える。

5.1 波形合成のための最大次数について

波形を合成するための最大次数を8次、10次、12次および14次までの4種類について波形計算をして求めたねじり振動角変位と振動付加応力の最大振幅値を表3に示す。表2および表3に示した計算値と実測値の比較より、ねじり振動角変位および振動付加応力については、

10次ないし12次振動成分まで合成すれば、実用上問題ない。

ただし、曲げ振動付加応力は、表3に示したように合成される最大次数に関係なくほぼ一定である。これは8次ねじり振動共振付近でねじり振動の連成した8次曲げ振動付加応力値より、低次数の曲げ振動と爆発力による曲げ変形の影響が支配的であるためと推定される。

5.2 クランク軸Ⅰ節ねじり振動モードの節付近での波形特性 ここでは、第4章で述べた4番ピンの実測結果と計算結果をもとにして、節付近と推定される4番ピンの角変位と5番ジャーナル部を対象に角変位および振動付加応力の振動状態についての数値計算結果について述べる。

はじめに、4番ピンと5番ジャーナル部中間位置でのねじり振動角変位波形を図11と図12に示す。図5および図6に示したプーリ端での振動波形のような8次振動成分の波形特性がなくなる。本研究で対象としている振動モードの節での特徴がシミュレーション計算からも得られる。しかしながら、実際のクランク軸上にはあらゆる次数振動成分が混在した状態で発生していることを考慮すると、図示した計算波形は、他の次数の振動成分の

図11 4番ピン中間位置での角変位波形（計算値）

表 3 各次数振動成分までの波形合成の最大振幅値

Items	Values of computed maximum amplitude			
	8th	10th	12th	14th
Torsional vibration displacement rad	6.61×10^{-3}	6.96×10^{-3}	6.98×10^{-3}	7.00×10^{-3}
Torsional vibration stress MPa	37.2	39.4	39.5	39.6
Bending vibration stress MPa	36.1	36.2	36.3	36.5

図12 5番ジャーナル部での角変位波形
(計算値)

図13 5番ジャーナル部でのねじり
応力波形 (計算値)

影響が角変位振動に残っているためと推定できる。その振幅値は小さいが4番ピンおよび5番ジャーナル部では4次およびそれより高次振動成分(7次, 9次振動成分など)を含んでいることを示している。

つぎに, 計算結果から5番ジャーナル部のねじり, 曲げ振動および縦振動付加応力(軸応力)の振動波形を図13, 図14および図15に示す。図8(4番ピン部のねじり振動付加応力波形)と図13よりねじり振動付加応力の振幅値に4番ピンおよび5番ジャーナル間では大きな変化はみられない。また, 図14に示した曲げ波形は図10と比較して, 隣接するシリンダ内爆発力を受けている支持部の曲げ波形と推定できる。この振幅値は, ピン部と比較して小さいが, これはジャーナル部の断面係数がピン部より大きいためであるのと, 曲げ変形の相互干渉があると推定される。ただし, 4番ピン部の曲げ振動付加応力波形と比較して, 爆発力による波形のピーク部分に両者の位相のずれがみられる。

さらに, 供試エンジンクランク軸系の長手方向の軸応力波形を計算から推定してみた。その計算結果を図15に示す。その振幅値は他の振動付加応力値と比較して小さいが, クランク軸の長手方向に変位が生じている。これは, ねじりモーメントおよびシリンダ内爆発力による曲

図14 5番ジャーナル部での曲げ応力波形
(計算値)

図15 5番ジャーナル部での軸応力波形
(計算値)

げ変形によるものと推定される。

上述したように, 供試エンジンの主危険次数振動成分の一つである8次ねじり振動共振回転数付近で, さらにねじり振動モードの節付近に着目して, シミュレーション計算結果から軸系の振動状態について検討と推定を試みた。

本研究で提示した伝達マトリックス法を導入した本シミュレーション計算法は, 実際のクランク形状に沿って, スロー位相角と着火位相角などを考慮して計算を実行することから軸上の必要な位置での振動付加応力値を計算できることを示した。このことは, クランク軸の設計あるいは設計初期段階での振動状態あるいは振動付加応力値の予測に有効な方法と考える。

6. ま と め

伝達マトリックス法を導入した三次元振動解析法による付加応力振動波形のシミュレーション計算結果と実測結果との比較検討から, そのまとめとして,

- (1) 次数ごとに振動計算し, 計算結果の振幅値および位相角を用いて合成波形を求める本シミュレーション計算法の妥当性が確認された。

- (2) 合成する最大次数成分は、10次ないし12次までを考慮すれば実用上問題ない。

なお本計算には、国土館大学情報科学センター FACOM-M 380 システムを使用した。

文 献

- 1) 星野：機学誌，70-581（昭42-6），37.
- 2) 星野ほか2名：NK 技研報告，1（昭47-1），1.
- 3) 新井：，舶機誌，4-10（昭44-12），28.
- 4) 新井ほか2名：，NK 技研報告，1（昭45-12），1.
- 5) 岩本，下山田ほか2名：舶機誌，24-12（平1-12），12.
- 6) 津田：機械の研究，19-11（昭42-1），279.
- 7) 津田：舶機誌，9-8（昭49-8），11.
- 8) 若林・岩本ほか2名：舶機誌，14-3（昭54-3），26.
- 9) 若林・岩本ほか1名：舶機誌，14-3（昭54-3），37.
- 10) 若林・岩本ほか1名：舶機誌，17-2（昭57-12），4.
- 11) 若林・岩本・下山田：舶機誌，19-1（昭59-2），24.
- 12) 米沢，坂本：舶機誌，20-5（昭60-5），21.
- 13) 岩本・下山田ほか3名：日本舶用機関学会第45回（平成元年秋季）講演会講演前刷，123.
- 14) 富山著：内燃機関のねじり振動と疲れ強さ，コロナ社（昭45），46.